

Versuch 36: Adiabatenexponent

(durch _____)

1

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel des Versuchs	2
2 Theorie	2
3 Durchführung und Aufbau	3
4 Messung	3
4.1 Luft	4
4.2 Argon	5
4.3 Kohlenstoffdioxid	5
4.4 Spülmessung	5
5 Auswertung	6
5.1 Luft	7
5.2 Argon	9
5.3 Kohlenstoffdioxid	10
5.4 Spülmessung	11
6 Diskussion	13
6.1 Vergleich mit theoretisch ermittelten Werten	13
6.2 Fehlerdiskussion	14
I Anhang	16

Tabelle 1 ist eine Übersicht aller in diesem Protokoll benutzten Symbole.

Größensymbol	Bedeutung
κ	Adiabatenkoeffizient
n	Anzahl an Schwingungen
T	Temperatur
p	Druck
W	Arbeit
t	Zeit
m	Masse
A	Querschnittsfläche
V	Volumen
f	Freiheitsgrade
b	Bindungszahl im Molekül
N	Atomanzahl im Molekül
u_x	Unsicherheit der Größe x

Tabelle 1: Symbole, die in diesem Versuchsprotokoll verwendet werden.

1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch lag das Augenmerk auf der adiabatischen Zustandsänderung. Es wurde dazu mithilfe eines Rüchardt-Flammerfeld-Aufbaus der Adiabatenkoeffizient κ mehrerer Gase, genauer Argon, Luft/Stickstoff und Kohlenstoffdioxid ermittelt.

2 Theorie

Im Theorieteil [1] wurde der Zusammenhang $\kappa = \frac{f+2}{f}$ hergeleitet, wobei f die Freiheitsgrade des jeweiligen Stoffes sind. Wir betrachten mit dem Versuchsaufbau, der in Abschnitt 3 genauer erläutert wird, essentiell einen Schwingkörper, der durch Druck- und Volumenänderungen betrieben wird.

Für diesen Oszillator wurde bereits der Zusammenhang

$$\kappa = \frac{4\pi^2 m V}{A^2 p T_S^2} \quad (1)$$

sowohl im Theorieteil als auch mündlich hergeleitet. Mit diesem Schwingkörper wollen wir nun den Zusammenhang $\kappa = \frac{f+2}{f} = \frac{3N-b+2}{3N-b}$ empirisch mit Gleichung (1) überprüfen. Dabei sind N die Anzahl Atome in einem Molekül und b die Bindungszahl.

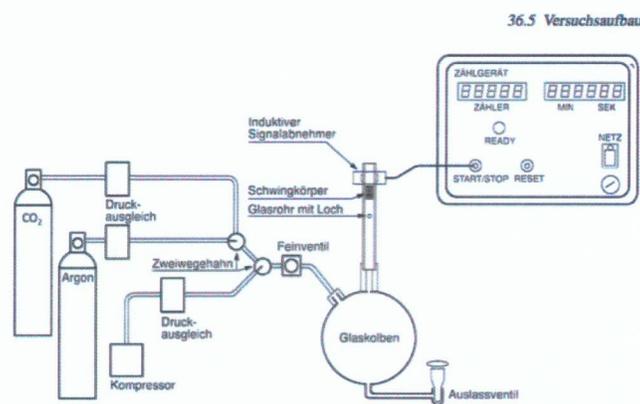


Abbildung 1: Versuchsaufbau Quelle [1]

3 Durchführung und Aufbau

Wie bereits erwähnt wurde sich ein Rüdhardt-Flammerfeld-Aufbaus (siehe Abb. 1) bedient. In diesem wird ein Gas/Gasgemisch in den Glaskolben geleitet, so dass bei ausreichend Gasdruck der Schwingkörper zu oszillieren beginnt. Diese Schwingung wird im Passieren des Induktiven Signalabnehmers von diesem registriert, wobei optimalerweise der Schwingkörper den Signalabnehmer nicht vollständig passiert, damit pro Schwingung nur ein Durchlauf abgenommen wird. Die Amplitude kann durch ein Feinventil reguliert werden.

Mithilfe eines Zählgeräts wurden Zeit und Anzahl an Schwingungen festgehalten, gemessen wurden für Argon und Luft jeweils sechs mal etwa 300 s, für Kohlenstoffdioxid vier mal etwa 300 s. Nach dem die Messungen mit einem Gas abgeschlossen war, wurde das Auslassventil geöffnet und das Gas für den darauffolgenden Versuch eingelassen, dieser Spülvorgang wurde in etwa fünf Minuten lang durchgeführt. Bei einem der Spülvorgänge (Luft → Argon) wurde im Minutenabstand eine einminütige Messung durchgeführt.

