Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Physiklabor für Anfänger*innen, Teil 2
Wintersemester 2021/22

Versuch 52 am 23.03.2022

Frequenzfilter

Gruppe 211:
24.03.2022

Assistent:

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel des Versuchs

Im Folgenden werden Hoch- und Tiefpässe aus Widerständen, Kondensatoren und Spulen bei Wechselspannung untersucht. Hierfür wird zunächst das Verhalten der verschiedenen Schaltungen bei einer angelegten Rechteckspannung betrachtet. Anschließend werden das Verhältnis von Eingangs- und Ausgangsspannung sowie die Phasendifferenz eines Hochpasses erster und zweiter Ordnung bei Sinusspannungen verschiedener Frequenzen bestimmt.

2 Aufbau und Durchführung

Um die oben genannten Ziele zu erreichen, werden die in Abbildung 1 dargestellten Schaltungen auf Leiterplatten gelötet. Es werden dabei ein Widerstand R, ein Kondensator mit Kapazität C und eine Spule mit Induktivität L verwendet. Die Eingangspannung U_e und die Ausgangspannung U_a werden mit einem Oszilloskop ausgewertet. Am Oszilloskop können die Frequenz der Eingangspannung f, die Spannungsdifferenzen zwischen zwei Spannungspeaks $\hat{U}_\mathrm{e}$ beziehungsweise $\hat{U}_\mathrm{a}$ und die Phasendifferenz ϕ zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung abgelesen werden.

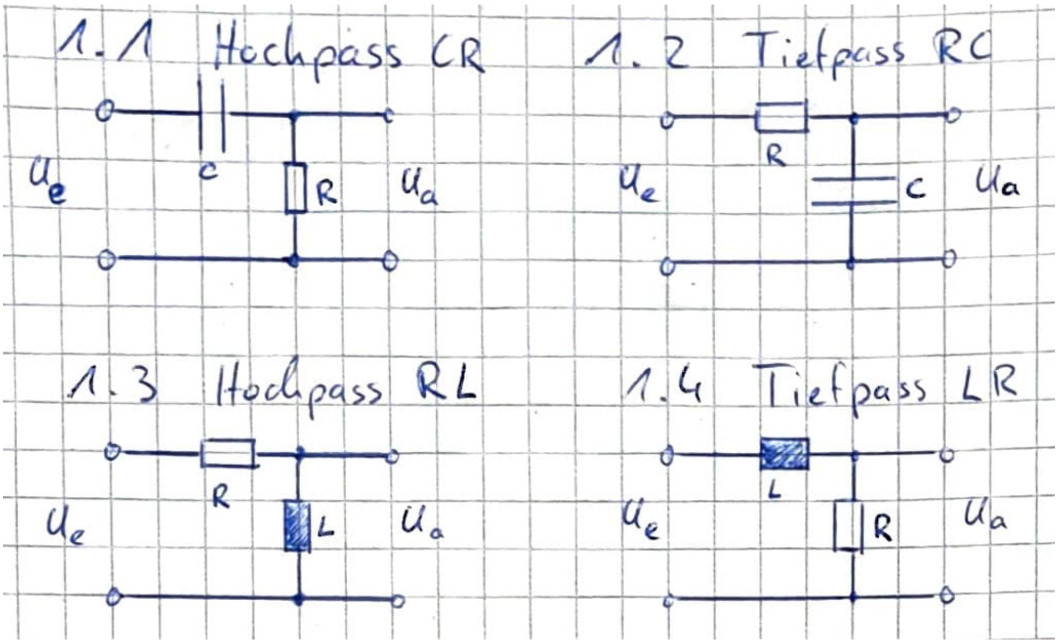


Abb. 1: Skizze der verwendeten Schaltungen der Hoch- und Tiefpässe erster Ordnung aus dem Laborbuch (Abbildung 13).

In einem ersten Versuchsteil werden die in Abbildung 1 dargestellten Hoch- und Tiefpassfilter untersucht. Es wird eine Rechteckspannung angelegt und die Veränderungen der Ausgangsspannungen beobachtet. Hierfür werden Screenshots des Oszilloskops aufgenommen.

