

Namen der Universität und des Instituts
sowie eure Gruppennummer fehlen.

Versuch 19: Gekoppelte Pendel



Durchgeführt am 29.09.2020

Assistent: 

Ziel des versuchs, Aufbau und Durchführung, 25%: 1,0

Auswertung, 35%: 1,3

Bis auf die Verwendung der ungewichteten linearen Regression
sehr gut.

Diskussion, 25%: 1,3

Bis auf eine Aussage ist die Diskussion sehr gut. Diese Aussage ist
allerdings sehr flasch, weshalb ich euch hier etwas abziehen muss.

Formalia, 15%: 2,3

Teilweise stören eure Angaben von Werten den Lesefluss und sind
sehr sperrig. Das große Manko ist allerdings die in Abb. 2.2
verwendete Grafik. Diese dürft ihr nicht nur nicht verwenden, sie ist
auch noch redundant.

Gesamtnote: 1,3

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel des Versuchs	3
2	Versuchsaufbau	4
3	Durchführung	5
4	Auswertung und Fehleranalyse	6
4.1	Kalibrierung	6
4.2	Gegensinnige Schwingungen	6
4.3	Gleichsinnige Schwingungen	7
4.4	Schwebungen	8
4.4.1	Experimentell bestimmte Schwebungsdauern	8
4.4.2	Berechnete Schwebungsdauern	8
4.5	Kopplungsgrade	9
5	Zusammenfassung und Diskussion	11
5.1	Vergleich der Schwebungsdauern	11
5.2	Zusammenhang zwischen Kopplungsgrad und ℓ	11
5.3	Fehlerquellen	12
6	Anhang	13

Abbildungs- und Tabellenverzeichnis fehlen.

1 Ziel des Versuchs

Das Thema dieses Versuchs sind gekoppelte Schwingungen. Ziel ist es, den analytisch hergeleiteten Zusammenhang zwischen den Periodendauern der Eigenmoden und der Schwebungsdauer gekoppelter Pendel zu verifizieren.

Dabei werden für zwei durch eine Feder gekoppelte mathematische Pendel die Periodendauern für gleich- und gegensinnige Schwingungen gemessen, woraus sich die Schwebungsdauer berechnen lässt. Diese wird zusätzlich experimentell bestimmt und mit dem berechneten Ergebnis verglichen.

Außerdem wird untersucht, wie der Kopplungsgrad K des Pendels mit dem Quadrat des Abstandes ℓ zwischen Feder und Aufhängungspunkt des Pendels zusammenhängt.



Auf dieser Seite wäre noch ausreichend Platz gewesen, um mit dem nächsten Kapitel zu beginnen.

2 Versuchsaufbau

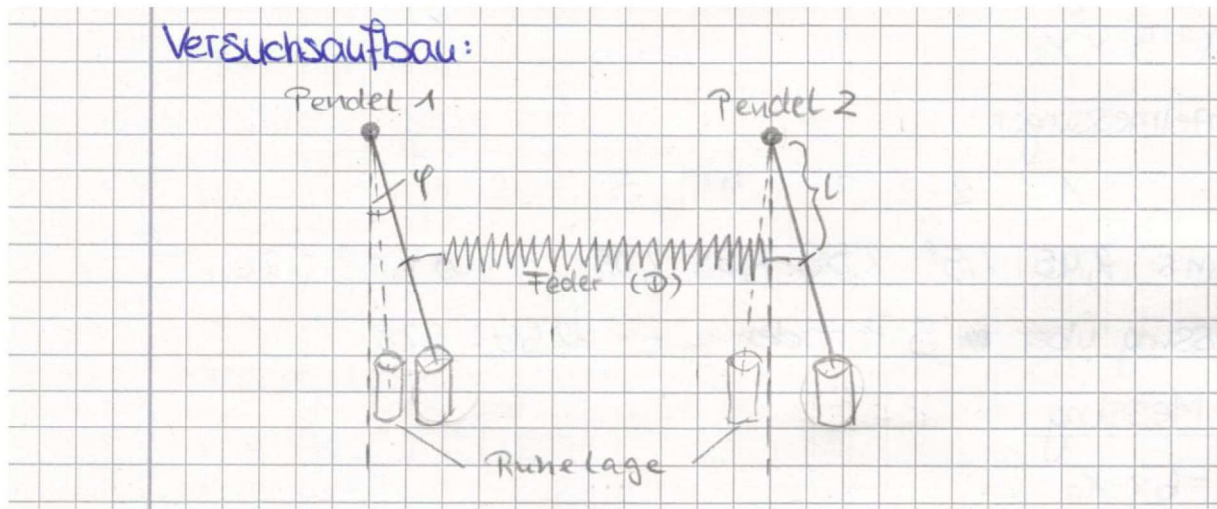


Abb. 2.1: Versuchsaufbau: Gekoppeltes Pendel

Diese Caption sollte alle eingezeichneten Größen usw. enthalten.

In Abb. 2.1 ist der Versuchsaufbau skizziert.

