

Formales: 1,0
Auswertung: 1,2
Fehleranalyse: 1,0
Diskussion: 1,0

Physiklabor für Anfänger*innen
Ferienpraktikum im Sommersemester 2020



1,1

Versuch 8:

Viskosität aus dem Durchströmen einer Kapillare



Durchgeführt am 21.09.2020

Assistent:



Inhaltsverzeichnis

1 Ziel des Versuchs	3
2 Versuchsaufbau	4
3 Durchführung	5
4 Auswertung und Fehleranalyse	6
4.1 Überprüfung des Gesetzes von Hagen-Poiseuille	6
4.1.1 Messung 1: Kapillare 1	6
4.1.2 Messung 2: Kapillare 2	7
4.1.3 Messung 3: Kapillare 3	8
4.1.4 Messung 4: Kapillare 4	9
4.1.5 Messung 5: Kapillare 5	9
4.1.6 Grafik zur Überprüfung	10
4.2 Bestimmung der Viskosität von Wasser	11
5 Zusammenfassung und Diskussion	13
5.1 Hagen-Poiseuille-Gesetz	13
5.2 Viskosität von Wasser	13
5.3 Fehlerquellen	13
6 Literaturverzeichnis	15
7 Anhang	16

1 Ziel des Versuchs

Das Ziel des Versuchs ist es, das Gesetz von Hagen-Poiseuille für die Volumenstromstärke bei laminaren Strömungen zu verifizieren, indem man die Volumenstromstärke durch fünf verschiedene Kapillaren als Funktion von deren Abmessungen misst.

Anschließend lässt sich mit den dabei bestimmten Ergebnissen die Viskosität von Wasser bestimmen.



Vielleicht hätten Kap. 1 und 2 auf eine Seite gepasst

Für gewöhnlich wird ein Bild von Text umramt.

2 Versuchsaufbau

z.B.

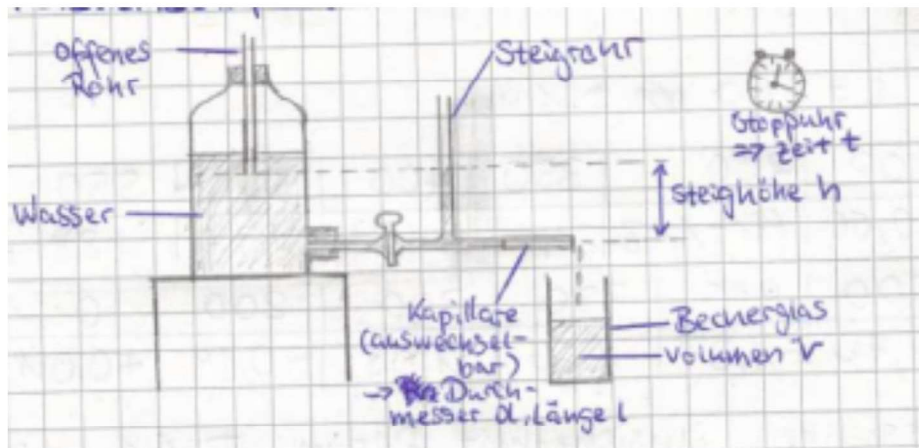


Abb. 2.1: Versuchsaufbau

In Abb. 2.1 ist der Versuchsaufbau skizziert.

Der Versuch besteht aus einem großen, mit Wasser gefüllten Vorratsgefäß, welches aufgrund des offenen Rohres als Mariottesche Flasche wirkt, sodass der Druck innerhalb des Gefäßes während des gesamten Versuchs konstant gehalten wird.

Im unteren Teil des Gefäßes befindet sich ein Rohr mit einem Ventil, hinter dem ein vertikales Steigrohr angebracht ist. An diesem lässt sich die Steighöhe h ablesen, aus der man später den hydrostatischen Druck, der das Wasser aus dem Gefäß strömen lässt, berechnen kann.

Dahinter befindet sich eine auswechselbare Kapillare mit Länge l und Durchmesser d , durch welche das Wasser laminar herausfließt und anschließend in einem Messzylinder aufgefangen wird.



3 Durchführung

Bevor die Messung durchgeführt werden kann, wird zuerst die Temperatur im Vorratsgefäß gemessen, was man am Ende des Versuchs wiederholt, damit man sicherstellen kann, dass die äußeren Bedingungen gleich geblieben sind. Die Viskosität einer Flüssigkeit ist nämlich stark temperaturabhängig, weshalb eine Änderung der Temperatur große Unsicherheiten verursachen würde.

Außerdem sollte sich ein Überblick über alle vorhandenen Kapillaren verschafft werden, in dem man deren $\frac{d^4}{l}$ -Werte berechnet. So kann man sich fünf Kapillaren aussuchen, die einen möglichst großen Wertebereich abdecken.