4 Messung

Es wurden zunächst einige grundsätzliche Parameter für die Messung festgelegt, diese sind zunächst der Luftdruck innerhalb des Raumes in bestimmten Zeiträumen sowie die Temperatur. Ablesefehler und Messunsicherheit bei diesen wurden auf $u_T = 0,2\text{ °C}$ für die Temperatur und $u_p = 1\text{ hPa}$ für den Luftdruck geschätzt. Die einzelnen Werte zu bestimmten Zeiten wurden in Tabelle 2 festgehalten. Außerdem wurden die Masse $m = 5,69\text{ g}$ und der Durchmesser $d = 13,45\text{ mm}$ bestimmt, wobei die Unsicherheiten sich bei diesen Angaben auf respektive $u_m = 0,01\text{ g}$ und $u_d = 0,01\text{ mm}$ belaufen. Diese konnten an den Messgeräten direkt abgelesen werden.

Uhrzeit	$T/^\circ\text{C}$	p/hPa
14:15	25,0	988
14:42	25,0	988
15:17	25,0	988,5
15:40	25,0	988
16:00	25,0	984

Tabelle 2: Raumtemperatur und Luftdruck

4.1 Luft

Mit Luft wurden wie bereits erwähnt sechs Messungen über jeweils etwa 300 s durchgeführt. Die Unsicherheit der Zeit konnte mithilfe des Geräts als 0,01 s bestimmt werden¹. Da die Beobachtung des Senders, eine Schwingung zu registrieren, binomialverteilt ist und wir die Wahrscheinlichkeit als $p \approx 1$ annehmen, können wir eine Poisson-Verteilung voraussetzen. Da wir pro Messdurchgang nur eine Beobachtung n haben, lässt sich die Varianz σ^2 mit diesem n schätzen, sodass wir für die Standardabweichung $u_n = \sqrt{n}$ festhalten können.

Die Messwerte sind in Tabelle 3 zu finden, wobei das Zeitintervall, in dem die Messung aufgenommen wurde, vermerkt ist. Es sei angemerkt, dass die ersten drei Messwerte mit Luft aufgenommen wurden, dann die Messung mit Argon durchgeführt wurde, und im Anschluss, als es für zeitlich möglich befunden wurde, sechs Messungen durchzuführen, die letzten drei Messungen mit Luft

Zeitraum	n	t/sec
14:15	764	300,22
	762	299,85
	763	299,97
15:17	770	299,92
	767	300,06
	764	299,82

Tabelle 3: Messung der Schwingungen mit Luft

¹Im Vergleich zur Unsicherheit von der Messzahl n ist diese allerdings in der Auswertung vernachlässigt worden.

4.2 Argon

Es folgen die Messungen für Argon. Diese wurden ebenfalls sechs mal durchgeführt, die Unsicherheiten sind der in den Messungen mit Luft äquivalent. Die Messwerte können in Tabelle 4 gefunden werden.

Zeitraum	n	t/sec
14:42	821	299,85
	826	300,12
	827	299,74
	830	299,96
15:17	829	299,88
	830	300,04

Tabelle 4: Messung der Schwingungen mit Argon

4.3 Kohlenstoffdioxid

Die Messung mit Kohlenstoffdioxid wurde nur viel mal durchgeführt, da nach dieser die Zeit knapp wurde. Die Unsicherheiten sind ebenfalls der Messung mit Luft äquivalent. Die Messwerte befinden sich in Tabelle 5.

Zeitraum	n	t/sec
16:00	740	300,06
	734	299,33
	734	299,92
	733	299,81

Tabelle 5: Messung der Schwingungen mit Kohlenstoffdioxid

4.4 Spülmessung

Zwischen den ersten drei Messungen mit Luft und den Messungen mit Argon wurde der Spülvorgang immer nach einer Minute unterbrochen und eine einminütige Messung durchgeführt. Es kam ein statistischer Fehler zustande, da der Signalabnehmer die ersten fünf Schwingungen nicht registrierte, diese werden in der Auswertung berücksichtigt. Die Messwerte befinden sich in Tabelle 6.

Die Unsicherheiten sind ebenfalls zu der in der Messung mit Luft analog.