Der Aufbau besteht aus zwei durch eine Feder mit Federkonstante D miteinander verbundenen identischen mathematischen Pendeln mit gleicher Schwingungsebene, dabei bestehen die Pendel aus einer langen dünnen Metallstange, an der unten ein zylindrischer Metallkörper befestigt ist. Die Angriffspunkte der Feder an den Stangen der Pendel befinden sich dabei im Abstand ℓ vom jeweiligen Aufhängungspunkt, verschiebbar, sodass verschiedene Kopplungsgrade erzielt werden können.

In Abb. 2.2 sieht man die Darstellung zweier gekoppelter Pendel aus der Versuchsanleitung.

Durch eure Skizze ist diese Graphik (die man eigentlich gar nicht verwenden durfte) redundant. Außerdem reicht es in einer wissenschaftlichen Arbeit nicht, bloß das Wort "Versuchsanleitung" fallen zu lassen. Alles, was ihr euch aus anderen Dokumenten etc. nehmt muss entsprechend zitiert und gekennzeichnet werden.

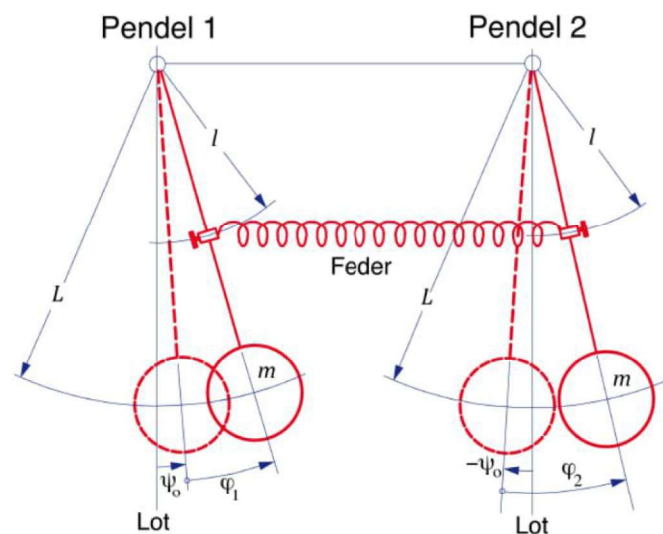


Abb. 2.2: Gekoppelte Pendel

3 Durchführung

Bevor mit der Messung begonnen werden kann, muss sichergestellt werden, dass die Schwingungsebene der beiden Pendel senkrecht ist, wozu man die Füße des Gestells, an dem die Pendel hängen, entsprechend justiert.

Außerdem wird überprüft, ob die Pendel ungekoppelt dieselbe Schwingungsdauer haben. Dazu misst man für jedes der zwei Pendel separat die Dauer T_{20}^i von zwanzig Perioden, wobei $|T_{20}^1 - T_{20}^2| \lesssim 0,2\text{s}$ sein muss. Ist dies nicht der Fall, müssen die zylindrischen Körper an den Stangen geringfügig verschoben werden.

Dann kann mit der eigentlichen Messung begonnen werden, wofür die beiden Pendel durch eine Feder mit Federkonstante D gekoppelt werden, deren Angriffspunkte auf beiden Seiten den gleichen Abstand ℓ vom jeweiligen Aufhängungspunkt haben.

Dann misst man die Schwingungsdauern T_B und T_A für gleich- und gegensinnige Schwingungen. Für die gegensinnigen Schwingungen lenkt man dazu beide Pendel um denselben Betrag in entgegengesetzte Richtungen aus und misst fünf Mal die Dauer von zwanzig Perioden, für die gleichsinnigen Schwingungen lenkt man sie um denselben Betrag in die selbe Richtung aus und misst einmal die Dauer von zwanzig Perioden. Dabei muss darauf geachtet werden, dass die Auslenkung nie größer als 5° ist, damit die Kleinwinkelnäherung für die Formeln, die später in der Auswertung verwendet werden, gilt.

Außerdem wird fünf Mal die Dauer T_S einer Schwebung gemessen. Dazu lenkt man nur eines der gekoppelten Pendel aus, welches dann das zweite anregt, dieses beginnt dann mit größer werdender Amplitude zu schwingen, während das erste Pendel zur Ruhe kommt. Die Dauer einer Schwebungsperiode ist dabei die Zeit, die ein ruhendes Pendel braucht, um danach das zweite Mal wieder in die Ruhelage zurückzukehren. Man stoppt die Zeit also von dem Moment an, von dem das erste Pendel das erste Mal in Ruhe ist, bis zu dem Moment, in dem es das insgesamt dritte Mal in Ruhe ist.

Die Messungen für die gleich- und gegensinnigen Schwingungen und die Schwebung werden für insgesamt fünf verschiedene Kopplungsgrade K durchgeführt, das heißt, für fünf verschiedene Längen ℓ .

Um die Pendel auszulenken, wird außerdem eine Vorrichtung verwendet, die es ermöglicht, beide Pendel um den gleichen Betrag auszulenken und im selben Moment losschwingen zu lassen, da es bei manuellem Auslenken immer zu Schwebungen kommen würde.