Anschließend wird unter Verwendung des CR-Hochpasses links oben in Abbildung 1 eine Sinusspannung mit Frequenz f angelegt. Es werden bei variierter Frequenz f die Spannungen $\hat{U}_\mathrm{a}$ und $\hat{U}_\mathrm{e}$ sowie die Phasendifferenzen ϕ ermittelt. Es wird darauf geachtet ein möglichst breites Frequenzspektrum abzudecken. Dabei wird der Messbereich des Oszilloskops so eingestellt, dass stabile Werte mit möglichst wenigen Schwankungen ausgegeben werden. Welcher Messbereich verwendet wird, ist im Laborbuch in Abbildung 13 im Anhang dokumentiert.

Zuletzt werden dieselben Messungen erneut, aber mit einem Hochpass zweiter Ordnung durchgeführt. Das entsprechende Schaltbild ist in Abbildung 2 zu sehen.

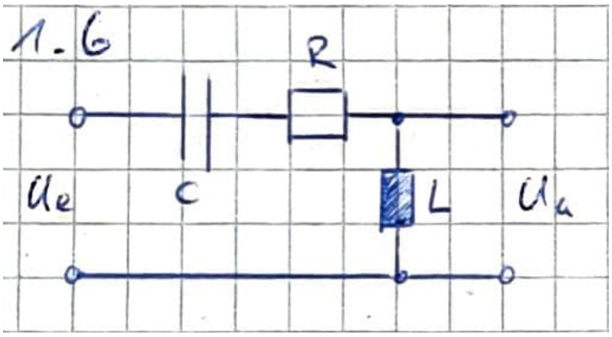


Abb. 2: Skizze der verwendeten Schaltung des CRL-Hochpasses zweiter Ordnung aus dem Laborbuch (Abbildung 13).

Die Unsicherheiten auf f, U_e, U_a und ϕ werden abgeschätzt, indem beobachtet wird, wie stark die Angaben während des Ablesens schwanken. Die maximal beobachtete Schwankung wird als Unsicherheit auf den abgelesenen Wert geschätzt. Auf den Widerstand ist eine Unsicherheit von 5% angegeben. Für Kapazität und Induktivität sind keine Fehler bekannt. Für die verwendeten Bauteile betragen Widerstand, Kapazität und Induktivität:

$$\begin{aligned} R &= (1000 \pm 50)\,\Omega, \\ C &= 47\,\mathrm{nF}, \\ L &= 10\,\mathrm{mH}. \end{aligned}$$

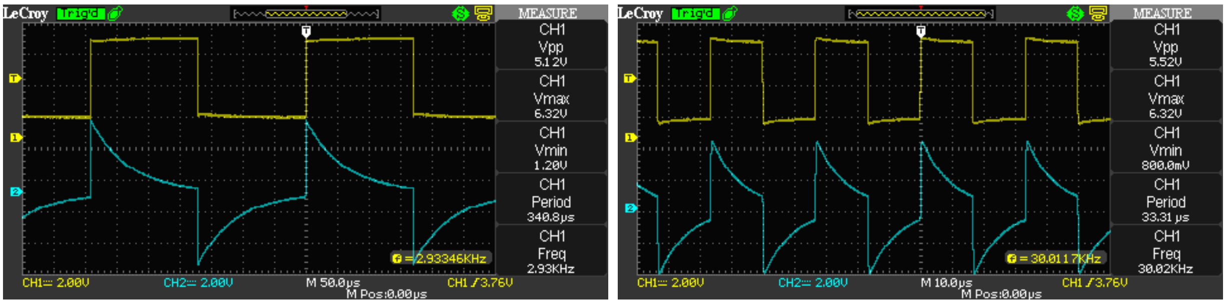
3 Auswertung und Fehleranalyse

3.1 Betrachtung verschiedener Hoch- und Tiefpassfilter

Um die Hoch- und Tiefpassfilter zu untersuchen, wird eine Rechteckspannung angelegt. Um eine Rechteckspannung zu erzeugen, muss man Sinusspannungen vieler Frequenzen f überlagern. Dabei sind für die Außenkanten des Rechteckpulses vorallem die hohen und für den mittleren, flachen Bereich die niedrigen Frequenzen verantwortlich [1].

Ein Hochpassfilter dämpft vorallem niedrige und ein Tiefpassfilter vorallem hohe Frequenzen. Man erwartet also, dass bei einem Hochpassfilter die Ausgangsspannung aus den Kanten des Rechteckpulses nicht gedämpft, also in etwa unverändert durch den Filter gelangen. Im flachen Bereich des Rechteckpulses, in dem immer niedrigere Frequenzen vorherrschen, wird die Ausgangspannung aber immer weiter abgedämpft.