Mit den ausgewählten Kapillaren werden anschließend mehrere Messungen durchgeführt, in denen die Volumenstromstärke bestimmt wird. Dabei stoppt man für jede Messung die Zeit t , in der Wasser durch die Kapillare in den Messzylinder fließt, und bestimmt anschließend die Masse m_W des Wassers im Messzylinder. Dazu wird die Differenz des Gewichtes m_G des Becherglases vor und m_{GW} des Becherglases nach der Messung berechnet, also ist $m_W = m_{GW} - m_G$. Mithilfe der Masse und der Dichte des Wassers kann nun das Volumen des durchgeströmten Wassers bestimmt werden und damit auch die Volumenstromstärke $I_V = \frac{V}{t}$ der Kapillare.

Bei der Messung ist darauf zu achten, dass die Höhe h im Steigrohr während des gesamten Versuchs annähernd konstant bleibt, damit der Druck p_{hyd} innerhalb der Mariotteschen Flasche und damit auch die Druckdifferenz Δp , die das Wasser herausströmen lässt, konstant bleibt. Die Höhe h sollte also ebenfalls protokolliert werden, dabei ist zu beachten, dass zu der an der Skala abgelesenen Höhe ein Offset dazu addiert werden muss, da die Skala zu weit oben beginnt.

Außerdem ist es wichtig, die Messung nur bei einer stabilen Tropfrate durchzuführen, um die Messung der Volumenstromstärke nicht unnötig zu verfälschen. Nach dem Öffnen des Ventils sollte also gewartet werden, bis die Tropfrate konstant ist. Dann kann mit der Messung begonnen werden, indem der Messzylinder unter die Kapillare gebracht wird. In diesem Moment wird auch die Zeitmessung gestartet. Am Ende der Messung wird der Messzylinder aus der Tröpfchenbahn genommen und gleichzeitig die Zeitmessung beendet. Auch hier kann nicht einfach das Ventil zuge dreht werden, da sonst ebenfalls eine nicht konstante Tropfrate, welche die Messung verfälscht, entsteht.

Beim Wiegen des Becherglases sollte außerdem darauf geachtet werden, dass sich kein Wasser an der Außenseite des Becherglases befindet, auch das würde die Messung verfälschen.

gut

(*) Schreibt das hier aus. vielleicht in der form:

„wobei V dem Volumen der in Zeit t herausströmenden Flüssigkeit entspricht. Die Kapillarmaße sind gegeben durch den Radius R und den Durchmesser d ...“

(**) Man versucht, Brücke im Fließtext zu vermeiden. Wenn ihr diese nicht herauslassen wollt, schreibt z.B. $V t^{-1}$

4 Auswertung und Fehleranalyse

4.1 Überprüfung des Gesetzes von Hagen-Poiseuille

Das Hagen-Poiseuille-Gesetz für die Volumenstromstärke bei laminarer Strömung lautet

$$I_V = \frac{V}{t} = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8 \eta l} = \frac{\pi d^4 \Delta p}{128 \eta l}, \quad (4.1)$$

(V Volumen der in der Zeit t herausgeströmten Flüssigkeit, R Radius der Kapillare, d Durchmesser der Kapillare, l Länge der Kapillare, η Viskosität der herausströmenden Flüssigkeit, Δp Druckunterschied). (*)

(**) Um dieses zu verifizieren, überprüfen wir grafisch den linearen Zusammenhang zwischen der Volumenstromstärke $I_V = \frac{V}{t}$ und dem Quotienten $\frac{d^4}{l}$ aus den Abmessungen der Kapillare. Das Volumen V des Wassers jeder einzelnen Messung berechnet sich aus der Masse des Wassers im Becherglas und der Dichte ρ_w des Wassers

$$V_i = \frac{m_{W,i}}{\rho_w}. \quad (4.2)$$

Für die Dichte des Wassers verwenden wir $\rho_w = 0,99729 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ (Quelle 1). Die Unsicherheit des Volumens ergibt sich aus einem Spezialfall der Gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$s_{V,i} = V_i \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m_{W,i}}\right)^2 + \left(\frac{(-1) \cdot \Delta \rho_w}{\rho_w}\right)^2}, \quad \checkmark \quad (4.3)$$

wobei der Fehler der Masse aufgrund der Genauigkeit der Waage auf $\Delta m = 0,01 \text{ g}$ geschätzt wurde und der Fehler des Literaturwerts der Dichte aufgrund von Rundungsgenauigkeit bei $\Delta \rho_w = 0,000005 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ liegt. gut

Anschließend können die einzelnen Volumenstromstärken mit

$$I_{V,i} = \frac{V_i}{t} \quad (4.4)$$

berechnet werden. Die Fehler dieser Stromstärken lassen sich ebenfalls mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnen

$$s_{I,i} = I_i \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta V}{V_i}\right)^2 + \left(\frac{(-1) \cdot \Delta t}{t}\right)^2}. \quad \checkmark \quad (4.5)$$

Die Unsicherheit der gestoppten Zeit t wurde dabei auf $\Delta t = 0,2 \text{ s}$ geschätzt.