4 Auswertung und Fehleranalyse

4.1 Kalibrierung

Vor der Messung muss überprüft werden, ob die beiden Pendel ungekoppelt die gleiche Schwingungsdauern haben. Die Schwingungsdauer wurde dabei über 20 Perioden gemessen.

$$\text{Pendel 1: } T_{20}^1 = 37,21 \pm 0,2 \text{ s}$$

$$\text{Pendel 2: } T_{20}^2 = 37,03 \pm 0,2 \text{ s.}$$

Der Fehler wurde dabei aufgrund von Messungenauigkeiten geschätzt. Die Periodendauer T kann durch Division durch 20 berechnet werden.

$$\text{Pendel 1: } T_1 = 1,86 \pm 0,01 \text{ s}$$

$$\text{Pendel 2: } T_2 = 1,85 \pm 0,01 \text{ s.}$$

Der Fehler berechnet sich mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung durch partielle Ableitung

$$\Delta T = \sqrt{\left(\frac{\Delta T_{20}}{20}\right)^2} \quad (4.1)$$

Prüft man die Verträglichkeit der Ergebnisse mit der Formel

$$t = \frac{|T_1 - T_2|}{\sqrt{(\Delta T_1)^2 + (\Delta T_2)^2}} \quad (4.2)$$

$$t < 2: T_1 \text{ und } T_2 \text{ sind verträglich} \quad (4.3)$$

$$t > 2: T_1 \text{ und } T_2 \text{ sind nicht verträglich} \quad (4.4)$$

ist zu erkennen, dass die Ergebnisse verträglich sind mit $t=0,71$. Die Gewichte an den Stangen mussten somit nicht verschoben werden.

Overkill, eine Schätzung hätte es an dieser Stelle getan.

4.2 Gegenseitige Schwingungen

wird

Es wurde die gegenseitige Schwingungsdauer von 20 Perioden für 5 verschiedene Längen ℓ bestimmt. Die Messwerte sind in Tabelle 4.1 (größere Version der Tabelle in [Anhang 4](#)) zu erkennen. Für jede Länge ℓ wurde die Schwingungsdauer über 20 Perioden 5 Mal gemessen.

	$\ell_1 = 79,8 \pm 0,1 \text{ cm}$		$\ell_2 = 72,2 \pm 0,1 \text{ cm}$		$\ell_3 = 57,0 \pm 0,1 \text{ cm}$		$\ell_4 = 42,5 \pm 0,1 \text{ cm}$		$\ell_5 = 29,9 \pm 0,1 \text{ cm}$	
Messung	$T_{20} \text{ in s}$	$T \text{ in s}$	$T_{20} \text{ in s}$	$T \text{ in s}$	$T_{20} \text{ in s}$	$T \text{ in s}$	$T_{20} \text{ in s}$	$T \text{ in s}$	$T_{20} \text{ in s}$	$T \text{ in s}$
1	31,15	1,558	32,38	1,619	33,84	1,692	34,95	1,748	36,12	1,806
2	31,36	1,568	32,09	1,605	33,55	1,678	35,09	1,755	35,93	1,797
3	31,41	1,571	31,95	1,598	33,47	1,674	35,17	1,759	35,99	1,800
4	31,26	1,563	32,17	1,609	33,70	1,685	34,93	1,747	35,80	1,790
5	31,11	1,556	32,32	1,616	33,64	1,682	34,18	1,709	36,10	1,805
Mittelwert		1,563		1,609		1,682		1,743		1,799
Standardabweichung		0,006		0,009		0,007		0,02		0,007
Standardabweichung des Mittelwertes		0,003		0,004		0,003		0,009		0,003

Die Tabelle ist nicht sonderlich gut lesbar. Verwendet lieber mehrere Tabellen.

Tab. 4.1: Messwerte und Mittelwerte der gegenseitigen Schwingungen

Die Caption sollte ausführlicher sein

Der Mittelwert der Periodendauer $T_{A,i}$ zu den einzelnen Längen ℓ_i lässt sich mit der Formel

$$\overline{T_A} = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 T_{A,k} \quad (4.5)$$

berechnen. Die empirische Standardabweichung berechnet sich aus der Formel

$$s_{T_A} = \sqrt{\frac{1}{5-1} \cdot \sum_{k=1}^5 (T_{A,k} - \overline{T_A})^2} \quad (4.6)$$

und die Standardabweichung des Mittelwertes mit

$$s_{\overline{T_A}} = \frac{s_{T_A}}{\sqrt{5}}. \quad (4.7)$$

4.3 Gleichsinnige Schwingungen

Präsens Bei den gleichsinnigen Schwingungen wurde für jede der fünf verschiedenen Längen ℓ einmal die Dauer von 20 Schwingungsperioden gemessen. Die Messwerte sind in Tabelle 4.2 dargestellt.

	T ₂₀ in s	T in s
l ₁ =79,8±0,1cm	36,99	1,850
l ₂ =72,2±0,1cm	37,14	1,857
l ₃ =57,0±0,1cm	37,27	1,864
l ₄ =42,5±0,1cm	36,88	1,844
l ₅ =29,9±0,1cm	37,23	1,862
Mittelwert		1,855
Standardabweichung		0,008
Standardabweichung des Mittelwerts		0,004