Zeitraum	n	t/sec
14:15	147 (+5)	60,03
	159	60,00
	161	60,00
	163	59,82

Tabelle 6: Messung der Schwingungen Im Spülvorgang

5 Auswertung

Bevor zu den stoffspezifischen Auswertungen der Messungen übergegangen wird, muss die Fläche A und der Schweredruck p_G berechnet werden. Der Durchmesser des zylinderförmigen Schwingers betrug $d = (13,45 \pm 0,05)$ mm, damit folgt für die Fläche A :

$$\begin{aligned} A &= \pi \frac{d^2}{4} \\ &= 142,08 \text{ mm}^2 \end{aligned} \quad (2)$$

Der Fehler lässt sich mit dem vereinfachten Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz berechnen:

$$\begin{aligned} u_A &= A \sqrt{\left(2 \frac{u_d}{d}\right)^2} \\ &= 1,05 \text{ mm}^2 \end{aligned} \quad (3)$$

Nun ist noch der Schweredruck p_G zu berechnen, der zusammen mit dem Luftdruck der Umgebung p_U den Gesamtdruck p ausmacht. Der Schweredruck, der durch die Gewichtskraft des Schwingers verursacht wird, lässt sich durch Division von Gewichtskraft und Querschnittsfläche erhalten:

$$\begin{aligned} p_G &= \frac{F_G}{A} \\ &= \frac{m \cdot g}{A} \\ &= 392,87 \text{ Pa} \end{aligned} \quad (4)$$

Die Unsicherheit dieses Wertes beträgt

$$\begin{aligned} u_{p_G} &= p_G \cdot \sqrt{\left(\frac{u_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{u_A}{A}\right)^2} \\ &= 3,00 \text{ Pa.} \end{aligned} \quad (5)$$

Das Vorgehen der Auswertung verläuft für die folgenden Teile sehr ähnlich zueinander: Zunächst werden aus den Gesamtzeiten die durchschnittlichen

Periodendauern berechnet. Da zu verschiedenen Zeitpunkten verschiedene Werte für den Umgebungsdruck ermittelt wurden, werden die Gesamtdrücke ad hoc berechnet. Nachdem die Adiabatenkoeffizienten aller Stoffe berechnet wurden, werden die einzelnen Periodendauern in einer Grafik zusammengefasst.

5.1 Luft

Ausgehend von Tabelle 3 lassen sich sechs verschiedene Werte für die Periodendauer $T_{S,i}$, $i = 1, \dots, 6$ aus dem Zusammenhang

$$T_{S,i} = \frac{T_{\text{ges},i}}{n_i} \quad (6)$$

berechnen. Für den Fehler $u_{T_{S,i}}$ der einzelnen Periodendauern muss das vereinfachte Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz angewandt werden, wobei wir den Fehler der Gesamtzeit als vernachlässigbar gering gegenüber dem Fehler der Zählungen ansehen können:

$$u_{T_{S,i}} = \frac{T_{S,i}}{\sqrt{n_i}} \quad (7)$$

Aus Gleichungen (6) und (7) erhalten wir folgende Werte:

$$\begin{aligned} T_{S,1} &= (3,93 \pm 0,14) \cdot 10^{-1} \text{ s} \\ T_{S,2} &= (3,94 \pm 0,14) \cdot 10^{-1} \text{ s} \\ T_{S,3} &= (3,93 \pm 0,14) \cdot 10^{-1} \text{ s} \\ T_{S,4} &= (3,90 \pm 0,14) \cdot 10^{-1} \text{ s} \\ T_{S,5} &= (3,91 \pm 0,14) \cdot 10^{-1} \text{ s} \\ T_{S,6} &= (3,92 \pm 0,14) \cdot 10^{-1} \text{ s} \end{aligned} \quad (8)$$

Nun bilden wir den arithmetischen Mittelwert dieser Größen:

$$\begin{aligned} \overline{T_S} &= \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 T_{S,i} \\ &= 3,92 \cdot 10^{-1} \text{ s} \end{aligned} \quad (9)$$

Der Fehler, der sich dabei fortpflanzt, lässt sich erneut über das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz ermitteln:

$$\begin{aligned} u_{\overline{T_S}} &= \sqrt{\sum_{i=1}^6 \left(\frac{u_{T_{S,i}}}{6} \right)^2} \\ &= 5,79 \cdot 10^{-3} \text{ s} \quad \checkmark \text{ sehr gut} \end{aligned} \quad (10)$$

