

Physiklabor für Anfänger*innen
Sommersemester 2025

Versuch 8: Viskosität

Insgesamt ein gutes Protokoll! :) Nur ein paar Kleinigkeiten, lest euch dazu meine Kommentare durch. Nur bei eurer Begründung mit der Reaktionszeit war ich sehr lost.

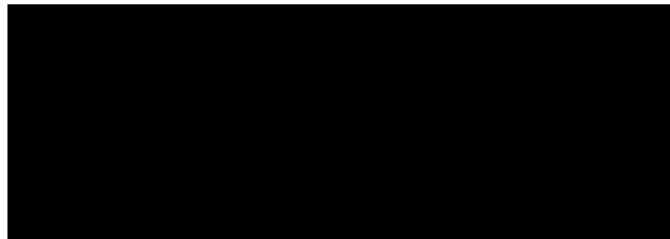
Außerdem, gewöhnt euch an ausführlichere Captions für die Plots zu machen. Man sollte immer nochmal kurze (!) Erklärungen zur Abbildung geben. Dass die Abbildung genau "an die Richtige Stelle" im Fließtext drankommt, ist nicht immer gegeben, vor allem in größeren Dokumenten wie Paper Abschlussarbeiten oder Papers.

Weiterhin viel Erfolg beim Rest des Praktikums! Bei Fragen zum Protokoll oder auch anderen Versuchen, schreibt mir gerne!

Formales: 1.7
Auswertung: 1.3
Fehleranalyse: 1.3
Diskussion: 1.1

Endnote: 1.3

Durchgeführt am 11.9.2025



Inhaltsverzeichnis

1	Ziel des Versuchs	1
2	Aufbau	1
3	Durchführung	1
3.1	Reproduzierbarkeit der Zeitmessung	2
3.2	Bestimmung der Viskosität	2
4	Auswertung und Fehleranalyse	2
4.1	Reproduzierbarkeit der Zeitmessung	2
4.2	Bestimmung der Viskosität	4
5	Diskussion	9
5.1	Reproduzierbarkeit der Zeitmessung	9
5.2	Diskussion Bestimmung der Viskosität	9
6	Erklärung zur Autorenschaft	10

Abbildungsverzeichnis

1	Aufbau	1
2	Messreihe 1	2
3	Boxplot der Messreihe 1 mit Median, Quartilen und Spannweite	3
4	Histogramm zu Messreihe 1	4
5	Zeit-Messreihen 2-11	5
6	Viskositäten $\eta(r)$ mit Ausgleichsgerade	6
7	Residuendiagramm mit Konfidenzband (rot) und Residuen (blau)	7
8	Reynolds-Zahlen mit Unsicherheiten	8

1 Ziel des Versuchs

Ziel des Versuchs ist die Bestimmung der Viskosität η von Glycerin mit einem Kugelfallviskosimeter unter Berücksichtigung der Ladenburg-Korrektur. Dafür werden Kugeln unterschiedlicher Durchmesser d in ein mit Glycerin gefülltes schlanges Gefäß fallen gelassen und die Fallzeiten t_i untersucht.

2 Aufbau

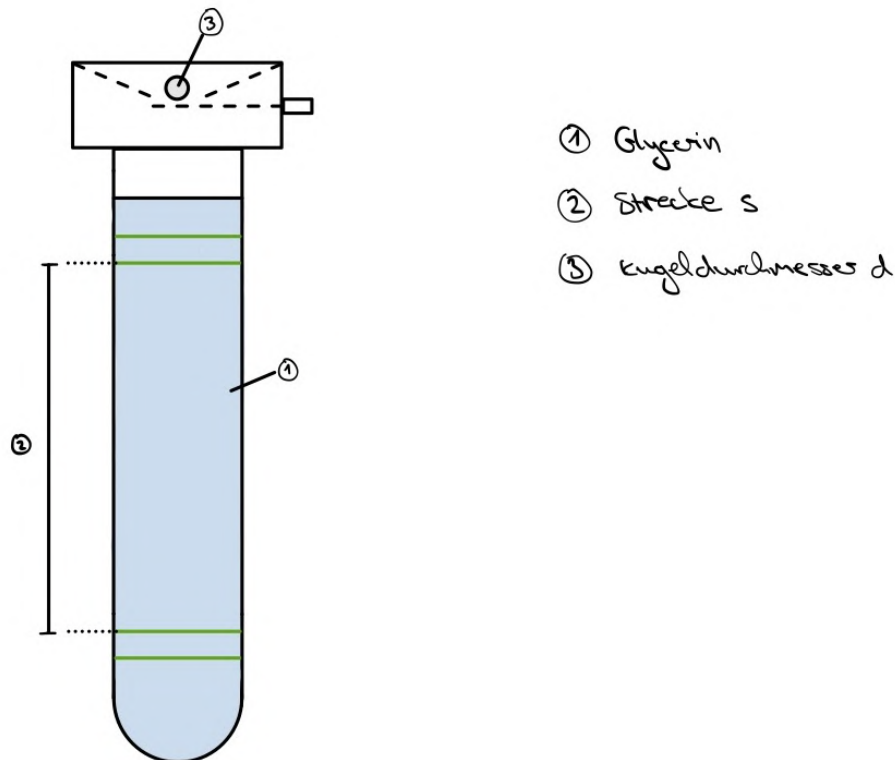


Abbildung 1: Aufbau **Besser: "Skizze vom Versuchsaufbau."**

Wie aus Abb. 1 zu erkennen, wurde für die Kugeln mit kleinerem Durchmesser eine Vorrichtung verwendet, die sicher stellt, dass die Kugel mittig im Glas landet. Die größeren Kugeln wurden per Hand eingeworfen. Überdies ist anzumerken, dass die Strecke s zwischen dem unteren Rand der oberen und dem oberen Rand der unteren Markierung gemessen wurde.

3 Durchführung

Vor dem Einwerfen der Kugeln wird die Temperatur $\hat{T} = 24,5^{\circ}\text{C}$ und die Dichte $\hat{\rho} = 1,220 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ des Glycerin mit einem Dichte-Aräometer gemessen. Außerdem wird die Strecke $\hat{s} = 44,00 \text{ cm}$ wie in Abb. 1 bestimmt.