Tab. 4.2: Messwerte der gleichsinnigen Schwingungen **s.**

Der Fehler berechnet für die Periodendauern $T_{B,i}$ berechnet sich mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung durch partielle Ableitung

$$\Delta T_B = \sqrt{\left(\frac{\Delta T_{20}}{20}\right)^2} \quad (4.8)$$

Der Fehler $\Delta T_{20}=0,2$ s wurde bei der Messung geschätzt. Daraus ergibt sich als Fehler der Periodendauern $T_{B,i}$

$$\Delta T_{B,i} = 0,010\text{s}. \quad (4.9)$$

Weil die Kopplungsfeder bei gleichsinnigen Schwingungen weder gestaucht noch gestreckt wird, sollten für alle ℓ_i die Schwingungsdauern $T_{B,i}$ gleich sein. Aus diesem Grund wird mit der Formel

$$\overline{T_B} = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 T_{B,k} \quad (4.10)$$

der Mittelwert gebildet. Die empirische Standardabweichung berechnet sich mit

$$s_{T_B} = \sqrt{\frac{1}{5-1} \cdot \sum_{k=1}^5 (T_{B,k} - \overline{T_B})^2}, \quad (4.11)$$

woraus sich die Standardabweichung des Mittelwertes

$$s_{\overline{T_B}} = \frac{s_{T_B}}{\sqrt{5}} \quad (4.12)$$

berechnen lässt.

4.4 Schwebungen

4.4.1 Experimentell bestimmte Schwebungsdauern

In der Tabelle 4.3 sind die gemessenen Schwebungsdauern der einzelnen Längen eingetragen. Der Fehler der Messungen wurde dabei auf $\Delta T = 0,2$ s geschätzt.

	$l_1 = 79,8 \pm 0,1$ cm	$l_2 = 72,2 \pm 0,1$ cm	$l_3 = 57,0 \pm 0,1$ cm	$l_4 = 42,5 \pm 0,1$ cm	$l_5 = 29,9 \pm 0,1$ cm
Messung	T in s	T in s	T in s	T in s	T in s
1	19,43	23,44	34,92	62,34	115,7
2	19,87	23,66	35,12	61,57	115,24
3	19,18	23,54	35,58	59,19	117,32
4	18,66	23,29	35,48	60,65	117,25
5	17,57	23,58	35,29	61,89	114,61
Mittelwert	18,9	23,50	35,3	61,1	116,0
Standardabweichung	0,9	0,14	0,3	1,2	1,2
Standardabweichung des Mittelwertes	0,4	0,06	0,12	0,6	0,5

Tab. 4.3: Messwerte und Mittelwerte der Schwebungsdauern

Der Mittelwert der Schwebungsdauern $T_{S,i}$ lässt sich analog wie oben mit der Formel

$$\overline{T_S} = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 T_{S,k} \quad (4.13)$$

berechnen, die empirische Standardabweichung mit der Formel

$$s_{T_S} = \sqrt{\frac{1}{5-1} \cdot \sum_{k=1}^5 (T_{S,k} - \overline{T_S})^2} \quad (4.14)$$

und die Standardabweichung des Mittelwertes mit der Formel

$$s_{\overline{T_S}} = \frac{s_{T_S}}{\sqrt{5}} \quad (4.15)$$

4.4.2 Berechnete Schwebungsdauern

Aus den Periodendauern der gegen- und gleichsinnigen Schwingungen lassen sich die Schwebungsdauern für die ℓ_i auch berechnen.

Bei einer Schwebung gibt es zwei Frequenzen: die Frequenz $\omega = \frac{1}{2}(\omega_A + \omega_B)$, mit der die Pendel schwingen, und die Frequenz $\omega_S = \frac{1}{2}(\omega_A - \omega_B)$, mit der sich die Amplitude der Pendel ändert und aus der sich die Schwebungsdauer ergibt. Dabei ist ω_A die Frequenz der gegen- und ω_B die Frequenz der gleichsinnigen Schwingung.

Mit $T = \frac{2\pi}{\omega}$ gilt also für die Dauer einer Schwebung

$$T_S = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}(\omega_A - \omega_B)} = \frac{4\pi}{\frac{2\pi}{T_A} - \frac{2\pi}{T_B}} = \frac{2T_A T_B}{T_B - T_A} \quad (4.16)$$

Für die Schwebungsdauern ergeben sich mit dieser Formel also folgende Werte:

Für ℓ_1 mit $T_{A,1} = 1,563 \pm 0,003$ s und $T_B = 1,855 \pm 0,004$ s: $T_{S,1} = 19,9 \pm 0,3$ s
 Für ℓ_2 mit $T_{A,2} = 1,609 \pm 0,004$ s und $T_B = 1,855 \pm 0,004$ s: $T_{S,2} = 24,3 \pm 0,6$ s
 Für ℓ_3 mit $T_{A,3} = 1,682 \pm 0,003$ s und $T_B = 1,855 \pm 0,004$ s: $T_{S,3} = 36,1 \pm 1,0$ s
 Für ℓ_4 mit $T_{A,4} = 1,743 \pm 0,009$ s und $T_B = 1,855 \pm 0,004$ s: $T_{S,4} = 57,7 \pm 5,3$ s
 Für ℓ_5 mit $T_{A,5} = 1,799 \pm 0,003$ s und $T_B = 1,855 \pm 0,004$ s: $T_{S,5} = 119,2 \pm 10,6$ s

Das ist
wirklich

Gebt's einfach tabellarisch an.