Zum Vergleich dieser Unsicherheit kann noch die Standardabweichung des Mittelwerts $s_{\overline{T_S}} = \sigma_{\overline{T_S}}/\sqrt{6}$ berechnet werden:

$$s_{\overline{T_S}} = \sqrt{\frac{1}{6(6-1)} \sum_{i=1}^6 (T_{S,i} - \overline{T_S})^2} \quad (11)$$

$$= 6,17 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

Die Standardabweichung des Mittelwerts ist deutlich geringer als die Unsicherheit, die sich über die Gaußsche Fehlerfortpflanzung ergeben hat. Um den Fehler im Folgenden aber nicht zu unterschätzen, wählen wir die durch das Gaußsche Verfahren errechnete Unsicherheit, d.h.:

$$T_S = (3,92 \pm 0,06) \cdot 10^{-1} \text{ s} \quad (12)$$

Jetzt ist noch der Gesamtdruck p zu berechnen. Da drei unserer Messungen um 14:15 und drei um 15:17 durchgeführt wurden und sich die Drücke an diesen Stellen minimal unterscheiden, wird der Mittelwert über die Drücke gebildet:

$$\overline{p_U} = \frac{1}{2} p_{14:15} + \frac{1}{2} p_{15:17} \quad (13)$$

$$= 988,25 \text{ hPa}$$

Die Unsicherheit dieses Wertes beträgt

$$u_{\overline{p_U}} = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{1}{2} \text{ hPa}\right)^2} \quad (14)$$

$$= 7,07 \cdot 10^{-1} \text{ hPa.}$$

Der Umgebungsdruck muss nun zum Druck der Schwerkraft p_G addiert werden, um den Gesamtdruck zu erhalten:

$$p = p_U + p_G \quad (15)$$

$$= 992,18 \text{ hPa}$$

Die Unsicherheit des Druckes lässt sich mit dem vereinfachten Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz berechnen:

$$u_p = \sqrt{(u_{p_G})^2 + (u_{p_U})^2} \quad (16)$$

$$= 7,07 \cdot 10^1 \text{ Pa}$$

Nun sind alle Größen bestimmt, um den Adiabatenkoeffizienten κ zu berechnen:

$$\kappa = \frac{4\pi^2 m V}{A^2 p T_S^2} \quad (17)$$

$$= 1,62$$

Die Unsicherheit dieses Wertes lässt sich ebenfalls mit dem vereinfachten Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz errechnen:

$$u_{\kappa} = \kappa \cdot \sqrt{\left(\frac{u_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{u_V}{V}\right)^2 + \left(2\frac{u_A}{A}\right)^2 + \left(\frac{u_p}{p}\right)^2 + \left(2\frac{u_{\overline{T_S}}}{\overline{T_S}}\right)^2} \quad (18)$$

$$= 2,80 \cdot 10^{-1} \quad \checkmark$$

Für die Messreihe von Luft erhalten wir also für den Adiabatenkoeffizienten:

$$\kappa_{\text{Luft}} = 1,62 \pm 0,30 \quad \checkmark \quad (19)$$

5.2 Argon

Für Argon gehen wir komplett analog vor. Ausgehend von Gleichungen (6) und (7) erhalten wir für die sechs Periodendauern:

$$\begin{aligned} T_{S,1} &= (3,65 \pm 0,10) \cdot 10^{-1} \text{ s} \\ T_{S,2} &= (3,63 \pm 0,10) \cdot 10^{-1} \text{ s} \\ T_{S,3} &= (3,62 \pm 0,10) \cdot 10^{-1} \text{ s} \\ T_{S,4} &= (3,61 \pm 0,10) \cdot 10^{-1} \text{ s} \\ T_{S,5} &= (3,62 \pm 0,10) \cdot 10^{-1} \text{ s} \\ T_{S,6} &= (3,61 \pm 0,10) \cdot 10^{-1} \text{ s} \end{aligned} \quad (20)$$

Der Mittelwert dieser Messwerte beträgt

$$\begin{aligned} \overline{T_S} &= \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 T_{S,i} \\ &= 3,62 \cdot 10^{-1} \text{ s.} \end{aligned} \quad (21)$$

Um einen zu Abschnitt 5.1 vergleichbaren Wert zu erhalten, muss auch hier die Unsicherheit über die Gaußsche Fehlerfortpflanzung (und nicht über den Standardfehler) berechnet werden:

$$\begin{aligned} u_{\overline{T_S}} &= \sqrt{\sum_{i=1}^6 \left(\frac{u_{T_{S,i}}}{6}\right)^2} \\ &= 5,15 \cdot 10^{-3} \text{ s} \end{aligned} \quad (22)$$