4.1.1 Messung 1: Kapillare 1

Die erste Kapillare hatte die Maße

$$l = (122,50 \pm 0,05) \text{ mm} \text{ und } d = (1,020 \pm 0,005) \text{ mm}. \quad (4.6)$$

Die Fehler der Maße entstehen aufgrund von Rundungsgenauigkeiten. Somit gilt

$$Q_1 = \frac{d^4}{l} \approx (0,0088 \pm 0,0002) \text{ mm}^3. \quad (4.7)$$

$= (8,8 \pm 0,2) \cdot 10^{-3} \text{ mm}^3$

→ Diese Schreibweise ist besser lesbar. Weniger Nullen

Der Fehler des Quotienten kann mit einem Spezialfall der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet werden

$$\Delta Q_1 = Q_1 \cdot \sqrt{\left(\frac{4 \cdot \Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{(-1) \cdot \Delta l}{l}\right)^2} \approx 0,0002 \text{ mm}^3. \quad \checkmark \quad (4.8)$$

In Tabelle 4.1 sind nun die Messwerte der Kapillare 1 und die oben dargestellten, berechneten Werte aufgelistet. Die gemessene Steighöhe h mit addierten Offset ist $h = (79 \pm 1) \text{ mm}$.

Kapillare 1						
t in s	m_w in g	V in cm³	s_v in cm³	l in cm³/s	s_l in cm³/s	
94,84	16,15	16,19	0,01	0,1707	0,0001	
54,25	9,11	9,13	0,01	0,1684	0,0002	
62,87	10,55	10,58	0,01	0,1683	0,0002	
42,18	7,05	7,07	0,01	0,1676	0,0003	
31,28	5,25	5,26	0,01	0,1683	0,0003	

Tab. 4.1: Messung 1

Beschreibung soll so ausführlich sein, dass die Tabelle ohne den Text drumrum verstanden werden kann.

Aus den berechneten Werte I_i kann ein Mittelwert bestimmt werden

$$\bar{I} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 I_i = (0,1687 \pm 0,0001) \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}, \quad (4.9)$$

dessen Fehler mit einem Spezialfall der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet werden kann:

$$\Delta \bar{I} = \sqrt{\sum_{i=1}^5 \left(\frac{1}{5} \Delta I_i\right)^2} = 0,0001 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}. \quad (4.10)$$

Ist die erste signifikante Fehlerstelle eine 1, so nimmt man auch die zweite mit. Dabei wird die Unsicherheit auf die Rundung der Unsicherheit reduziert

4.1.2 Messung 2: Kapillare 2

Die zweite Kapillare hatte die Maße

$$l = (119,60 \pm 0,05) \text{ mm} \text{ und } d = (0,420 \pm 0,005) \text{ mm}. \quad (4.11)$$

Die Fehler der Maße entstehen aufgrund von Rundungsgenauigkeiten. Somit gilt

$$Q_2 = \frac{d^4}{l} \approx (0,00026 \pm 0,00001) \text{ mm}^3. \quad (4.12)$$

Der Fehler des Quotienten kann mit einem Spezialfall der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet werden

$$\Delta Q_2 = Q_2 \cdot \sqrt{\left(\frac{4 \cdot \Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{(-1) \cdot \Delta l}{l}\right)^2} \approx 0,00001 \text{ mm}^3. \quad (4.13)$$

In Tabelle 4.2 sind nun die Messwerte der Kapillare 2 und die oben dargestellten, berechneten Werte aufgelistet. Die gemessene Steighöhe h mit addierten Offset ist $h = (79 \pm 1) \text{ mm}$.

Es wäre vollkommen ausreichend gewesen, wenn ihr darauf hingewiesen hättet, dass die Auswertung analog erfolgt, die Messwerte im Anhang sind, und dann übersichtlich die Ergebnisse zusammengefasst hättet. In einer Tabelle vielleicht.

Kapillare 2

t in s	m _w in g	V in cm ³	s _v in cm ³	l in cm ³ /s	s _l in cm ³ /s
345,5	2,31	2,32	0,01	0,00670	0,00003
99,46	0,67	0,67	0,01	0,00675	0,0001
152,03	1,02	1,02	0,01	0,00673	0,00007

Tab. 4.2: Messung 2

Aus den berechneten Werte I_i kann ein Mittelwert bestimmt werden

$$\bar{I} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 I_i = (0,00673 \pm 0,00004) \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}, \quad (4.14)$$

dessen Fehler mit einem Spezialfall der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet werden kann

$$\Delta \bar{I} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \left(\frac{1}{3} \Delta I_i \right)^2} = 0,00004 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}. \quad (4.15)$$

4.1.3 Messung 3: Kapillare 3

Die dritte Kapillare hatte die Maße

$$l = (81,50 \pm 0,05) \text{mm} \text{ und } d = (0,730 \pm 0,005) \text{mm}. \quad (4.16)$$

Die Fehler der Maße entstehen aufgrund von Rundungsgenauigkeiten. Somit gilt

$$Q_3 = \frac{d^4}{l} \approx (0,00348 \pm 0,00010) \text{mm}^3. \quad (4.17)$$

Der Fehler des Quotienten kann mit einem Spezialfall der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet werden

$$\Delta Q_3 = Q_3 \cdot \sqrt{\left(\frac{4 \cdot \Delta d}{d} \right)^2 + \left(\frac{(-1) \cdot \Delta l}{l} \right)^2} \approx 0,00010 \text{mm}^3. \quad (4.18)$$

In Tabelle 4.3 sind nun die Messwerte der Kapillare 3 und die oben dargestellten, berechneten Werte aufgelistet. Die gemessene Steighöhe h mit addierten Offset ist $h = 79 \pm 1 \text{mm}$.