Der Fehler berechnet sich dabei jeweils aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta T_S = \sqrt{\left(\frac{2T_B^2}{(T_B - T_A)^2} \cdot \Delta T_A\right)^2 + \left(-\frac{2T_A^2}{(T_B - T_A)^2} \cdot \Delta T_B\right)^2} . \quad (4.17)$$

4.5 Kopplungsgrade

Für den Kopplungsgrad zweier gekoppelter mathematischer Pendel gilt

$$K = \frac{\omega_A^2 - \omega_B^2}{\omega_A^2 + \omega_B^2} = \frac{T_B^2 - T_A^2}{T_B^2 + T_A^2} , \quad (4.18)$$

wobei T_B die Periodendauer und ω_B die Kreisfrequenz einer gleich- und T_A die Periodendauer und ω_A die Kreisfrequenz einer gegensinnigen Schwingung ist.

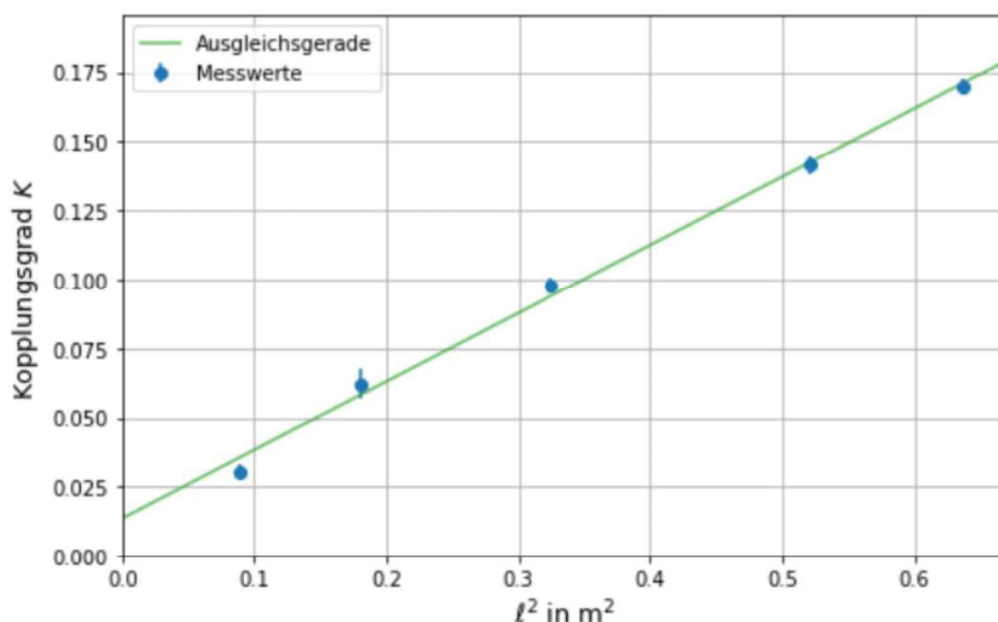
Für die Kopplungsgrade zu den Längen ℓ_i ergibt sich damit:

~~Für ℓ_1 mit $T_{A,1} = 1,563 \pm 0,003$ s und $T_B = 1,855 \pm 0,004$ s: $K_1 = 0,170 \pm 0,003$~~
~~Für ℓ_2 mit $T_{A,2} = 1,609 \pm 0,004$ s und $T_B = 1,855 \pm 0,004$ s: $K_2 = 0,141 \pm 0,003$~~
~~Für ℓ_3 mit $T_{A,3} = 1,682 \pm 0,003$ s und $T_B = 1,855 \pm 0,004$ s: $K_3 = 0,098 \pm 0,002$~~
~~Für ℓ_4 mit $T_{A,4} = 1,743 \pm 0,009$ s und $T_B = 1,855 \pm 0,004$ s: $K_4 = 0,062 \pm 0,006$~~
~~Für ℓ_5 mit $T_{A,5} = 1,799 \pm 0,003$ s und $T_B = 1,855 \pm 0,004$ s: $K_5 = 0,031 \pm 0,003$~~

Der Fehler berechnet sich dabei jeweils mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta K = \sqrt{\left(-\frac{4T_A T_B^2}{(T_A^2 + T_B^2)^2} \cdot \Delta T_A\right)^2 + \left(\frac{4T_A^2 T_B}{(T_A^2 + T_B^2)^2} \cdot \Delta T_B\right)^2} \quad (4.19)$$

Außerdem wird der Zusammenhang zwischen Kopplungsgrad K und dem Quadrat des Abstandes ℓ zwischen Angriffspunkt der Feder und Aufhängungspunkt des Pendels untersucht. In Abbildung 4.1 sind dafür die K_i zu den zugehörigen ℓ_i^2 aufgetragen.



Speichere deinen Plot bitte im pdf-Format, dieses ist als Vektorgrafik nicht auflösungsbeschränkt. Außerdem empfiehlt es sich, nicht-kreisförmige Messpunkte zu verwenden, da der Mittelpunkt von Kreisen mit dem Auge nur schwer zu erkennen ist.

Abb. 4.1: Zusammenhang zwischen ℓ^2 und Kopplungsgrad

Die Caption könnte ausführlicher sein.