Da wir für den Umgebungsdruck die gleiche Situation haben wie schon in Abschnitt 5.1, können wir den Umgebungsdruck mitsamt Unsicherheit übernehmen:

$$p_U = (988,25 \pm 0,70) \text{ hPa} \quad (23)$$

Da sich auch der Gewichtsdruck nicht verändert hat, lässt sich auch der Gesamtdruck p übernehmen:

$$p = (992,18 \pm 0,70) \text{ hPa} \quad (24)$$

Der Adiabatenkoeffizient von Argon lautet also:

$$\begin{aligned}\kappa &= \frac{4\pi^2 mV}{A^2 p T_S^2} \\ &= 1,90\end{aligned}\quad (25)$$

Die Unsicherheit dieses Wertes berechnet sich analog zu Gleichung (18):

$$u_\kappa = 3,2 \cdot 10^{-1} \quad (26)$$

Das Ergebnis dieser Messreihe lautet daher:

$$\boxed{\kappa_{\text{Argon}} = 1,90 \pm 0,30} \quad (27)$$

5.3 Kohlenstoffdioxid

Auch bei dieser Messung ist wie in Abschnitt 5.1 zu verfahren. Zunächst werden aus Tabelle 5 die Periodendauern nach Gleichungen (6) und (7) ermittelt:

$$\begin{aligned}T_{S,1} &= (4,05 \pm 0,15) \cdot 10^{-1} \text{ s} \\ T_{S,2} &= (4,08 \pm 0,15) \cdot 10^{-1} \text{ s} \\ T_{S,3} &= (4,09 \pm 0,15) \cdot 10^{-1} \text{ s} \\ T_{S,4} &= (4,09 \pm 0,15) \cdot 10^{-1} \text{ s}\end{aligned}\quad (28)$$

Der Mittelwert dieser Messwerte beträgt

$$\begin{aligned}\overline{T_S} &= \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 T_{S,i} \\ &= 4,08 \cdot 10^{-1} \text{ s.}\end{aligned}\quad (29)$$

Auch hier erfolgt die Ermittlung der Unsicherheit über Fehlerfortpflanzung:

$$u_{\overline{T_S}} = 7,52 \cdot 10^{-3} \text{ s} \quad (30)$$

Da weniger Messwerte aufgenommen wurden, ist die Unsicherheit hier leicht höher. Nun ist der Gesamtdruck aus Gewichtsdruck und der Umgebungsdruck um 16:00 Uhr zu bestimmen:

$$\begin{aligned}p &= p_U + p_G \\ &= 987,93 \text{ hPa}\end{aligned}\quad (31)$$

Die Unsicherheit dieses Wertes lässt sich erneut mit dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz berechnen:

$$\begin{aligned}u_p &= \sqrt{(u_{p_G})^2 + (u_{p_U})^2} \\ &= 7,01 \cdot 10^1 \text{ Pa}\end{aligned}\quad (32)$$

Nun kann der Adiabatenkoeffizient von Kohlenstoffdioxid berechnet werden:

$$\begin{aligned}\kappa &= \frac{4\pi^2 mV}{A^2 p T_S^2} \\ &= 1,51\end{aligned}\quad (33)$$

Die Unsicherheit folgt aus Gleichung (18) als

$$u_\kappa = 3,67 \cdot 10^{-1} \quad (34)$$

Aus dieser Messreihe erhalten wir somit:

$$\boxed{\kappa_{\text{CO}_2} = 1,51 \pm 0,37} \quad (35)$$

Zuletzt lassen sich noch die Periodendauern in einer Graphik zusammenfassen. Dafür werden die einzelnen Messergebnisse mit errechneten Fehlern auf den jeweiligen Messvorgang aufgetragen (siehe Abb. 2).

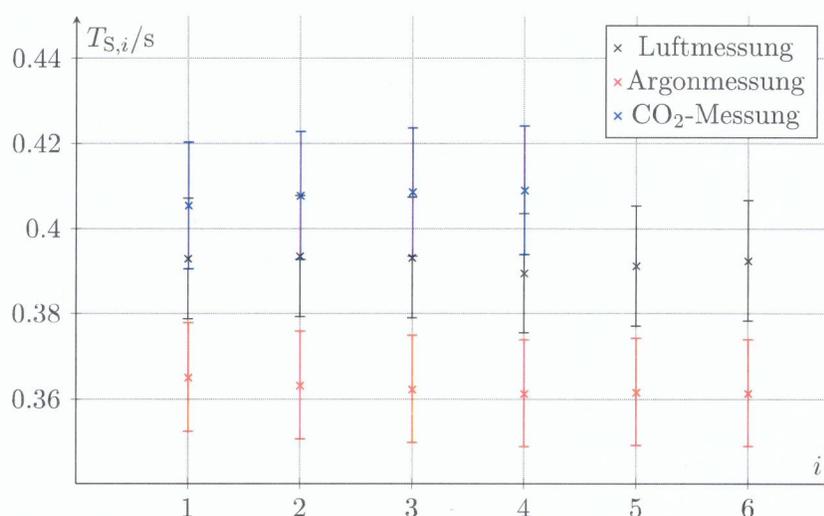


Abbildung 2: Periodendauern der einzelnen Stoffe nach Messvorgang.