3.1 Reproduzierbarkeit der Zeitmessung

Zu Beginn wird 30 mal eine Kugel mit (ohne Unsicherheit) angegebenem Durchmesser $d = 3 \text{ mm}$ in das Glycerin geworfen und die Zeit gemessen. Danach wird der Durchmesser mit einer Bügelmessschraube überprüft.

3.2 Bestimmung der Viskosität

Es werden jeweils 30 Messungen nach dem Beispiel aus Abschnitt 3.1 für 10 Kugeln mit verschiedenen Durchmessern durchgeführt, erneut die Durchmesser überprüft und die Messergebnisse festgehalten.

4 Auswertung und Fehleranalyse

Für die drei zu Beginn gemessenen Größen T , ρ und s wird von dreiecksverteilten Unsicherheiten mit Breiten $2a$ ausgegangen. Das liefert:

$$\begin{aligned} 2a_T = 1^\circ \text{ C} &\longrightarrow T = (24,5 \pm 0,2)^\circ \text{ C} \quad | \\ 2a_\rho = 0,01 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} &\longrightarrow \rho_G = (1,220 \pm 0,002) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad | \\ 2a_s = 0,1 \text{ cm} &\longrightarrow s = (44,00 \pm 0,02) \text{ cm} \quad \blacktriangle \end{aligned}$$

Beim Überprüfen der Kugeldurchmesser ergab sich ein wiederkehrendes Muster. Unsere gemessenen d_i wichen im Vergleich zu den angegebenen Durchmessern d_{Ang} stets um circa $0,005 \text{ mm}$ nach unten ab. Nachdem die Messung mit leerer Bügelmessschraube genau $0,000 \text{ mm}$ ergab, muss es sich um eine tatsächliche Ungenauigkeit der angegebenen Durchmesser handeln. Deshalb verwenden wir im Folgenden unsere eigenen Werte. Deren Unsicherheiten schätzen wir als ebenfalls dreiecksverteilt mit $2a = 0,01 \text{ mm}$ und erhalten für unsere einzelnen Durchmesser:

$$d_i = [(d_{Ang} - 0,005) \pm 0,002] \text{ mm} \quad \bullet$$

4.1 Reproduzierbarkeit der Zeitmessung

Ok, mit welcher Begründung? Warum erwartet ihr einen Fehler von $0,05 \text{ s}$? Ist das die Reaktionszeit (falls ja, sehr optimistisch geschätzt)

Vor der Durchführung wurde eine Standardunsicherheit von $s_T = 0,05 \text{ s}$ geschätzt.

Eure Erklärung kommt weiter unten, ok. Gebt die Erklärung für eine Unsicherheit an, besten sofort.

weiter unten
die Erklärung
Unsicherheit
sofort.

Schätze Δt auf 0,05s					Radius: $r_k = 1,5 \text{ mm}$														
Messung	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17		
Zeit [s]	2,32	2,24	2,24	2,24	2,26	2,29	2,38	2,28	2,27	2,29	2,30	2,25	2,24	2,37	2,27	2,31	2,26		
	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30						
	2,24	2,24	2,21	2,31	2,27	2,24	2,23	2,27	2,22	2,28	2,31	2,23	2,18						

Abbildung 2: Messreihe 1

Bei Captions von Abbildungen sollte man vermeiden nur ein Wort hinzuschreiben. 1-2 erklärende Sätze zur Abbildung/ Tabelle sind viel besser.

Um die Messergebnisse besser zu illustrieren, werden sie als Punktediagramm dargestellt und mit einem Boxplot versehen (siehe Abbildung 3). Zu sehen ist eine relativ geringe Streuung um den Median der Messung. Es fällt auch auf, dass es relativ wenige Ausreißer in der Messung gibt. Es lässt sich also hier schon eine normalartige Verteilung erahnen.

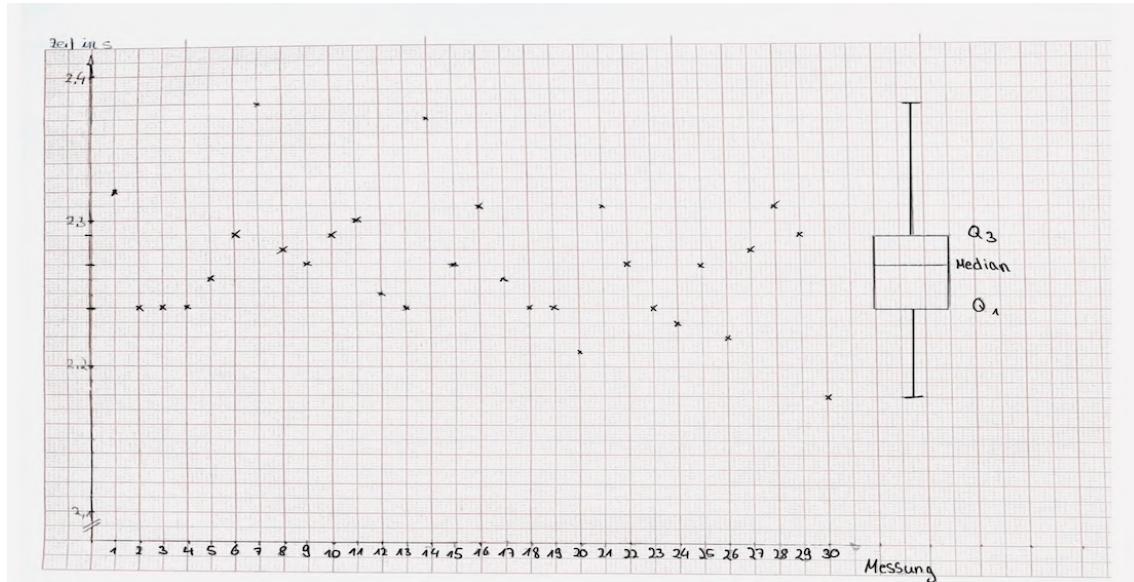


Abbildung 3: Boxplot der Messreihe 1 mit Median, Quartilen und Spannweite

Aus den Werten in Abb. 2 ergeben sich für den Mittelwert $\bar{t}$, Standardabweichung s_t und der Standardunsicherheit $s_{\bar{t}}$ Folgendes:

$$\begin{aligned}\bar{t} &= 2,270s \\ s_t &= 0,043s \\ s_{\bar{t}} &= 0,008s\end{aligned}$$

Passt so, aber das könnte man auch in 1 statt 3 Zeilen packen :D Dafür sind Space Befehle wie `\quad` und `\qqquad` sehr praktisch.