Die Ausgleichsgerade $K = a + b \cdot \ell^2$ wurde dabei mit linearer Regression (ohne Gewichtung) berechnet:

$$a = \frac{\sum_{j=1}^5 (\ell_j^2)^2 \cdot \sum_{j=1}^5 K_j - \sum_{j=1}^5 \ell_j^2 \cdot \sum_{j=1}^5 \ell_j^2 K_j}{5 \cdot \sum_{j=1}^5 (\ell_j^2)^2 - (\sum_{j=1}^5 \ell_j^2)^2} \approx 0,014 \quad (4.20)$$

$$b = \frac{5 \cdot \sum_{j=1}^5 \ell_j^2 K_j - \sum_{j=1}^5 \ell_j^2 \cdot \sum_{j=1}^5 K_j}{5 \cdot \sum_{j=1}^5 (\ell_j^2)^2 - (\sum_{j=1}^5 \ell_j^2)^2} \approx 0,247 \frac{1}{\text{m}^2} \quad (4.21)$$

Die Streuung um das Modell ist dabei

$$s = \sqrt{\frac{1}{5-1} \sum_{j=1}^5 (K_j - (a + b \cdot \ell_j^2))^2} \approx 0,004 \quad (4.22)$$

woraus sich für die Unsicherheiten der Parameter

$$\Delta a = s \cdot \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^5 (\ell_j^2)^2}{5 \cdot \sum_{j=1}^5 (\ell_j^2)^2 - (\sum_{j=1}^5 \ell_j^2)^2}} \approx 0,004 \quad (4.23)$$

$$\Delta b = s \cdot \sqrt{\frac{5}{5 \cdot \sum_{j=1}^5 (\ell_j^2)^2 - (\sum_{j=1}^5 \ell_j^2)^2}} \approx 0,010 \frac{1}{\text{m}^2} \quad (4.24)$$

ergibt.

5 Zusammenfassung und Diskussion

5.1 Vergleich der Schwebungsdauern

Die Ergebnisse der Schwebungsdauern, welche gemessen und berechnet wurden, werden nun mit der Formel

$$t = \frac{|T_1 - T_2|}{\sqrt{(\Delta T_1)^2 + (\Delta T_2)^2}} \quad (5.1)$$

In welchem
Rahmen ist
dies der Fall?

$t < 2$: T_1 und T_2 sind verträglich

(5.2)

$t > 2$: T_1 und T_2 sind nicht verträglich

(5.3)

auf ihre Verträglichkeit verglichen. Die Ergebnisse dieses Vergleichs sind in Tabelle 5.1 aufgelistet.

Länge	berechnete Schwebungsdauer	gemessene Schwebungsdauer	t
$l_1 = 79,8 \pm 0,1 \text{ cm}$	$19,9 \pm 0,3 \text{ s}$	$18,9 \pm 0,4 \text{ s}$	2,00
$l_2 = 72,2 \pm 0,1 \text{ cm}$	$24,3 \pm 0,6 \text{ s}$	$23,50 \pm 0,06 \text{ s}$	1,33
$l_3 = 57,0 \pm 0,1 \text{ cm}$	$36,1 \pm 1,0 \text{ s}$	$35,28 \pm 0,12 \text{ s}$	0,81
$l_4 = 42,5 \pm 0,1 \text{ cm}$	$57,7 \pm 5,3 \text{ s}$	$61,1 \pm 0,6 \text{ s}$	0,64
$l_5 = 29,9 \pm 0,1 \text{ cm}$	$119,2 \pm 10,6 \text{ s}$	$116,0 \pm 0,5 \text{ s}$	0,30

Tab. 5.1: Vergleich der Schwebungsdauern S.O

Man kann erkennen, dass die beiden Schwebungsdauern der Längen ℓ_2 bis ℓ_5 verträglich sind. Die Verträglichkeit der Schwebungsdauern der Länge ℓ_1 kann nicht direkt nachgewiesen werden, da der Wert hier $t = 2,00$ beträgt. Es ist jedoch davon auszugehen, dass auch diese Ergebnisse mit einander verträglich sind, da alle anderen Ergebnisse verträglich sind und somit wahrscheinlich keine systematische Unsicherheit vorliegt.

Die im Versuch bestimmten Schwebungsdauern stimmen also sehr gut mit den aus der Formel erwarteten überein.

Allein durch das
Abschätzen von
Umkehrpunkten
kommen immer
systematische
Fehler zustande.
Diese sind bloß im
Rahmen dieses
Versuchs
vermutlich nicht
ausgeschlossen

5.2 Zusammenhang zwischen Kopplungsgrad und ℓ

Aus den im Versuch gemessenen Werten für die Zeiten T_A und T_B der gegen- und gleichsinnigen Schwingungen für die verschiedenen Längen ℓ_i ließ sich jeweils der Kopplungsgrad der Pendel bestimmen. Trägt man den Kopplungsgrad K gegenüber ℓ^2 auf (siehe Abb. 4.1), ergibt sich ein annähernd linearer Zusammenhang und die mittels linearer Regression bestimmte Ausgleichsgerade verläuft ungefähr innerhalb der Fehlerbalken der Datenpunkt. Es ist also $K \propto \ell^2$.