5.4 Spülmessung

Zusätzlich zu den Messungen der einzelnen Stoffe wurde eine Spülmessung² durchgeführt, die in Tabelle 6 aufgeführt ist. Im Folgenden berechnen wir aus jeder einzelnen Periodendauer den Adiabatenkoeffizient und tragen diese vier Koeffizienten in einem Diagramm auf. Abschließend kann dann noch die Zusammensetzung untersucht werden.

²d.h. Luft wurde durch Argon ersetzt.

Aus Gleichungen (6) und (7) ergibt sich für die einzelnen Periodendauern:

$$\begin{aligned} T_{S,1} &= (3,95 \pm 0,32) \cdot 10^{-1} \text{ s} \\ T_{S,2} &= (3,77 \pm 0,30) \cdot 10^{-1} \text{ s} \\ T_{S,3} &= (3,73 \pm 0,29) \cdot 10^{-1} \text{ s} \\ T_{S,4} &= (3,67 \pm 0,29) \cdot 10^{-1} \text{ s} \end{aligned} \quad (36)$$

Der Gesamtdruck zum Zeitpunkt der Spülmessung setzt sich aus dem Gewichtsdruk und dem Umgebungsdruck zur Zeit 14:15 zusammen. Die Unsicherheit errechnet sich wie oben bereits mit dem vereinfachten Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz und wir erhalten:

$$p = (991,92 \pm 0,71) \text{ hPa} \quad (37)$$

Nun können die vier Adiabatenkoeffizienten berechnet werden. Analog zu Gleichungen (17) und (18) ergibt sich:

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= 1,60 \pm 0,65 \\ \kappa_2 &= 1,75 \pm 0,70 \\ \kappa_3 &= 1,80 \pm 0,71 \\ \kappa_4 &= 1,85 \pm 0,73 \end{aligned} \quad (38)$$

Die Adiabatenkoeffizienten können nun in ein Diagramm (siehe Abb. 3) aufgetragen werden. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurden die Fehlerbal-

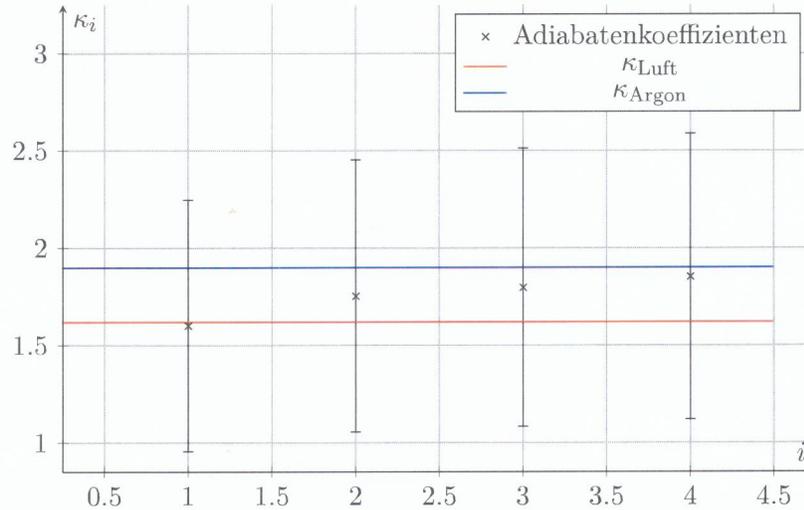


Abbildung 3: Adiabatenkoeffizienten nach Messvorgang

ken von Luft und Argon in der Graphik weggelassen.