Es fällt auf, dass unser anfangs geschätzter Wert für die Standardunsicherheit von $\Delta t = 0,05s$ (Abb. 2) im Vergleich zum berechneten Wert $s_{\bar{t}} = 0,008s$ deutlich zu hoch angesetzt war. Statt die systematischen Verschiebung durch die Reaktionszeit zu erwarten, gingen wir von einer statistisch deutlich verteilten Unsicherheit in beide Richtungen durch ungenaues Messen aus. Stattdessen dominierte die reaktionsbedingte Verschiebung in eine Richtung, deren Fehler sich aber mit der zweiten Messung aufhob, da Start- und Endpunkt gleichermaßen verschoben sind.

Zur Illustration wird ein Histogramm mit einer Bin-Breite von 0,02 s erstellt:

Was meint ihr damit?? Eure Begründung mit dem Aufheben von Start- und Endreaktion stimmt so nicht. Beide Reaktionszeiten wirken in dieselbe Richtung, d. h. die gemessene Zeit wird systematisch länger als die tatsächliche Fallzeit. Man reagiert ja zweimal "zu spät"...

Ich verstehe nicht, worauf ihr hinauswollt.

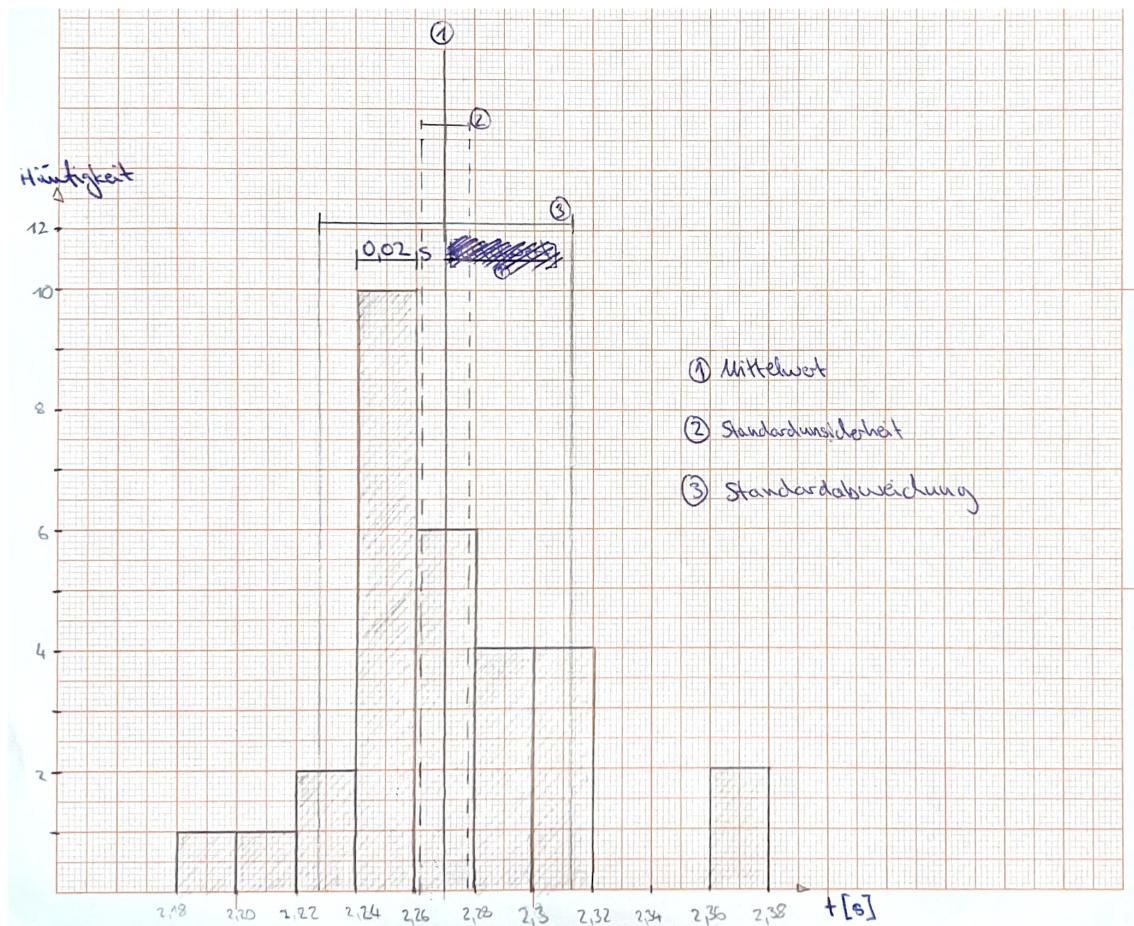


Abbildung 4: Histogramm zu Messreihe 1

Der Schwerpunkt des Histogramms liegt wie eingezeichnet um den Mittelwert und die Verteilung ist klar um das Zentrum konzentriert. Auch zu erkennen ist, dass circa zwei Drittel der Werte in dem $1\text{-}\sigma$ Intervall um den Mittelwert liegen. In Anbetracht des geringen Datenumfangs mit $n = 30$ kann bei der beschriebenen Symmetrie von einer normalverteilten Messgröße ausgegangen werden. Um diese Annahme zusätzlich zu überprüfen, wurde ein **Shapiro-Wilk-Test**¹ mit scipy-stats² durchgeführt. Dabei ergaben sich die Werte $W=0.954$ mit einem p-Wert von $p=0.217$. Der Test ist zwar nicht ausschlaggebend für die Beurteilung, stützt aber die Annahme einer Normalverteilung, da kein signifikanter Unterschied festgestellt wurde.