Für den Kopplungsgrad gilt

$$K = \frac{\omega_A^2 - \omega_B^2}{\omega_A^2 + \omega_B^2} \quad (5.4)$$

Dabei ergeben sich die Formeln für die Kreisfrequenzen ω_A und ω_B der gegen- und gleichsinnigen Schwingungen aus den Lösungen der Schwingungsgleichungen für die Auslenkungen der Pendel. Es gilt

$$\omega_A = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad \text{und} \quad \omega_B = \sqrt{\frac{g}{L} - \frac{2\ell^2 D}{mL^2}}, \quad (5.5)$$

wobei g die Erdbeschleunigung, L die Gesamtpendellänge, m die Masse der Pendelkörper und D die Federkonstante der Kopplungsfeder ist.

Damit ist

$$K = \frac{D\ell^2}{mLg - D\ell^2}, \quad (5.6)$$

was jedoch, anders als man aus dem Versuch erwartet, kein linearer Zusammenhang zwischen K und ℓ^2 ist.

Für $D\ell^2 \ll mLg$ lässt sich die Gleichung jedoch als

$$K \approx \frac{D\ell^2}{mLg} \quad (5.7)$$

annähern, was wiederum ein linearer Zusammenhang ist und damit mit den Messwerten aus dem Versuch übereinstimmt. Auch wenn im Versuch die Werte für m , L und D nie bestimmt wurden, ist also davon auszugehen, dass $D\ell^2 \ll mLg$ gilt.

5.3 Fehlerquellen

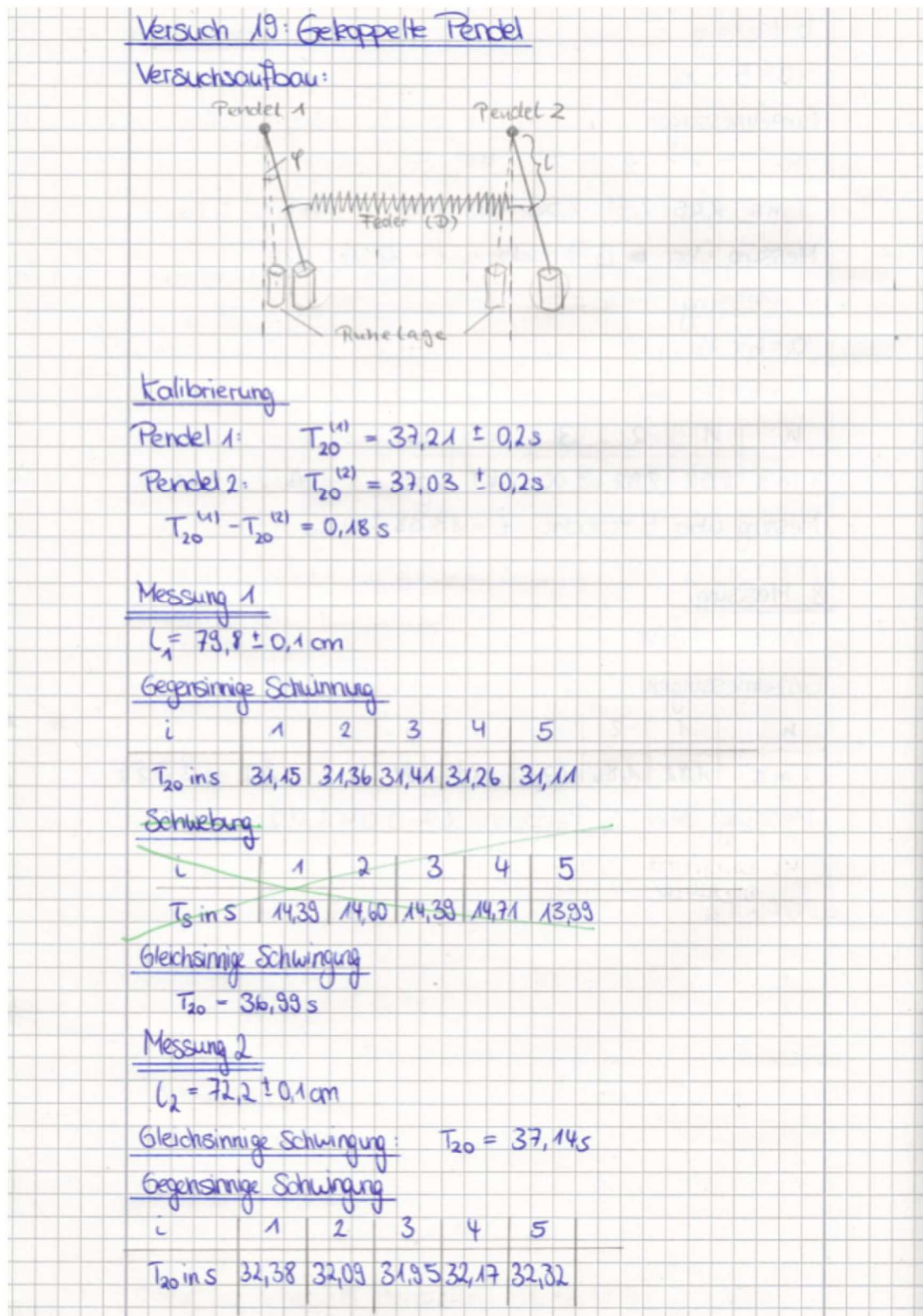
Die Feder, welche wir diesem Versuch verwendet wurde, war etwas deformiert. Aus diesem Grund wurde sie bei der gegensinnigen Schwingung etwas ungleichmäßig gestreckt und gestaucht, woraus ein möglicher Fehler in der Periodendauer resultiert.