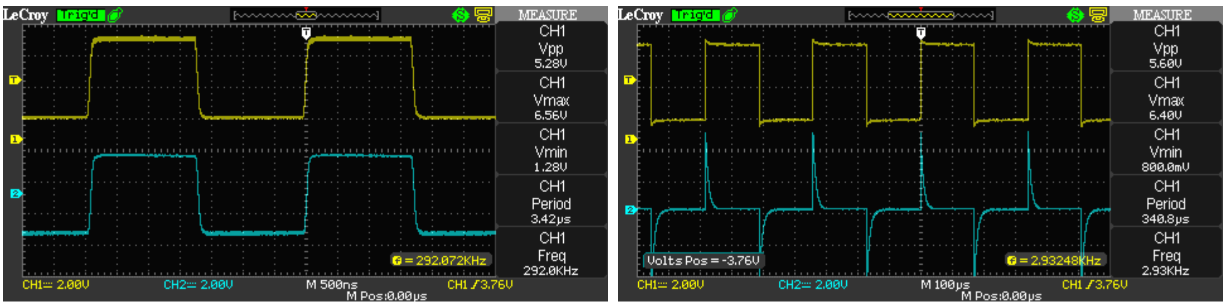
Genau ein solcher Verlauf ist in Abbildung 3a aus der Messung des CR-Hochpasses zu sehen. Auch beim Anschließen des RL-Hochpasses ergibt sich solch ein Verlauf. Dies ist in Abbildung 3b zu sehen.



(a) CR-Hochpass (b) RL-Hochpass

Abb. 3: Abgebildet sind zwei Screenshots des Oszilloskops bei einer Rechteckspannung mit $f = 2{,}93\,\mathrm{kHz}$ am CR-Hochpass beziehungsweise mit $f = 30{,}02\,\mathrm{kHz}$ am RL-Hochpass. Zu sehen sind die Eingangsspannungen U_e in gelb und die Ausgangsspannungen U_a in blau.

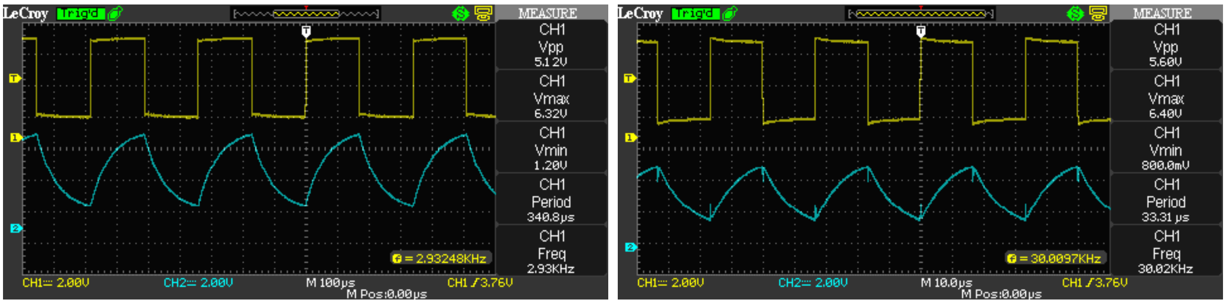
Für einen Hochpass ist außerdem zu erwarten, dass ein Rechteckpuls mit hoher Frequenz f fast unverändert durch den Filter gelangt. Bei einer niedrigen Frequenz, sollten allerdings nur sehr wenige, hohe Frequenzen durchgelassen werden. Es wird also ein schmaler Peak in der Ausgangsspannung erwartet. Diese Phänomene sind in Abbildung 4 zu sehen.



(a) Verhalten des Hochpasses bei hohen Frequenzen (b) Verhalten des Hochpasses bei kleinen Frequenzen

Abb. 4: Abgebildet sind zwei Screenshots des Oszilloskops bei einer Rechteckspannung mit $f = 292{,}0\,\mathrm{kHz}$ beziehungsweise mit $f = 2{,}93\,\mathrm{kHz}$ am Hochpass. Zu sehen sind die Eingangsspannungen U_e in gelb und die Ausgangsspannungen U_a in blau.

Bei einem Tiefpass werden im Gegensatz zum Hochpass vorallem hohe Frequenzen gedämpft. Es ergibt sich demnach genau der umgekehrte Verlauf wie beim Hochpass. Bei einer angelegten Rechteckspannung werden also die Kanten abgeflacht. Der erwartete Verlauf ist die Differenz von Hochpassausgangsspannung und Rechteckpuls. In Abbildung 5a und Abbildung 5b ist dieser Verlauf zu erkennen.