Die einzelnen κ_i bestehen zu einer gewissen Prozentzahl x aus Luft und zu einer komplementären Prozentzahl $1 - x$ aus Argon ($x \in [0, 1]$). Daraus folgt:

$$\kappa_i = x \cdot \kappa_{\text{Luft}} + (1 - x) \cdot \kappa_{\text{Argon}} \quad (39)$$

Da wir κ_i kennen, können wir nach x umformen:

$$x = \frac{\kappa_i - \kappa_{\text{Argon}}}{\kappa_{\text{Luft}} - \kappa_{\text{Argon}}} \quad (40)$$

Um die Unsicherheit von x_i zu berechnen, müssen die partiellen Ableitungen bestimmt werden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial \kappa_i} &= \frac{1}{\kappa_{\text{Luft}} - \kappa_{\text{Argon}}} \\ \frac{\partial x}{\partial \kappa_{\text{Luft}}} &= \frac{\kappa_i - \kappa_{\text{Luft}}}{(\kappa_{\text{Luft}} - \kappa_{\text{Argon}})^2} \\ \frac{\partial x}{\partial \kappa_{\text{Argon}}} &= \frac{\kappa_{\text{Argon}} - \kappa_i}{(\kappa_{\text{Luft}} - \kappa_{\text{Argon}})^2} \end{aligned} \quad (41)$$

Die Unsicherheit u_{x_i} beträgt dann:

$$u_{x_i} = \left[\left(\frac{\partial x}{\partial \kappa_i} \cdot u_{\kappa_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial \kappa_{\text{Luft}}} \cdot u_{\kappa_{\text{Luft}}} \right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial \kappa_{\text{Argon}}} \cdot u_{\kappa_{\text{Argon}}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (42)$$

Die dadurch errechneten Stoffzusammensetzungen können wir in Tabelle 7 festhalten. Die Unsicherheiten u_{x_i} liefern einen guten Hinweis, dass diese

Messung i	κ_i	x_i
1	$1,60 \pm 0,65$	$1,07 \pm 2,57$
2	$1,75 \pm 0,70$	$0,54 \pm 2,61$
3	$1,80 \pm 0,71$	$0,35 \pm 2,67$
4	$1,85 \pm 0,73$	$0,18 \pm 2,76$

Tabelle 7: Adiabatenkoeffizienten mit Stoffzusammensetzung der Spülmessung

Messung mit den von uns durchgeführten Messdaten eher qualitativer Natur ist – die Bestwerte von x ergeben schließlich einen plausiblen Verlauf.

6 Diskussion

6.1 Vergleich mit theoretisch ermittelten Werten

Stickstoff kommt in der Luft als N_2 vor und hat eine 2-atomige Struktur. Somit sind drei Freiheitsgrade der Translation und 2 der Rotation möglich,

d.h. $f = 3N - b = 6 - 1 = 5$. Da Luft zu 71% aus Stickstoff besteht, ist Stickstoff von den Freiheitsgraden her eine gute Näherung für Luft. Mit $f = 5$ ergibt sich für den Adiabatenkoeffizienten

$$\kappa_{\text{Luft}} = \frac{5 + 2}{5} = 1,4. \quad (43)$$

Der Zahlenwert liegt noch gut im 1σ -Vertrauensbereich unseres gemessenen Wertes von $\kappa_{\text{Luft}} = 1,62 \pm 0,30$.

Argon ist ein Edelgas und damit 1-atomig, d.h. es kommt als Ar unter Normalbedingungen vor. Damit besitzt es keinen Rotationsfreiheitsgrad, sondern nur 3 Translationsfreiheitsgrade, d.h. $f = 3$. Somit sollte sich für den Adiabatenkoeffizienten

$$\kappa_{\text{Argon}} = \frac{3 + 2}{3} = 1,67. \quad (44)$$

ergeben. Dieser Wert liegt auch im 1σ -Bereich des von uns gemessenen Zahlenwertes von $\kappa_{\text{Argon}} = 1,90 \pm 0,30$.

Zum Schluss ist noch Kohlenstoffdioxid zu betrachten. Dieses ist ein 3-atomiges, lineares Molekül und besitzt somit $3N - b = 9 - b$ Freiheitsgrade. Da wir es mit $b = 2$ Bindungen zu tun haben, erhalten wir $f = 7$. Damit ergibt sich ein theoretischer Wert von

$$\kappa_{\text{CO}_2} = \frac{7 + 2}{7} = 1,29. \quad (45)$$

Erneut liegt dieser Zahlenwert im 1σ -Vertrauensbereich des von uns ermittelten Wertes von $\kappa_{\text{CO}_2} = 1,51 \pm 0,37$.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die Theorie sich bestätigt hat und alle theoretischen Werte im 1σ -Bereich liegen.