Die Aufhängungspunkte der Pendel befanden sich außerdem innerhalb eines Kastens, sodass es nicht möglich war, den genauen Abstand ℓ zwischen Aufhängungspunkt und Federangriffspunkt zu messen. Stattdessen ließ sich nur der Abstand zwischen dem Kasten und dem Federangriffspunkt messen, sodass für alle Werte ℓ_i ein systematischer Fehler vorliegt.

Außerdem war es bei manchen Messungen der Schwebungsdauer sehr schwierig, die genaue Ruhelage zu bestimmen und dort die Zeit zu stoppen. Es kann somit zu zusätzlichen Unsicherheiten in der Zeitmessung von T_S gekommen sein.

Jedoch hatte keine dieser Fehlerquellen einen großen Einfluss auf die Ergebnisse des Versuchs, da, wie oben bereits festgestellt wurde, die Werte sehr gut mit den Erwartungen aus den Formeln übereinstimmen.

6 Anhang



Anhang 1: Rohdaten, Teil 1

<u>Schwebung</u>					
i	1	2	3	4	5
T _s in s	17,34	17,45	16,80	16,83	17,35
<u>Messung 3</u>					
L ₃ = 57,0 ± 0,1 cm					
<u>Gegensinnige Schwingung</u>					
i	1	2	3	4	5
T ₂₀ in s	33,84	33,55	33,47	33,70	33,64
<u>Schwebung</u>					
i	1	2	3	4	5
T _s in s	26,14	25,62	26,09	26,02	27,79
<u>Gleichsinnige Schwingung</u> T ₂₀ = 37,27 s					
<u>Messung 4</u> : L ₄ = 42,5 ± 0,1 cm					
<u>Gleichsinnige Schwingung</u> : T ₂₀ = 36,88 s					
<u>Schwebung</u>					
i	1	2	3	4	5
T _s in s	46,05	45,37	46,13	45,49	45,42
<u>Gegensinnige Schwingung</u>					
i	1	2	3	4	5
T ₂₀ in s	34,95	35,00	35,17	34,93	34,81
<u>Messung 5</u> : L ₅ = 29,9 ± 0,1 cm					
<u>Gegensinnige Schwingung</u>					
i	1	2	3	4	5
T ₂₀ in s	36,12	35,93	35,99	35,80	36,10
<u>Schwebung</u>					
i	1	2	3	4	5
T _s in s	88,18	88,14	87,41	87,04	86,32
<u>Gleichsinnige Schwingung</u> T ₂₀ = 37,23 s					
Für alle Zeitmessungen ΔT = 0,2 s ACHTUNG !!! Es wurde nur $\frac{3}{4}$ Schwebung gemessen					

Anhang 2: Rohdaten, Teil 2

Nun werden alle Schwebungen nochmal gemessen

Messung 1: Schwebung

i	1	2	3	4	5
T_s in s	19,43	19,87	19,18	18,66	17,57

Messung 2: Schwebung

i	1	2	3	4	5
T_s in s	23,44	23,66	23,54	23,29	23,58

Messung 3: Schwebung

i	1	2	3	4	5
T_s in s	34,92	35,12	35,58	35,48	35,23

Messung 4: Schwebung

i	1	2	3	4	5
T_s in s	62,34	61,57	59,19	60,65	61,89

Messung 5: Schwebung

i	1	2	3	4	5
T_s in s	115,70	115,24	117,32	117,25	114,61

Anhang 3: Rohdaten, Teil 3

Messung	$l_1 = 79,8 \pm 0,1 \text{ cm}$		$l_2 = 72,2 \pm 0,1 \text{ cm}$		$l_3 = 57,0 \pm 0,1 \text{ cm}$		$l_4 = 42,5 \pm 0,1 \text{ cm}$		$l_5 = 29,9 \pm 0,1 \text{ cm}$	
	$T_{20} \text{ in s}$	$T \text{ in s}$	$T_{20} \text{ in s}$	$T \text{ in s}$	$T_{20} \text{ in s}$	$T \text{ in s}$	$T_{20} \text{ in s}$	$T \text{ in s}$	$T_{20} \text{ in s}$	$T \text{ in s}$
1	31,15	1,558	32,38	1,619	33,84	1,692	34,95	1,748	36,12	1,806
2	31,36	1,568	32,09	1,605	33,55	1,678	35,09	1,755	35,93	1,797
3	31,41	1,571	31,95	1,598	33,47	1,674	35,17	1,759	35,99	1,800
4	31,26	1,563	32,17	1,609	33,70	1,685	34,93	1,747	35,80	1,790
5	31,11	1,556	32,32	1,616	33,64	1,682	34,18	1,709	36,10	1,805
Mittelwert		1,563		1,609		1,682		1,743		1,799
Standardabweichung		0,006		0,009		0,007		0,02		0,007
Standardabweichung des Mittelwertes		0,003		0,004		0,003		0,009		0,003

Anhang 4: Größere Version von Tabelle 4.1