(a) RC-Tiefpass (b) LR-Tiefpass

Abb. 5: Abgebildet sind zwei Screenshots des Oszilloskops bei einer Rechteckspannung mit $f = 2{,}93\,\mathrm{kHz}$ am RC-Tiefpass beziehungsweise mit $f = 30{,}02\,\mathrm{kHz}$ am LR-Tiefpass. Zu sehen sind die Eingangsspannungen U_e in gelb und die Ausgangsspannungen U_a in blau.

Bei einem Tiefpass wird also bei einer Rechteckspannung mit niedriger Frequenz f der Rechteckpuls nahezu unverändert durchgelassen. Dies wird auch beobachtet und ist in Abbildung 6 zu erkennen.

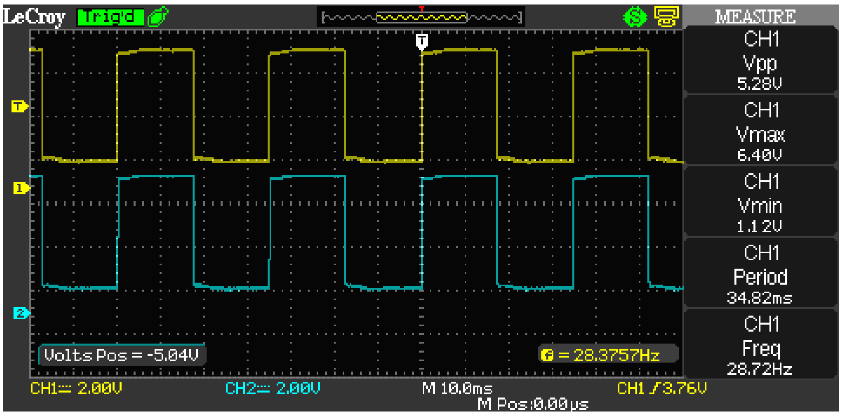


Abb. 6: Abgebildet ist ein Screenshot des Oszilloskops bei einer Rechteckspannung mit $f = 28{,}72\,\mathrm{Hz}$ am RC-Tiefpass. Zu sehen ist die Eingangsspannung U_e in gelb und die Ausgangsspannung U_a in blau.

3.2 RC-Hochpass erster Ordnung

Um das Verhalten eines Frequenzfilters genauer zu untersuchen, wird der RC-Hochpass für weitere Messungen ausgewählt. Es wird das Verhalten von Amplitudenverhältnis $u(f)$ und Phasendifferenz $\phi(f)$ bei angelegten Sinusspannungen unterschiedlicher Frequenzen f untersucht. Aus den Kirchhoff'schen Gesetzen ergibt sich bei einer Reihenschaltung von Widerstand R und einem Kondensator der Kapazität C folgender Zusammenhang zwischen Spannung am Widerstand U_a

und Spannung am gesamten Schaltkreis U_e:

$$\frac{U_\mathrm{a}}{R} = \frac{U_\mathrm{e}}{R + \frac{1}{i\omega C}}, \tag{1}$$

$$\Rightarrow \left|\frac{U_\mathrm{a}}{U_\mathrm{e}}\right| = \frac{R\omega C}{\sqrt{1 + R^2\omega^2 C^2}}. \tag{2}$$

Dieser Zusammenhang gilt insbesondere für die Amplitudenspannungen $\hat{U}_\mathrm{a}/2$ und $\hat{U}_\mathrm{e}/2$. Die Herleitung des Spannungsverhältnisses ist in Gleichung 12 im Anhang zu finden. Die Phasendifferenz ϕ zwischen Einganspannung U_e und Ausgangsspannung U_a ergibt sich aus Real- und Imaginärteil des Spannungsverhältnisses $U_\mathrm{a}/U_\mathrm{e}$ wie folgt:

$$\phi = \arctan\left(\frac{1}{R\omega C}\right). \tag{3}$$

Die Herleitung dieser Formel ist ebenfalls im Anhang in Gleichung 13 zu finden.