Interessant,
den kenne ich
garnicht

4.2 Bestimmung der Viskosität

Da unser Viskosimeter einen begrenzten, konstanten Innenradius R aufweist, wird die tatsächliche Reibungskraft größer als die Stokes-Reibung $F_S = 6\pi\eta r v$. Deshalb muss für die Bestimmung der Viskosität die Ladenburg-Korrektur berücksichtigt und die Viskosität als Funktion des variablen Kugeldurchmessers errechnet werden.

¹<https://de.wikipedia.org/wiki/Shapiro-Wilk-Test>

²<https://docs.scipy.org/doc/scipy-1.15.2/reference/generated/scipy.stats.shapiro.html>

In Abb. 5 sind die Fallzeiten für zehn weitere Kugelgrößen aufgetragen.

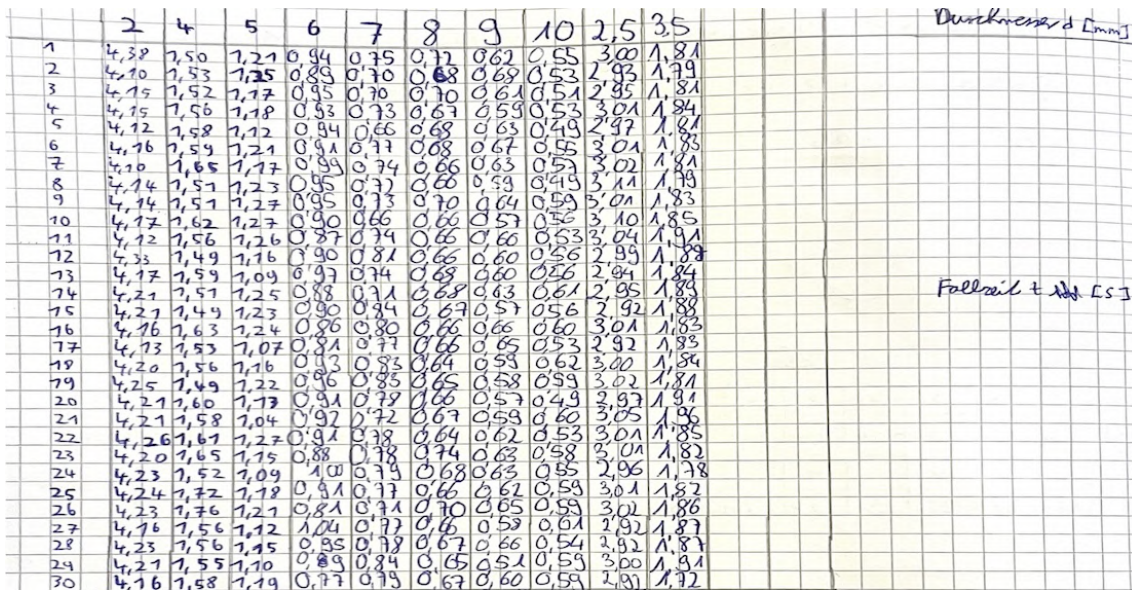


Abbildung 5: Zeit-Messreihen 2-11

Diese sind gekennzeichnet durch den Durchmesser, der für sie im Aufbau angegeben wurde.

In beibehaltener Anordnung sind in Tabelle 2 der errechnete Mittelwert $\bar{t}$, die Standardabweichung s_t und die Standardunsicherheit $s_{\bar{t}}$ dargestellt.

$\hat{d}$ [mm]	1,995	3,995	4,995	5,995	6,995	7,995	8,995	9,995	2,495	3,495
$\bar{t}$ [s]	4,191	1,570	1,180	0,914	0,760	0,672	0,614	0,560	2,990	1,841
s_t [s]	0,063	0,066	0,064	0,057	0,048	0,022	0,037	0,037	0,050	0,049
$s_{\bar{t}}$ [s]	0,012	0,012	0,012	0,010	0,009	0,004	0,007	0,007	0,009	0,009

Tabelle 1: Mittelwert, Standardabweichung, Standardunsicherheit

Ein qualitativer Vergleich mit der Erwartung aus Abschnitt 4.1 zeigt, dass sich die Standardunsicherheiten, trotz geringer Inkonzanz der Messungen, in der gleichen Größenordnung bewegen und wir deshalb für alle Messreihen von einer ähnlichen Streuung ausgehen können.

Um nun auf die scheinbare Viskosität der einzelnen Kugelgrößen η_r zu schließen, verwenden wir die Formel aus der Versuchsanleitung:

$$\hat{\eta}_r = \frac{2}{9} \frac{\hat{r}^2}{\hat{v}} (\rho_K - \rho_G) g \quad (1)$$

Mit der Erdbeschleunigung $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, der angegebenen Dichte des Kugelstahls $\rho_K = (7,86 \pm 0,01) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, der gemessenen Dichte des Glycerins $\rho_G = (1,220 \pm 0,002) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ und dem Radius $r = \frac{d}{2}$, muss noch die Geschwindigkeit zuzüglich ihrer Standardunsicherheit mittels Gauß'scher Fehler-

Kann man sich eigentlich sparen, wenn ihr direkt $v = s/t$ einsetzt. Dann müsst ihr nicht extra noch eine Fehlerfortpflanzung für die Geschwindigkeit machen.

fortpflanzung bestimmt werden.

$$v = \frac{s}{t} \quad (2)$$

$$\Delta v = \sqrt{\left(\frac{1}{t} \cdot \Delta s\right)^2 + \left(-\frac{s}{t^2} \cdot \Delta t\right)^2} \quad (3)$$

Damit sind alle Größen zur Berechnung der scheinbaren Viskosität η_r ³ samt ihrer Unsicherheit gegeben.

$$\Delta \eta_r = \sqrt{\left(\frac{4}{9} \frac{r}{v} (\rho_K - \rho_F) g \cdot \Delta r\right)^2 + \left(\frac{2}{9} \frac{r^2}{v^2} (\rho_K - \rho_F) g \cdot \Delta v\right)^2 + \left(\frac{2}{9} \frac{r^2}{v} g \cdot \Delta \rho_K\right)^2 + \left(\frac{2}{9} \frac{r^2}{v} g \cdot \Delta \rho_F\right)^2}$$

$\left(\eta_r = \hat{\eta}_r \pm \Delta \eta \right)$

(4)

Nach dem Auftragen von η_r mit Fehlerbalken gegen den Kugelradius r , wird von Hand eine Ausgleichsgerade gezogen.