6.2 Fehlerdiskussion

Vergleicht man die theoretisch ermittelten mit den praktisch gemessenen Werten allerdings etwas eindringlicher, so stellt man fest, dass sich die Bestwerte der gemessenen Werte alle oberhalb der theoretisch ermittelten Werte befinden. Dies ist ein guter Hinweis auf einen systematischen Fehler, der alle Messwerte in die gleiche Richtung verschiebt. Möglicherweise war der Glaskolben mit einem sehr leichten Gas kontaminiert, das einen hohen Adiabatenkoeffizienten besitzt, dass sich auch nicht durch gründliches Spülen aus dem Kolben entfernen ließ.

Eine Fehlkalibrierung der Digitalwaage oder des Messschiebers hielten wir für sehr unwahrscheinlich. Eventuell war das Volumen des Glaskolbens falsch – also zu hoch – angegeben, was alle Adiabatenkoeffizienten vergrößern würde. Ebenfalls wahrscheinlich ist eine Fehlkalibrierung des Barometers – zeigt das Barometer einen zu niedrigen Wert an, erhöht dies nach Gleichung (1) den Adiabatenkoeffizienten.

Abgesehen vom systematischen Fehler ist auch auffällig, dass der Vertrauensbereich, bzw. die Unsicherheit der Größe κ verhältnismäßig hoch ausfiel. Bei der Fehlerbetrachtung priorisierten wir den Fehler des Zählers als \sqrt{n} , was auch den größten Anteil des statistischen Fehlers ausmacht³. Möglicherweise hätten wir statt der Gaußschen Fehlerfortpflanzung den Standardfehler (d.h. die Abweichung des Mittelwerts) verwenden sollen: Eine Untersuchung der Streuung der Periodendauern ist vermutlich aussagekräftiger als eine bloße Betrachtung des Fehlers. Durch eine Verringerung der statistischen Unsicherheit kommt auch die systematische deutlich zum Vorschein, was bei uns nicht der Fall ist – schließlich lagen alle Werte im 1σ -Bereich.

sehr gut

Was auch an unserem Vorgehen kritisierbar ist, ist die Inkonsistenz des Druckes: Einige Messreihen wurden durcheinander durchgeführt, während sich der Umgebungsdruck veränderte. Einen aussagekräftigeren Wert könnte man erreichen, indem man für jede Messreihe *einen* Umgebungsdruck festhält, anstatt den Mittelwert von mehreren verschiedenen Drücken zu bilden.



³Dies sieht man deutlich, wenn man versucht, die Fehlerfortpflanzung ohne Unsicherheit in der Periodendauer durchzuführen.

I Anhang

14:42 $P_1 = 886 \text{ Pa}$
 $T_1 = 25^\circ\text{C}$
 $P_2 = 889 \text{ hPa}$
 $T_2 = 25^\circ\text{C}$

$m = 568 \pm 0,02 \text{ g}$ (Analog Waage)

$d = 12,65 \pm 0,05 \text{ mm}$

$d_v = 25 \text{ cm}^3$ $v_n = \sqrt{V}$

$U_T = 0,2^\circ\text{C}$

$U_p = 1 \text{ hPa}$

~~14:42~~ $P_3 =$
 $P_4 = 888,5 \text{ hPa}$
 $T_4 = 25^\circ\text{C}$

15:40: $n = 764$ $T/s = 300,22$
 $n = 762$ $299,85$

$u_1 =$ ~~...~~ $u_2 = 0,0055$

16:00: $n = 763$ $283,82$
 $P_5 = 884 \text{ hPa}$
 $T_5 = 25^\circ\text{C}$

$u_{\text{Spül}} = 1 \text{ s}$

$U_{\text{Spül}} = 0,5$ (statistisch = 0,4)

↑ Nur erste

Spül:

$n_1 = 297$ $T_1 = 60,00 \text{ s}$

$n_2 = 159$ $60,00 \text{ s}$

14:42 $n_3 = 161$ $60,00 \text{ s}$ } Diese Werte sind nicht gestrichelt.

$n_4 = 103$ $53,82 \text{ s}$

Argon

Luft

~~826~~ $n = 450,85$ $T/s = 299,85$

$n = 770$ $T/s = 299,92$

$n = 826$ $300,12$

$n = 767$ $300,06$

$n = 827$ $299,74$

$n = 764$ $299,82$

$n = 830$ $299,46$

~~730~~ ~~299,55~~

$n = 829$ $299,80$

16:00 $n = 830$ $300,04$

CO_2

$n = 760$ $T/s = 304,06$

~~734~~ $n = 734$ $299,33$

$n = 734$ $299,02$

$n = 733$ $299,81$

Wartezeit.

N. Schwab

Literatur

- [1] o.V.: *Versuchsanleitungen zum Physikkabor für Anfänger*innen, Teil 1.*
2018. – 77–86 S.