Um den hergeleiteten, theoretischen Zusammenhang zu untersuchen, wird aus den Spannungsdifferenzen $\hat{U}_\mathrm{e}$ und $\hat{U}_\mathrm{a}$ zwischen zwei Peaks, die das Oszilloskop ausgibt, das Verhältnis gebildet. Diese entsprechen zwar den doppelten Amplituden, was aufgrund der Verhältnisbildung jedoch keinen Unterschied macht. Die Unsicherheit auf $u(f)$ wird durch Fehlerfortpflanzung mit Formeln aus [2] berechnet:

$$u(f) = \frac{U_\mathrm{a}/2}{U_\mathrm{e}/2} = \frac{U_\mathrm{a}}{U_\mathrm{e}}, \tag{4}$$

$$\Delta u(f) = \sqrt{\left(\frac{\Delta U_\mathrm{a}}{U_\mathrm{e}}\right)^2 + \left(\frac{U_\mathrm{a} \cdot \Delta U_\mathrm{e}}{U_\mathrm{e}^2}\right)^2}. \tag{5}$$

In Abbildung 7 sind die so erhaltenen Messwerte zusammen mit dem theoretischen Verlauf in einem sogenannten Bode-Diagramm aufgetragen.

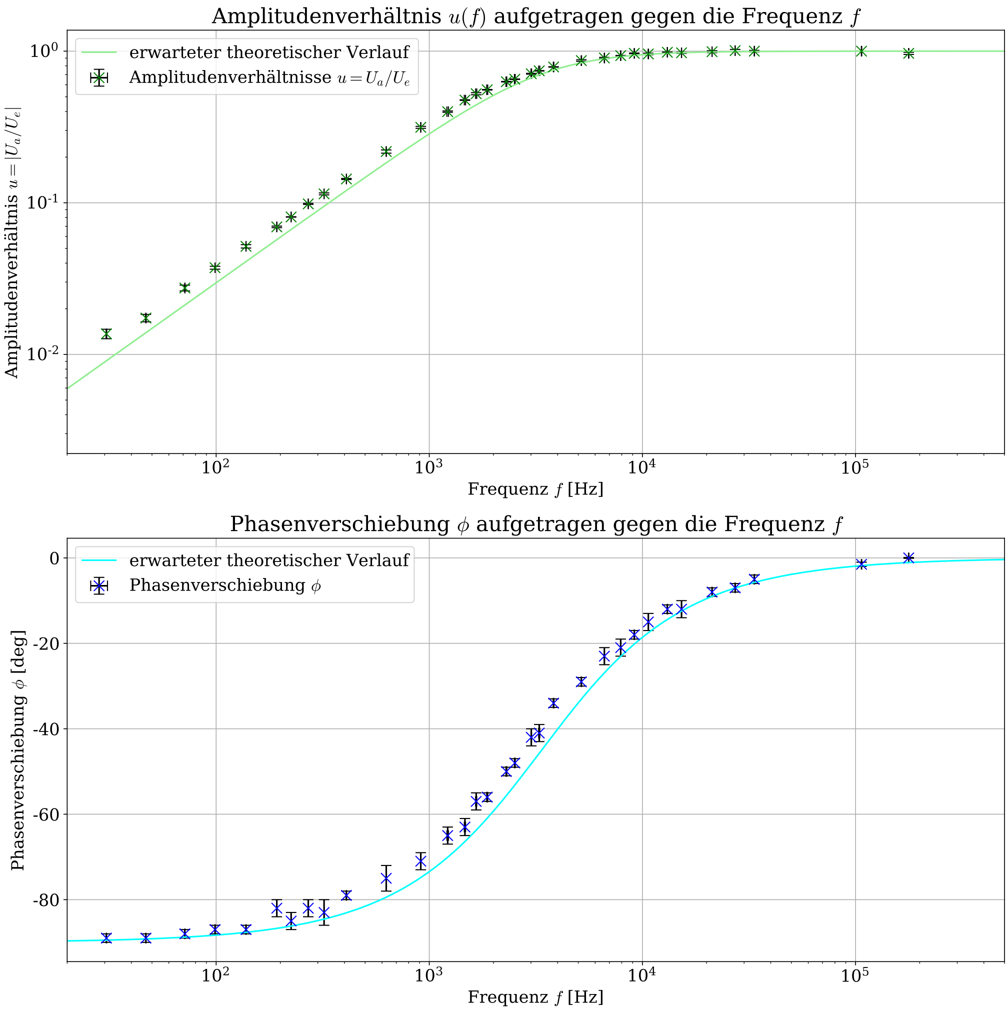


Abb. 7: Zu sehen ist das Bode-Diagramm des RC-Hochpasses erster Ordnung. Aufgetragen ist dabei im oberen Diagramm das Amplitudenverhältnis $u(f)$ gegen die Freqenz f in Hz und im unteren Diagramm die Phase $\phi(f)$ in Grad ebenfalls gegen die Frequenz f in Hz. Für u und f wird jeweils eine logarithmische Achsenteilung gewählt, während ϕ unter linearer Achsenteilung eingezeichnet ist. Zusätzlich sind die in Gleichung 2 und Gleichung 3 hergeleiteten theoretischen Verläufe mit abgebildet.