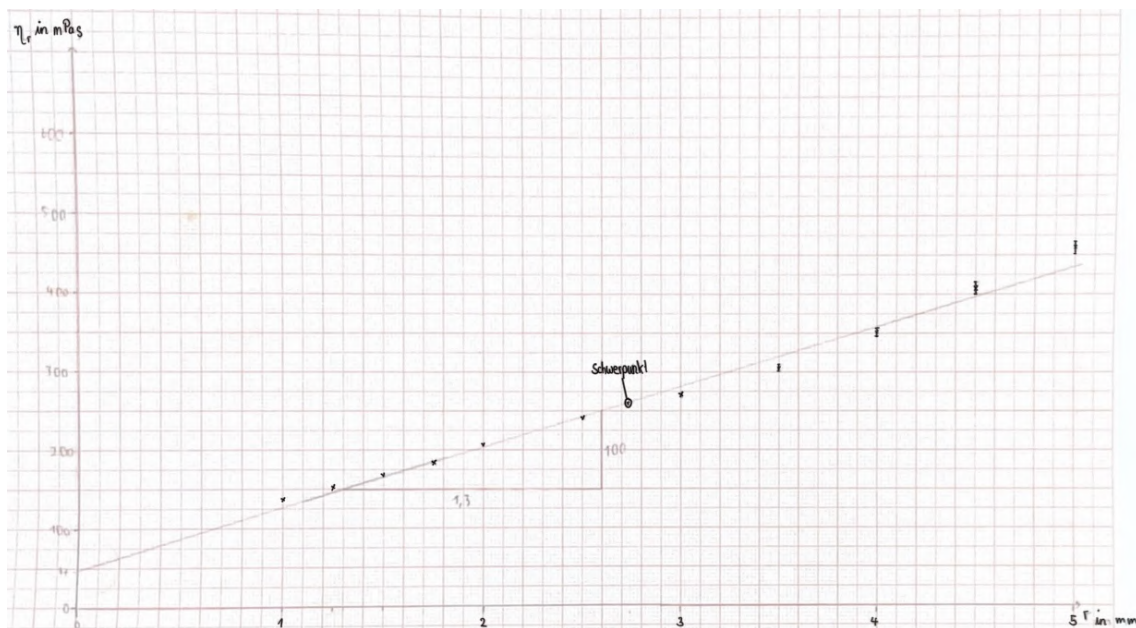


Abbildung 6: Viskositäten $\eta(r)$ mit Ausgleichsgerade

Deren Parameter-Unsicherheiten für Steigung a und Achsenabschnitt b werden mit Hilfe eines von Hand angefertigten Residuendiagramms mit Konfidenzband bestimmt.

³Die Werte sind zu finden in Tabelle 2

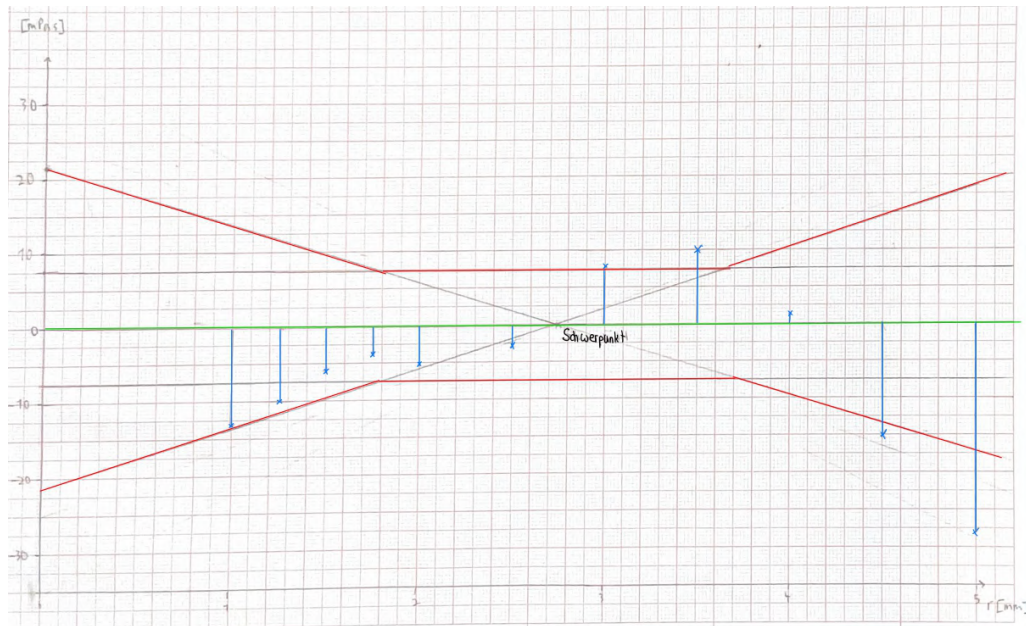


Abbildung 7: Residuendiagramm mit Konfidenzband (rot) und Residuen (blau)

Runden der Unsicherheit auf 1 signifikante Stelle!!

$a = (77 \pm 9) \text{ mPas/mm}$

$b = (50 \pm 20) \text{ mPas}$

Steigung: $\hat{a} = 76,92 \text{ mPas/mm}$

$\Delta a = 9,38 \text{ mPas/mm}$

Achsenabschnitt: $\hat{b} = 47 \text{ mPas}$

$\Delta b = 22 \text{ mPas}$

Da die Viskosität η normalerweise eine Materialkonstante ist, und unsere Werte für η_r dies keineswegs bestätigen, liegt der Schluss nahe, dass unsere Annahme von einer laminaren Strömung falsch gewesen ist. Daher verwenden wir Extrapolation, um den wahren Wert für η zu bestimmen. Hierzu lesen wir an unserer Ausgleichsgerade unseren Achsenabschnitt ab, da bei diesem der Radius der Kugel gegen null geht, und somit dort die Bedingungen für eine laminare Strömung am ehesten gegeben sind. Damit kommen wir für die Viskosität von Glycerin auf:

$\eta = \cancel{\hat{\eta} \pm \Delta\eta} = (47 \pm 22) \text{ mPas}$ **Runden auf 1 signifikante Stelle, auch bei ganzen Zahlen**