Kapillare 3

t in s	m _w in g	V in cm ³	s _v in cm ³	l in cm ³ /s	s _l in cm ³ /s
109,28	6,87	6,89	0,01	0,06304	0,00009
51,00	3,23	3,24	0,01	0,0635	0,0002
84,00	5,29	5,30	0,01	0,0631	0,0001
65,56	4,06	4,07	0,01	0,0621	0,0002

Tab. 4.3: Messung 3

Aus den berechneten Werte I_i kann ein Mittelwert bestimmt werden

$$\bar{I} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 I_i = (0,06294 \pm 0,00008) \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}, \quad (4.19)$$

dessen Fehler mit einem Spezialfall der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet werden kann

$$\Delta \bar{I} = \sqrt{\sum_{i=1}^4 \left(\frac{1}{4} \Delta I_i \right)^2} = 0,00008 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}. \quad (4.20)$$

4.1.4 Messung 4: Kapillare 4

Die vierte Kapillare hatte die Maße

$$l = (79,40 \pm 0,05)\text{mm} \text{ und } d = (0,810 \pm 0,005)\text{mm} . \quad (4.21)$$

Die Fehler der Maße entstehen aufgrund von Rundungsgenauigkeiten. Somit gilt

$$Q_4 = \frac{d^4}{l} \approx (0,0054 \pm 0,0001)\text{mm}^3 . \quad (4.22)$$

Der Fehler des Quotienten kann mit einem Spezialfall der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet werden

$$\Delta Q_4 = Q_4 \cdot \sqrt{\left(\frac{4 \cdot \Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{(-1) \cdot \Delta l}{l}\right)^2} \approx 0,0001\text{mm}^3 . \quad (4.23)$$

In Tabelle 4.4 sind nun die Messwerte der Kapillare 4 und die oben dargestellten, berechneten Werte aufgelistet. Die gemessene Steighöhe h mit addierten Offset ist $h = 79 \pm 1\text{mm}$.

Kapillar 4					
t in s	m _w in g	V in cm ³	s _v in cm ³	I in cm ³ /s	s _i in cm ³ /s
63,50	6,44	6,46	0,01	0,1017	0,0002
55,00	5,61	5,63	0,01	0,1023	0,0002
39,93	3,75	3,76	0,01	0,0942	0,0003

Tab. 4.4: Messung 4

Aus den berechneten Werte I_i kann ein Mittelwert bestimmt werden

$$\bar{I} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 I_i = (0,0994 \pm 0,0001) \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} , \quad (4.24)$$

dessen Fehler mit einem Spezialfall der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet werden kann

$$\Delta \bar{I} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \left(\frac{1}{3} \Delta I_i\right)^2} = 0,0001 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} . \quad (4.25)$$

4.1.5 Messung 5: Kapillare 5

Die vierte Kapillare hatte die Maße

$$l = (120,00 \pm 0,05)\text{mm} \text{ und } d = (0,5920 \pm 0,0005)\text{mm} . \quad (4.26)$$

Die Fehler der Maße entstehen aufgrund von Rundungsgenauigkeiten. Somit gilt

$$Q_5 = \frac{d^4}{l} \approx (0,001024 \pm 0,000003)\text{mm}^3 . \quad (4.27)$$

Der Fehler des Quotienten kann mit einem Spezialfall der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet werden

$$\Delta Q_5 = Q_5 \cdot \sqrt{\left(\frac{4 \cdot \Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{(-1) \cdot \Delta l}{l}\right)^2} \approx 0,000003\text{mm}^3 . \quad (4.28)$$

In Tabelle 4.5 sind nun die Messwerte der Kapillare 5 und die oben dargestellten, berechneten Werte aufgelistet. Die gemessene Steighöhe h mit addierten Offset ist $h = (79 \pm 1)\text{mm}$.