Dieses Diagramm bestätigt, dass es sich um einen Hochpass handelt, da das Amplitudenverhältnis für hohe Frequenzen gegen eins geht, also die gesamte Spannung durchgelassen wird. Man sieht, dass beim Amplitudenverhältnis die Messwerte und das zugrunde liegende Modell insgesamt einen ähnlichen Verlauf haben. Allerdings liegen viele Werte etwas über dem Modell. Mögliche Gründe hierfür werden in der Fehlerdiskussion aufgegriffen. Die Phasenverschiebung und das Modell stimmen im Rahmen der Unsicherheit größtenteils überein.

Eine weitere Möglichkeit das Amplitudenverhältnis und die Phasendifferenz darzustellen ist ein Nyquist-Diagramm. Hierfür wird das komplexe Spannungsverhältnis $U_\mathrm{a}/U_\mathrm{e}$ in der komplexen

Ebene dargestellt. Es gilt

$$\frac{U_\mathrm{a}}{U_\mathrm{e}} = u(f)e^{i\phi(f)},$$
$$\mathrm{Re}\left(\frac{U_\mathrm{a}}{U_\mathrm{e}}\right) = u(f)\cos(\phi(f)), \tag{6}$$
$$\mathrm{Im}\left(\frac{U_\mathrm{a}}{U_\mathrm{e}}\right) = u(f)\sin(\phi(f)).$$

Aus den Messwerten werden der Real- und Imaginärteil des Spannungsverhältnisses berechnet und die Unsicherheiten durch Fehlerfortpflanzung mit Formeln aus [2] ermittelt:

$$\Delta\,\mathrm{Re}\left(\frac{U_\mathrm{a}}{U_\mathrm{e}}\right) = \sqrt{(\cos(\phi(f))\cdot\Delta u(f))^2 + (-u(f)\sin(\phi(f))\cdot\Delta\phi)^2}, \tag{7}$$
$$\Delta\,\mathrm{Im}\left(\frac{U_\mathrm{a}}{U_\mathrm{e}}\right) = \sqrt{(\sin(\phi(f))\cdot\Delta u(f))^2 + (u(f)\cos(\phi(f))\cdot\Delta\phi)^2}. \tag{8}$$

In Abbildung 8 sind die so berechneten Real- und Imaginärteile als x- beziehungsweise y-Werte aufgetragen. Außerdem ist der theoretisch zu erwartende Verlauf eingezeichnet.