Um nun zu untersuchen, ob die Annahme einer laminaren Strömung tatsächlich unrealistisch gewesen ist, werden die Reynoldszahlen Re ⁴ samt Unsicherheit für jede Kugel berechnet und mit Fehlerbalken händisch in ein Diagramm eingetragen.

$$Re_d = \frac{\rho v d}{\eta}$$

$$\Delta Re_d = \sqrt{\left(\frac{v d}{\eta} \cdot \Delta \rho\right)^2 + \left(\frac{\rho d}{\eta} \cdot \Delta v\right)^2 + \left(\frac{\rho v}{\eta} \cdot \Delta d\right)^2 + \left(-\frac{\rho v d}{\eta^2} \cdot \Delta \eta\right)^2} \quad (5)$$

⁴zu finden in Tabelle 2

Hierfür verwenden wir die von uns bestimmte Viskosität η und nicht η_r , weil bei der Bestimmung dieser bereits die Annahme verwendet wurde, dass es sich um eine laminare Strömung handelt. Daher würde bei einer Verwendung von η_r die Aussagekraft der Reynoldszahlen verloren gehen.

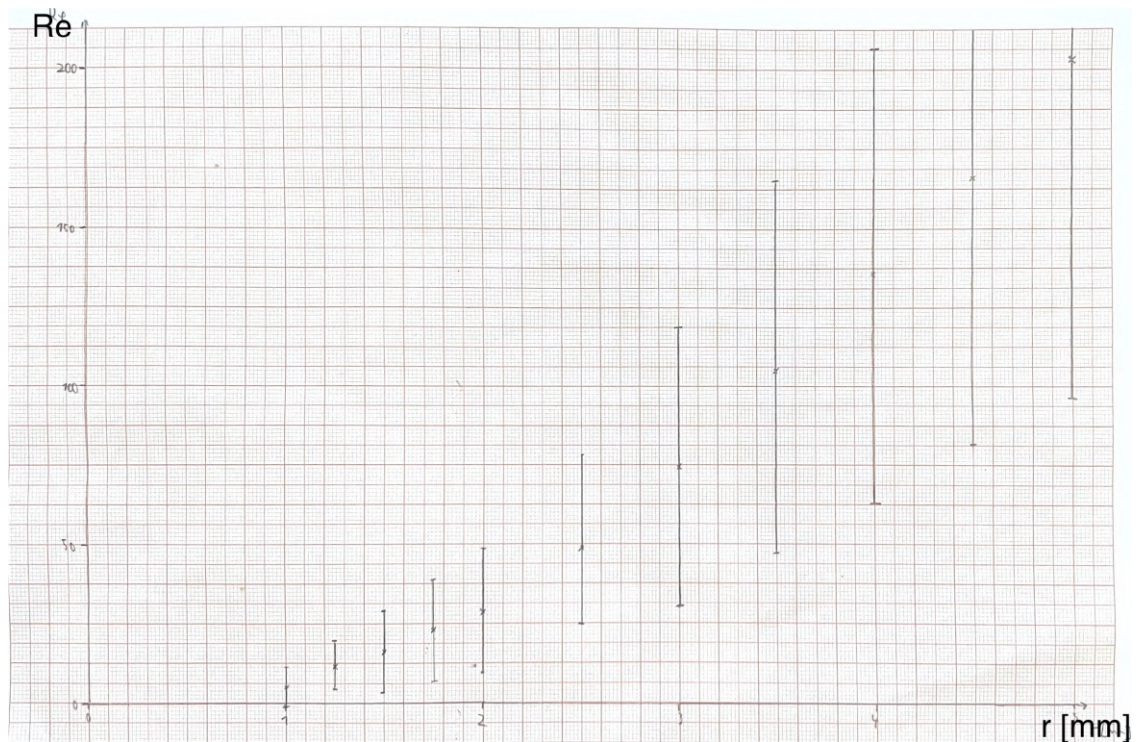


Abbildung 8: Reynolds-Zahlen mit Unsicherheiten

Hier eine Tabelle mit den in Gleichung (1) bis Gleichung (5) verwendeten und errechneten Werten.

$\hat{d}[\text{mm}]$	$\hat{r} [\text{mm}]$	$\hat{t}[\text{s}]$	$\hat{v}[\text{m/s}]$	$\Delta v [\text{m/s}]$	$\hat{\eta}_r [\text{mPas}]$	$\Delta\eta_r [\text{mPas}]$	$\hat{Re}_d$	ΔRe_d
1,995	0,998	4,191	0,105	0,001	137	1	5,44	6,02
2,495	1,248	2,990	0,147	0,001	153	1	9,52	8,84
2,995	1,498	2,277	0,193	0,001	168	1	15,00	12,24
3,495	1,748	1,841	0,239	0,002	185	2	21,68	16,03
3,995	1,998	1,570	0,280	0,002	206	2	29,04	19,90
4,995	2,498	1,180	0,373	0,003	242	2	48,36	29,79
5,995	2,998	0,914	0,481	0,005	270	3	74,85	43,03
6,995	3,498	0,760	0,579	0,007	306	4	105,13	57,68
7,995	3,998	0,672	0,655	0,008	353	4	135,93	72,16
8,995	4,498	0,614	0,717	0,010	408	6	167,41	86,79
9,995	4,998	0,560	0,786	0,012	460	7	203,92	103,86

Tabelle 2: verwendete und errechnete Werte für η_r und Re_d

Runden!!!

5 Diskussion

5.1 Reproduzierbarkeit der Zeitmessung

Der Versuch hat gezeigt, dass auch mit einer relativ kleinen Stichprobe von $n=30$ schon recht aussagekräftige Ergebnisse erzielt werden können. Sowohl Histogramm als auch Boxplot deuten auf eine symmetrische Verteilung hin, die gut mit einer Normalverteilung übereinstimmt. Der Shapiro–Wilk-Test stützt diese Annahme zusätzlich, auch wenn man bei der geringen Datenmenge die Aussagekraft nicht überschätzen sollte.