Kapillare 5						
t in s	m_w in g	V in cm^3	s_v in cm^3	I in cm^3/s	s_i in cm^3/s	
92,96	1,86	1,87	0,01	0,0201	0,0001	
51,00	1,01	1,01	0,01	0,0199	0,0002	
72,84	1,44	1,44	0,01	0,0198	0,0001	
48,75	0,97	0,97	0,01	0,0200	0,0002	

Tab. 4.5: Messung 5

Aus den berechneten Werte I_i kann ein Mittelwert bestimmt werden

$$\bar{I} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 I_i = (0,01995 \pm 0,00008) \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}, \quad (4.29)$$

dessen Fehler mit einem Spezialfall der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet werden kann

$$\Delta \bar{I} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \left(\frac{1}{3} \Delta I_i \right)^2} = 0,00008 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}. \quad (4.30)$$

4.1.6 Grafik zur Überprüfung

Im folgenden Diagramm ist der Zusammenhang zwischen den $\frac{d^4}{l}$ und den Mittelwerten der I_V für jede Kapillare aufgetragen. Dabei wurden die I_V in $\frac{\text{mm}^3}{\text{s}}$ umgerechnet. Die Fehlerbalken sind sowohl für die I_V als auch für die $\frac{d^4}{l}$ vorhanden, jedoch sind sie meist zu klein, um sie zu erkennen. Außerdem ist die Ausgleichsgerade eingezeichnet.

Tipps für ein besseres Diagramm

- bessere Auslösung
- ausführlichere Bildunterschrift

Einheiten nicht-kursiv,
Variablen kursiv

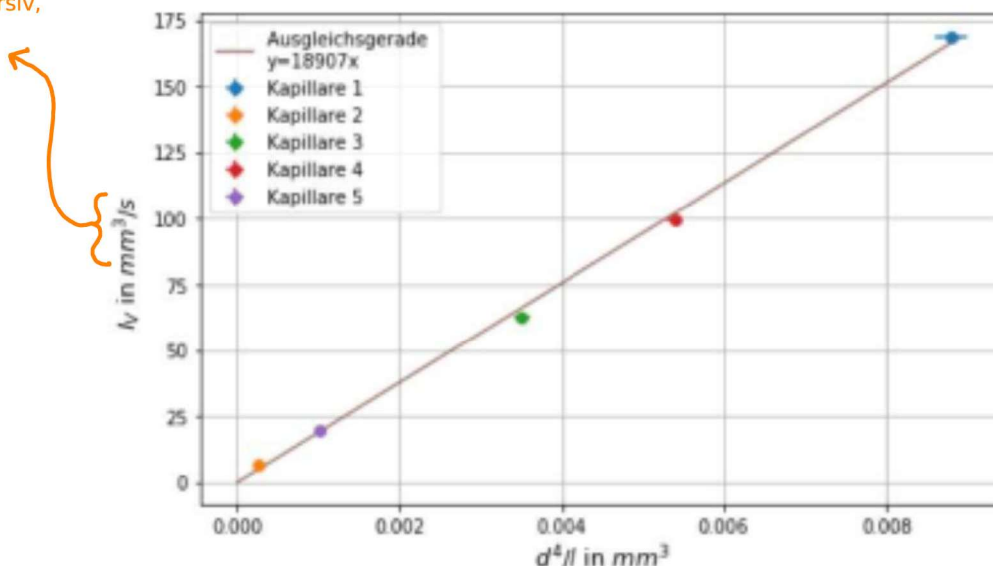


Abb. 4.1: Zusammenhang zwischen $\frac{d^4}{l}$ und I_V

Die Parameter für die Ausgleichsgerade $y = \alpha + \beta \cdot x$ wurden mit Linearer Regression (ohne

Gewichtung) berechnet:

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^5 Q_i^2 \cdot \sum_{i=1}^5 \bar{T}_i - \sum_{i=1}^5 Q_i \cdot \sum_{i=1}^5 Q_i \bar{T}_i}{5 \cdot \sum_{i=1}^5 Q_i^2 - \left(\sum_{i=1}^5 Q_i\right)^2} \approx 0 \frac{\text{mm}^3}{\text{s}} \quad (4.31)$$

$$\beta = \frac{5 \cdot \sum_{i=1}^5 Q_i \bar{T}_i - \sum_{i=1}^5 Q_i \cdot \sum_{i=1}^5 \bar{T}_i}{5 \cdot \sum_{i=1}^5 Q_i^2 - \left(\sum_{i=1}^5 Q_i\right)^2} \approx 18907 \frac{1}{\text{s}}, \quad (4.32)$$

woraus sich die Standardunsicherheit

$$s = \sqrt{\frac{1}{5-2} \sum_{i=1}^5 (\bar{T}_i - (\alpha + \beta \cdot Q_i))^2} \approx 3 \frac{\text{mm}^3}{\text{s}} \quad (4.33)$$

ergibt.

Damit sind die Unsicherheiten der Parameter

$$\Delta\alpha = s \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 Q_i^2}{5 \cdot \sum_{i=1}^5 Q_i^2 - \left(\sum_{i=1}^5 Q_i\right)^2}} \approx 2 \frac{\text{mm}^3}{\text{s}} \quad (4.34)$$

$$\Delta\beta = s \cdot \sqrt{\frac{5}{5 \cdot \sum_{i=1}^5 Q_i^2 - \left(\sum_{i=1}^5 Q_i\right)^2}} \approx 428 \frac{1}{\text{s}}. \quad (4.35)$$

Gibt alpha und beta übersichtlich und gerundet an. Ist besser für die Übersicht.