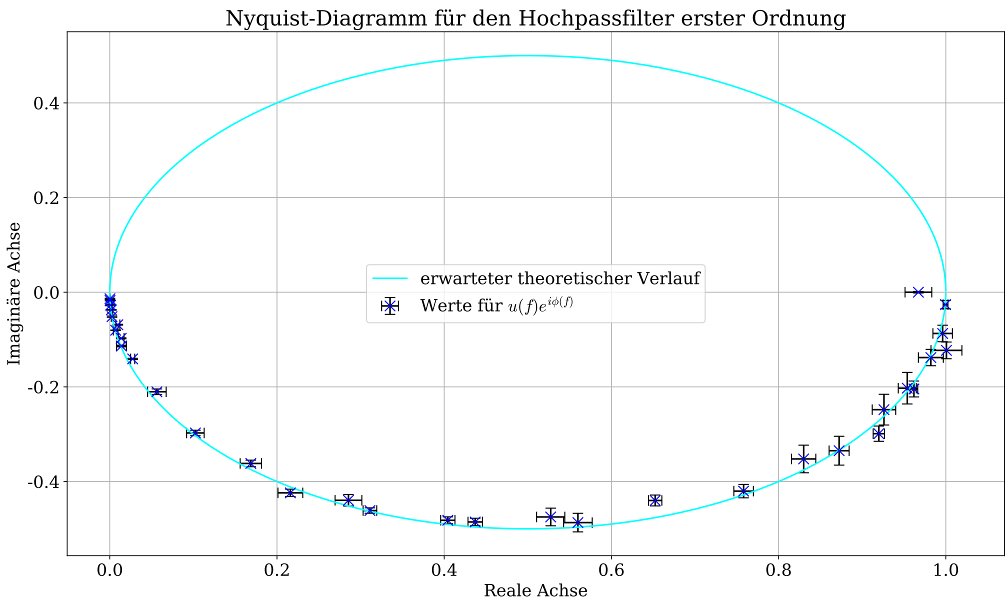


Abb. 8: Zu sehen ist das Nyquist-Diagramm des RC-Hochpasses erster Ordnung. Aufgetragen sind dabei die Werte für $u(f)e^{i\phi(f)}$ in der komplexen Ebene, die über Gleichung 6 bestimmt werden. Zusätzlich ist der theoretische Verlauf mit abgebildet, der sich aus Gleichung 2 und Gleichung 3 ergibt.

Es ist zu bemerken, dass alle Messpunkte nur auf der unteren Hälfte des Kreises liegen. Das liegt daran, dass das Oszilloskop die Phasendifferenz zwischen $\phi = \phi_\mathrm{a} - \phi_\mathrm{e}$ ausgibt. Die so erhaltenen Werte liegen alle zwischen $-180°$ und $0°$. Der obere Kreis ergibt sich, wenn man auch Phasendifferenzen zwischen $0°$ und $180°$ betrachtet. Diese würden sich ergeben, wenn man die Phasendifferenz von Eingangs- zu Ausgangsspannung betrachten würde.

Ansonsten ist zu sehen, dass fast alle Messwerte mit dem theoretischen Verlauf übereinstimmen.

3.3 CRL-Hochpass zweiter Ordnung

Analog soll im Folgenden ein Frequenzgang höherer Ordnung untersucht werden. Dabei wird der CRL-Hochpass zweiter Ordnung ausgewählt. Es sollen erneut das Amplitudenverhältnis $u(f)$ und der Phasenunterschied $\phi(f)$ untersucht und mit der Theorie verglichen werden. Aufgrund der veränderten Schaltung ergibt sich über Kirchfoff'sche Gesetze ein veränderter Zusammenhang für $u(f)$ und $\phi(f)$, der erneut im Anhang in Gleichung 14 und Gleichung 15 hergeleitet wird:

$$\frac{U_\mathrm{a}}{i\omega L} = \frac{U_\mathrm{e}}{R + \frac{1}{i\omega C} + i\omega L}, \tag{9}$$

$$\Rightarrow \left|\frac{U_\mathrm{a}}{U_\mathrm{e}}\right| = \frac{\omega^2 LC}{\sqrt{(1-\omega^2 LC)^2 + R^2\omega^2 C^2}}, \tag{10}$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{R\omega C}{\omega^2 LC - 1}\right). \tag{11}$$

Die Werte für $u(f)$ und $\phi(f)$ werden analog zum vorherigen Versuchsteil bestimmt und erneut zusammen mit der erwarteten Theorie in ein Bode-Diagramm eingezeichnet. Dieses Diagramm ist in Abbildung 9 zu finden.