Interessant war außerdem der Vergleich zwischen der geschätzten und der berechneten Unsicherheit: Hier wurde deutlich, dass eine grobe Einschätzung oft nicht mit der tatsächlichen statistischen Streuung übereinstimmt. **Genau deswegen ist es wichtig, die Unsicherheiten wirklich anhand der Daten zu bestimmen und nicht nur aus Erfahrung oder Gefühl heraus zu schätzen.**

Für zukünftige Versuche wäre es sinnvoll, den Einfluss der Messmethode noch weiter zu reduzieren, etwa durch technische Hilfsmittel wie Lichtschranken oder automatische Zeitmessungen. Dadurch ließen sich noch genauere Daten gewinnen und Unsicherheiten realistischer abschätzen.

Ja, aber trotzdem muss man sich Gedanken machen ueber externe (systematische) Fehlerquellen, wie die Reaktionszeit

5.2 Diskussion Bestimmung der Viskosität

Das Ziel dieses Versuchsteils war die Bestimmung der Viskosität von Glycerin. Aus unserer Durchführung ergab sich ein Wert von

$$\eta = (47 \pm 22) \text{ mPa}\cdot\text{s.} \quad \text{Runden}$$

Auffällig ist hierbei der sehr hohe relative Fehler von

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} \approx 46,8 \, \%.$$

Dieser resultiert hauptsächlich aus der starken Streuung der Werte für η_r , die wiederum auf der unzutreffenden Annahme einer laminaren Strömung beruht. Die Fehler in den Größen η_r , r , t und v liegen dagegen in einer Größenordnung, die im Vergleich zu $\Delta\eta$ vernachlässigbar ist, und können somit nicht als Ursache des großen Fehlers gelten.

Ein Vergleich mit den in der Versuchsbeschreibung angegebenen Literaturwerten gestaltet sich schwierig, da der Glycerinanteil unserer Lösung unbekannt ist. Unter der Annahme von reinem Glycerin beträgt die Viskosität bei einer Temperatur von $24,5^\circ\text{C}$ etwa $700 \text{ mPa}\cdot\text{s}$. Unser Ergebnis weicht hiervon stark ab. Nimmt man den gemessenen Wert mitsamt Fehlergrenzen als repräsentativ, so deutet dies eher auf einen Glycerinanteil von etwa 75–80 % hin. Eine exakte Einordnung ist jedoch aufgrund des unbekannten Mischungsverhältnisses nicht möglich.

Auch bei den Reynoldszahlen zeigt sich ein ähnliches Bild: Der relative Fehler ist ebenfalls sehr groß und übersteigt für die kleinste Kugel sogar 100 %. Der dominierende Einflussfaktor ist auch hier $\Delta\eta$. Dennoch liegen unsere Werte deutlich unter dem kritischen Wert von 1000^5 , sodass die Strömung nach dieser Definition laminar sein sollte. Allerdings gilt diese Grenze streng genommen

⁵Siehe Versuchsbeschreibung.

nur für reine Strömungen. Für Objekte in Strömungen kann bereits ein Bereich von 1–1000 nicht mehr vollständig als laminar betrachtet werden.

Daraus lässt sich schließen, dass die Ungenauigkeiten unserer Ergebnisse nicht primär auf grobe Fehler in der Durchführung zurückzuführen sind, sondern vielmehr darauf, dass die Strömung nicht streng laminar war und die zugrunde gelegten Formeln somit nur eingeschränkt anwendbar sind. Eine mögliche Verbesserung bestünde darin, ein deutlich breiteres Gefäß zu verwenden, um Rand- und Störeffekte zu reduzieren. Alternativ könnte auch der Kugelradius verkleinert werden, wobei allerdings die Gefahr bestünde, dass die Kugel optisch schwerer zu verfolgen ist und dadurch neue Messunsicherheiten entstehen.

Gute Diskussion :)

6 Erklärung zur Autorenschaft

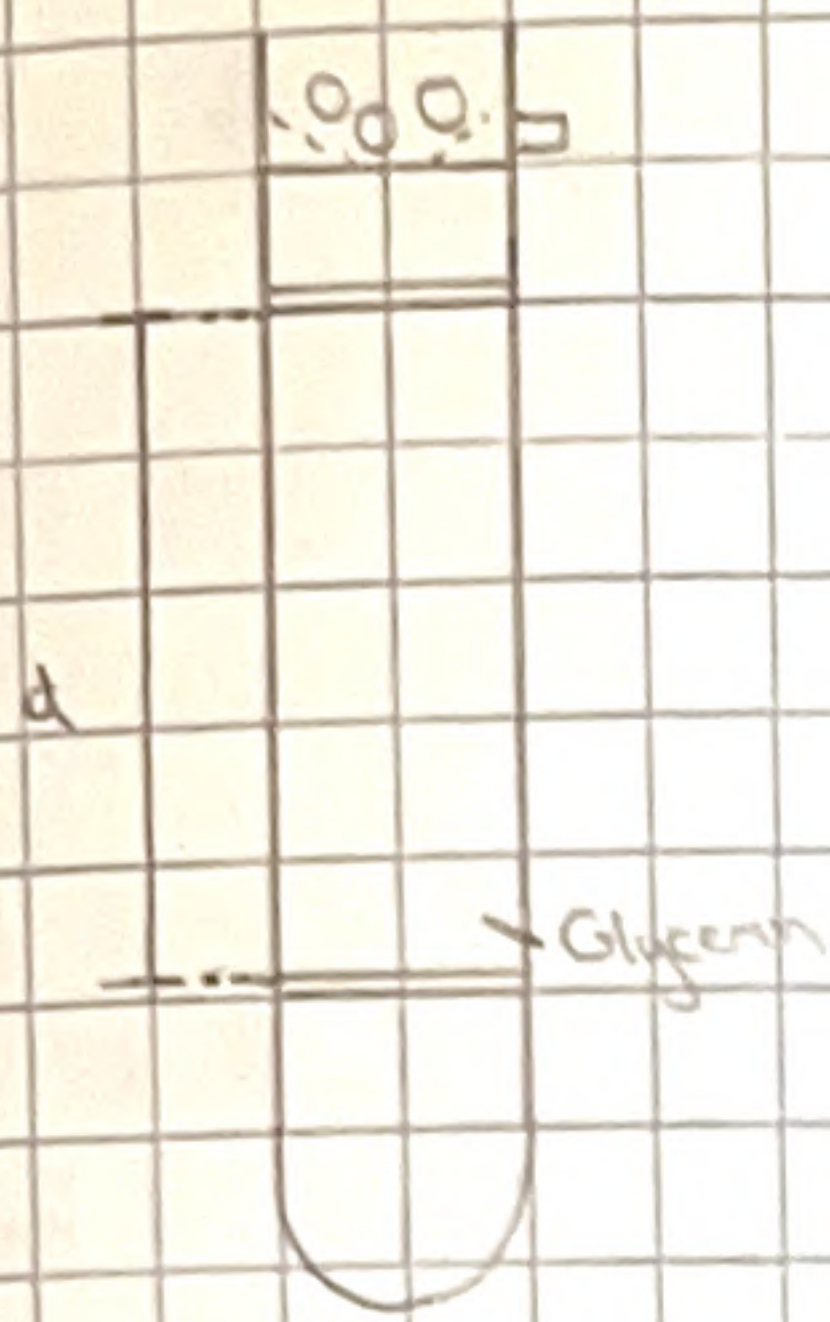
Alle Autoren haben zu allen Inhalten des Protokolls zu gleichen Teilen beigetragen.