4.2 Bestimmung der Viskosität von Wasser

Stellt man das Hagen-Poiseuille-Gesetz aus Formel (4.1) nach der Viskosität η um, ergibt sich mit $\beta = \frac{I_V}{d^4 l}$:

$$\eta = \frac{\pi \Delta p}{128} \frac{d^4}{I_V l} = \frac{\pi \Delta p}{128 \beta} \quad (4.36)$$

Die Druckdifferenz Δp ist die Differenz zwischen dem hydrostatischen Druck p_{hyd} innerhalb und dem Luftdruck p_0 außerhalb der Mariotteschen Flasche und lässt sich aus der Höhe der Flüssigkeitssäule im Steigrohr (siehe [Versuchsaufbau](#)) bestimmen. Diese betrug während des gesamten Versuchs $h = (79 \pm 1) \text{mm}$ (die Unsicherheit ergab sich aus der Ablesegenauigkeit der Skala am Steigrohr).

Für den hydrostatischen Druck gilt:

$$p_{\text{hyd}} = \rho_w g h + p_0, \quad (4.37)$$

([Quelle 2](#)), wobei ρ_w die Dichte von Wasser, g die Fallbeschleunigung und p_0 der Luftdruck auf die Flüssigkeitsoberfläche ist.

Also gilt:

$$\Delta p = p_{\text{hyd}} - p_0 = \rho_w g h = 997,29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,079 \text{m} \approx (773 \pm 10) \text{Pa} \quad (4.38)$$

(ρ_w aus [Quelle 1](#), g aus [Quelle 3](#)), wobei die Unsicherheit mit einem Spezialfall der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet wurde:

$$s_{\Delta p} = \Delta p \cdot \sqrt{\left(\frac{s_{\rho_w}}{\rho_w}\right)^2 + \left(\frac{s_g}{g}\right)^2 + \left(\frac{s_h}{h}\right)^2} = \Delta p \cdot \frac{s_h}{h} \approx 10 \text{Pa} \quad (4.39)$$

✓

(weil $s_{\rho_w} = s_g = 0$, da Literaturwerte).

Als Viskosität von Wasser ergibt sich damit (mit $\beta = 18907 \pm 428 \frac{1}{s}$, siehe (4.32) und (4.35)):

$$\eta_w = \frac{\pi \Delta p}{128 \beta} = \frac{\pi \cdot 773 \text{ Pa}}{128 \cdot 18907 \frac{1}{s}} (0,00100 \pm 0,00002) \text{ Pa} \cdot \text{s} \quad (4.40)$$

wobei der Fehler mit einem Spezialfall der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet wurde:

$$s_{\eta_w} = \eta_w \cdot \sqrt{\left(\frac{s_{\Delta p}}{\Delta p}\right)^2 + \left(\frac{(-1) \cdot s_{\beta}}{\beta}\right)^2} \approx 0,00002 \text{ Pa} \cdot \text{s} . \quad (4.41)$$

$$\rightarrow = (1,00 \pm 0,01) \text{ mPa} \cdot \text{s}$$

5 Zusammenfassung und Diskussion

5.1 Hagen-Poiseuille-Gesetz

Aufgabe dieses Versuchsteils war es, das Gesetz von Hagen-Poiseuille zu überprüfen. Der Versuch hat gezeigt, dass es möglich ist, die Volumenstromstärke durch verschiedene Kapillaren als lineare Funktion von deren Abmessungen darzustellen. Die Ausgleichsgerade dieser graphischen Darstellung ermöglichte es, eine Proportionalitätskonstante $\beta = (18907 \pm 428) \frac{1}{\text{s}}$ zu finden, welche die Proportionalität $I_V \propto \frac{d^4}{l}$ verifiziert.

Vergleicht man unser Ergebnis mit dem Gesetz von Hagen-Poiseuille,

$$I_V = \frac{\pi \Delta p}{128 \eta} \frac{d^4}{l}, \quad (5.1)$$

erkennt man, dass gelten muss

$$\beta = \frac{\pi \Delta p}{128 \eta}, \quad (5.2)$$

damit wurde das Gesetz verifiziert. **Für eine Verifikation muss ein linearer Zusammenhang erkennbar sein UND die Ausgleichsgerade muss durch den Ursprung gehen.**

5.2 Viskosität von Wasser

Im Versuch wurde als Viskosität von Wasser

$$\eta_w = (1,00 \pm 0,02) \text{ mPa} \cdot \text{s} \quad \checkmark \quad (5.3)$$

bestimmt.

Der Literaturwert für die Viskosität von Wasser bei 20 °C ist

$$\eta_{w,\text{Lit}} = 1,0016 \text{ mPa} \cdot \text{s} \quad (\text{Quelle 4}). \quad (5.4)$$

Der Literaturwert ist damit weniger als 1σ vom im Versuch ermittelten Wert entfernt, die Viskosität von Wasser ließ sich also sehr genau bestimmen. 

5.3 Fehlerquellen

Bei diesem Versuch gibt es sehr viele mögliche Fehlerquellen, davon wurden jedoch die meisten vermieden.