Versuch 8 - Viskosität

11.9.25

1. Reproduzierbarkeit Zeitmessung

Skizze:



Temp: $T = 24,5^{\circ}\text{C}$ $\Delta T = \frac{0,5^{\circ}\text{C}}{\sqrt{6}}$

Dichte: $\rho_0 = 1,22 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ $\Delta \rho = \frac{0,005}{\sqrt{6}} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

Abstand: $d = 44 \text{ cm}$ $\Delta d = \frac{0,5 \text{ m}}{\sqrt{6}}$

Schätze Δt auf ~~0,05s~~ ^{0,05s}

Radius: $r_k = 1,5 \text{ mm}$

Messung	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Zeit [s]	2,32	2,24	2,24	2,24	2,26	2,29	2,38	2,28	2,27	2,29	2,30	2,25	2,24	2,37	2,27	2,31	2,26
	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30				
	2,24	2,24	2,21	2,31	2,27	2,24	2,23	2,27	2,22	2,28	2,31	2,29	2,18				

Kugel	gemessen
2 mm	1,99 mm
2,5 mm	2,49 mm
3 mm	2,99 mm
3,5 mm	2,49 mm
4 mm	3,99
4,5 mm	4,49
5 mm	4,99
6 mm	5,99
7	6,99
8	7,99
9	8,99
10	10,99 9,99

Messungen immer zentral zwischen 1,99 und 2,00

Durchmesser d [mm]

	2	4	5	6	7	8	9	10	2,5	3,5
1	4,38	1,50	1,21	0,94	0,75	0,72	0,62	0,55	3,00	1,81
2	4,10	1,53	1,25	0,89	0,70	0,68	0,68	0,53	2,93	1,79
3	4,15	1,52	1,17	0,95	0,70	0,70	0,61	0,51	2,95	1,81
4	4,15	1,56	1,18	0,93	0,73	0,67	0,59	0,53	3,01	1,84
5	4,12	1,58	1,12	0,94	0,66	0,68	0,63	0,49	2,97	1,81
6	4,16	1,59	1,21	0,91	0,77	0,68	0,67	0,55	3,01	1,83
7	4,10	1,65	1,17	0,99	0,74	0,66	0,63	0,57	3,02	1,81
8	4,14	1,51	1,23	0,95	0,77	0,66	0,59	0,49	3,11	1,79
9	4,14	1,51	1,27	0,95	0,73	0,70	0,64	0,59	3,01	1,83
10	4,17	1,62	1,27	0,90	0,66	0,66	0,57	0,56	3,10	1,85
11	4,12	1,56	1,26	0,87	0,74	0,66	0,66	0,53	3,04	1,91
12	4,33	1,49	1,16	0,90	0,81	0,66	0,60	0,56	2,99	1,88
13	4,17	1,59	1,09	0,97	0,74	0,68	0,60	0,56	2,94	1,84
14	4,21	1,51	1,25	0,88	0,71	0,68	0,63	0,61	2,95	1,89
15	4,21	1,49	1,23	0,90	0,84	0,67	0,57	0,56	2,92	1,88
16	4,16	1,63	1,24	0,86	0,80	0,66	0,66	0,60	3,01	1,83
17	4,13	1,53	1,07	0,81	0,77	0,66	0,65	0,53	2,92	1,83
18	4,20	1,56	1,16	0,93	0,83	0,64	0,59	0,62	3,00	1,84
19	4,25	1,49	1,22	0,96	0,83	0,65	0,58	0,59	3,02	1,81
20	4,21	1,60	1,13	0,91	0,78	0,66	0,57	0,49	2,97	1,91
21	4,21	1,58	1,04	0,92	0,72	0,67	0,59	0,60	3,05	1,96
22	4,26	1,61	1,27	0,91	0,78	0,64	0,62	0,53	3,01	1,85
23	4,20	1,65	1,15	0,88	0,78	0,74	0,63	0,58	3,01	1,82
24	4,23	1,52	1,09	1,00	0,79	0,68	0,63	0,55	2,96	1,78
25	4,24	1,72	1,18	0,91	0,77	0,66	0,62	0,59	3,01	1,82
26	4,23	1,76	1,21	0,81	0,71	0,70	0,65	0,59	3,02	1,86
27	4,16	1,56	1,12	1,04	0,77	0,66	0,58	0,61	2,92	1,87
28	4,23	1,56	1,15	0,95	0,78	0,67	0,66	0,54	2,92	1,87
29	4,21	1,55	1,10	0,89	0,84	0,65	0,51	0,59	3,00	1,91
30	4,16	1,58	1,19	0,77	0,79	0,67	0,60	0,59	2,91	1,72
E	4,19	1,57	1,18	0,94	0,76	0,67	0,64	0,56	2,99	1,84
s_k	0,063	0,066	0,064	0,057	0,048	0,022	0,037	0,037	0,050	0,049
s_{Σ}	0,012	0,012	0,012	0,010	0,009	0,004	0,007	0,007	0,009	0,009

Fallzeit t [s]