Eine Änderung der Wassertemperatur während des Versuchs hätte beispielsweise die Viskosität des Wassers verändert und damit die Messung verfälscht. Die Temperatur blieb jedoch konstant, was durch Messen am Anfang und Ende des Versuchs überprüft wurde.

Ebenfalls große Unsicherheiten verursacht hätten undichte Stopfen und Kapillaren, das wurde jedoch kontrolliert und war nicht der Fall.

Außerdem wurde darauf geachtet, dass die Steighöhe h im Steigrohr und somit der Druck im Wasserbehälter konstant blieb, wobei sich kleine Druckschwankungen während des Herausfließens natürlich nicht vermeiden ließen.

Bei der Zeitmessung gibt es natürlich immer Unsicherheiten aufgrund der Reaktionszeit, doch weil man die ganze Zeit beobachten kann, wie das Wasser heraustropft, sind diese kleiner als 0,3s, auch wenn man zwei Mal die Zeit stoppen muss.

Die Sauberkeit der Kappilare ist auch so ein heikles Thema, das diskutiert werden kann.

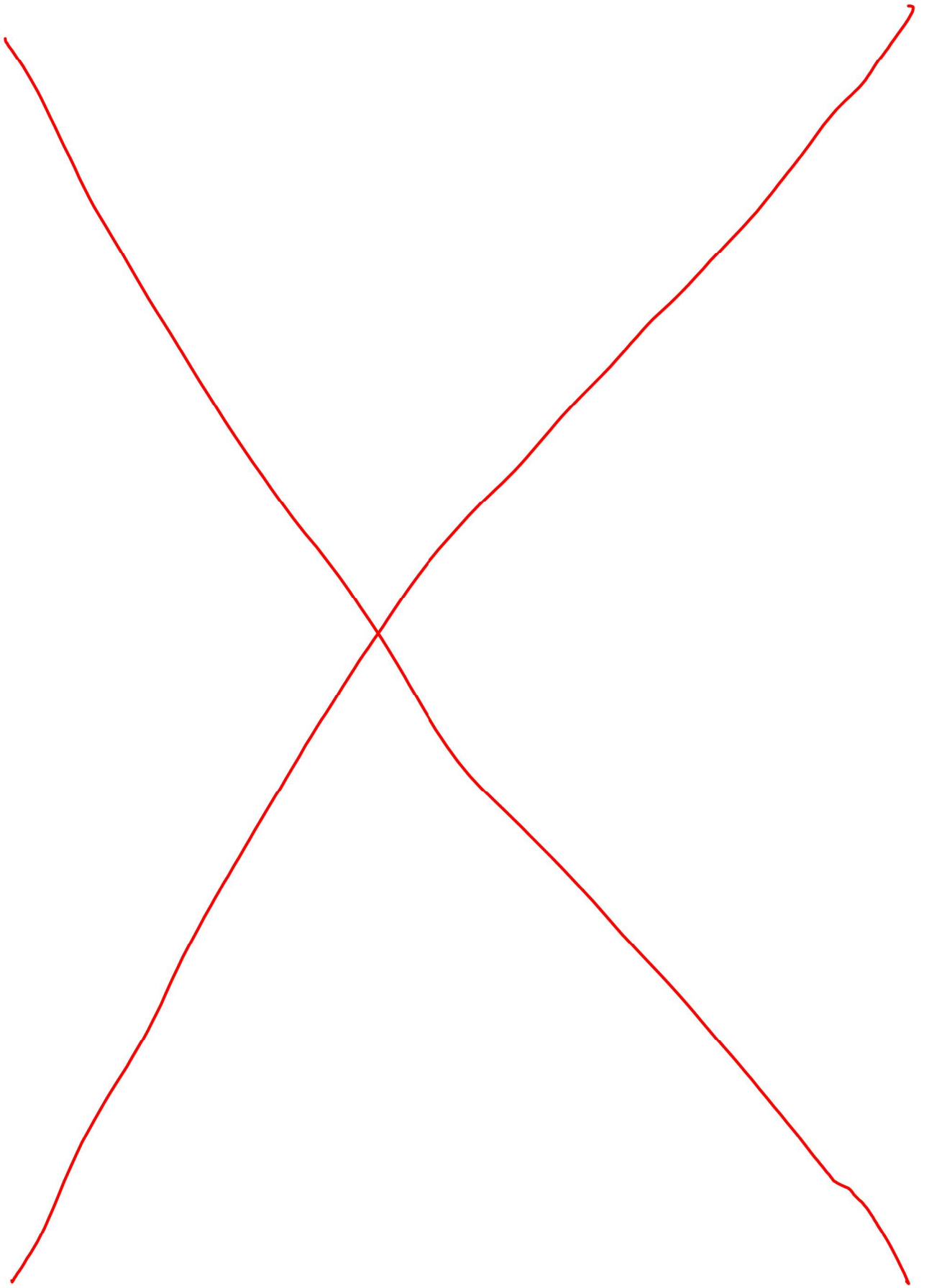
6 Literaturverzeichnis

Quelle 1: http://www.wissenschaft-technik-ethik.de/wasser_dichte.html#kap02, 22.09.2020

Quelle 2: https://de.wikipedia.org/wiki/Hydrostatischer_Druck, 24.09.2020

Quelle 3: <https://de.wikipedia.org/wiki/Schwerefeld>, 24.09.2020

Quelle 4: <https://en.wikipedia.org/wiki/Viscosity#Water>, 24.09.2020



7 Anhang

Versuch 8: Viskosität aus dem Durchströmen einer Kapillare

Versuchsaufbau:

Vorhandene Kapillaren:

- 1) $\frac{d^4}{L} = \frac{(1,02 \text{ mm})^4}{122,5 \text{ mm}} = 0,0088 \text{ mm}^3$
- 2) $\frac{d^4}{L} = \frac{(0,42 \text{ mm})^4}{119,6 \text{ mm}} = 0,00026 \text{ mm}^3$
- 3) $\frac{d^4}{L} = \frac{(0,73 \text{ mm})^4}{81,5 \text{ mm}} = 0,00348 \text{ mm}^3$
- 4) $\frac{d^4}{L} = \frac{(0,78 \text{ mm})^4}{120,9 \text{ mm}} = 0,00322 \text{ mm}^3$ $\rightarrow$ nicht verwendet
- 5) $\frac{d^4}{L} = \frac{(0,81 \text{ mm})^4}{99,4 \text{ mm}} = 0,00542 \text{ mm}^3$
- 6) $\frac{d^4}{L} = \frac{(0,592 \text{ mm})^4}{120,0 \text{ mm}} = 0,0010 \text{ mm}^3$

Temperatur des Wassers am Anfang: $T_h = 24,0 \pm 0,5^\circ \text{C}$

Leergewicht des Becherglases: $m_B = 89,99 \pm 0,01 \text{ g}$

Offset Steighöhe: + 30 mm

Messung 1: Kapillare 1 (L = 122,5 mm, d = 1,02 mm)

Messung	Steighöhe h	Zeit t	m_{GW}	$m_G = m_B$	Bemerkung
i)	$h = 48 \pm 1 \text{ mm}$	$t = 94,84 \text{ s}$	$m_{GW} = 116,14 \text{ g}$	$m_G = m_B$ (oben)	m_{GW} = Masse Becherglas mit Wasser
ii)	$h = 48 \pm 1 \text{ mm}$	$t = 54,25 \text{ s}$	$m_{GW} = 109,10 \text{ g}$	$m_G = m_B$	m_G = Masse Becherglas vor Messung
iii)	$h = 48 \pm 1 \text{ mm}$	$t = 62,87 \text{ s}$	$m_{GW} = 110,54 \text{ g}$	$m_G = m_B$	m_G = Masse Becherglas vor Messung
iv)	$h = 48 \pm 1 \text{ mm}$	$t = 42,18 \text{ s}$	$m_{GW} = 107,04 \text{ g}$	$m_G = m_B$	m_G = Masse Becherglas vor Messung
v)	h wie oben	$t = 31,28 \text{ s}$	$m_{GW} = 105,24 \text{ g}$	$m_G = m_B$	m_G = Masse Becherglas vor Messung

Fehler: $\Delta m_{GW} = \pm 0,01 \text{ g}$, $\Delta t = \pm 0,2 \text{ s}$, $\Delta m_G = \Delta m_{GW}$ (für alle Messungen)

Messung 2: Kapillare 2 ($L=119,6 \text{ mm}$, $d=0,42 \text{ mm}$)

$h = 49 \pm 1 \text{ mm}$

	t in s	m_{GW} in g	m_{G} in g
i)	345,50	102,30	99,99
ii)	99,46	100,66	99,99
iii)	152,03	101,68	100,66

Messung 3: Kapillare 3 ($L=81,5 \text{ mm}$, $d=0,73 \text{ mm}$)

$h = 49 \pm 1 \text{ mm}$

	t in s	m_{GW} in g	m_{G} in g
i)	109,28	106,86	99,99
ii)	51,00	110,09	106,86
iii)	84,00	115,38	110,09
iv)	65,56	119,44	115,38

Messung 4: Kapillare 5 ($L=79,40 \text{ mm}$, $d=0,81 \text{ mm}$)

$h = 49 \pm 1 \text{ mm}$

	t in s	m_{GW} in g	m_{G} in g
i)	63,50	106,43	99,99
ii)	55,00	112,04	106,43
iii)	39,93	115,79	112,04

Messung 5: Kapillare 6 ($L=120,0 \text{ mm}$, $d=0,592 \text{ mm}$)

$h = 49 \pm 1 \text{ mm}$

	t in s	m_{GW} in g	m_{G} in g
i)	92,96	101,85	99,99
ii)	51,00	101,00	99,99
iii)	77,84	102,44	101,00
iv)	48,75	103,41	102,44

Temperatur des Wassers am Ende: ~~24,0~~ $24,0 \pm 0,5^\circ \text{C}$