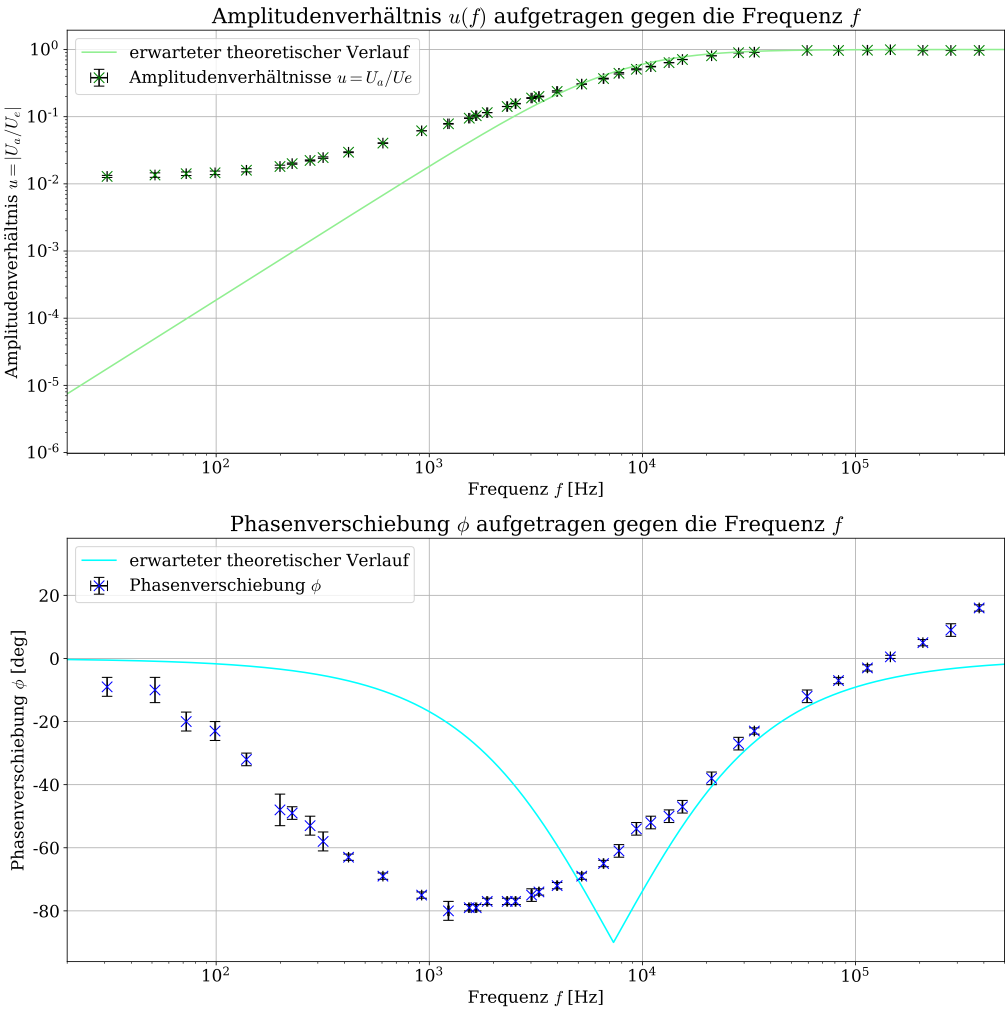


Abb. 9: Zu sehen ist das Bode-Diagramm des CRL-Hochpasses zweiter Ordnung. Aufgetragen ist dabei im oberen Diagramm das Amplitudenverhältnis $u(f)$ gegen die Freqenz f in Hz und im unteren Diagramm die Phase $\phi(f)$ in Grad ebenfalls gegen die Frequenz f in Hz. Für u und f wird jeweils eine logarithmische Achsenteilung gewählt, während ϕ unter linearer Achsenteilung eingezeichnet ist. Zusätzlich sind die in Gleichung 10 und Gleichung 11 hergeleiteten theoretischen Verläufe mit abgebildet.

Analog zum ersten Versuchsteil ergibt sich für die Amplitude ein Verlauf, der die Eigenschaften eines Hochpasses beschreibt. Hohe Frequenzen werden fast ungehindert durch den Hochpass gelassen, während niedrige Frequenzen abgeschirmt werden. Auffällig ist erneut, dass die Werte von der Theorie nach oben hin abweichen, was besonders für niedrige Frequenzen gut zu erkennen ist. Die erwartete Theorie passt dabei in diesem Bereich nur noch schlecht zu den gemessenen Werten, wobei durch die logarithmische Skala die Abweichung noch einmal deutlich größer erscheint. Fehlerquellen hierfür werden in der Diskussion aufgegriffen.

Der Verlauf für die Phasenverschiebung ändert sich im Vergleich zur ersten Ordnung deutlich, die Phasenverschiebung geht zunächst auf ungefähr $-80°$ zurück und steigt dann wieder bis zu $0°$ an. Für extrem große Frequenzen schießt die Phasendifferenz über $0°$ hinaus. Auch wenn der theoretische Verlauf ein ähnliches Verhalten aufzeigt, weichen die Messwerte deutlich von der Theorie ab. Nur in einem kleinen Bereich zwischen ungefähr 10 kHz und 100 kHz passen die Werte ungefähr zur gegebenen Theorie. Für diese Unstimmigkeiten werden in der Fehlerdiskussion Ursachen erörtert.

Die gemessenen Werte für $u(f)$ und $\phi(f)$ werden analog zu Gleichung 6 im vorherigen Abschnitt in Koordinaten in der komplexen Ebene umgerechnet und in einem Nyquist-Diagramm veranschaulicht. Auch der theoretischen Verlauf wird analog umgerechnet und ist in Abbildung 10 zusammen mit den Messdaten aufgetragen.

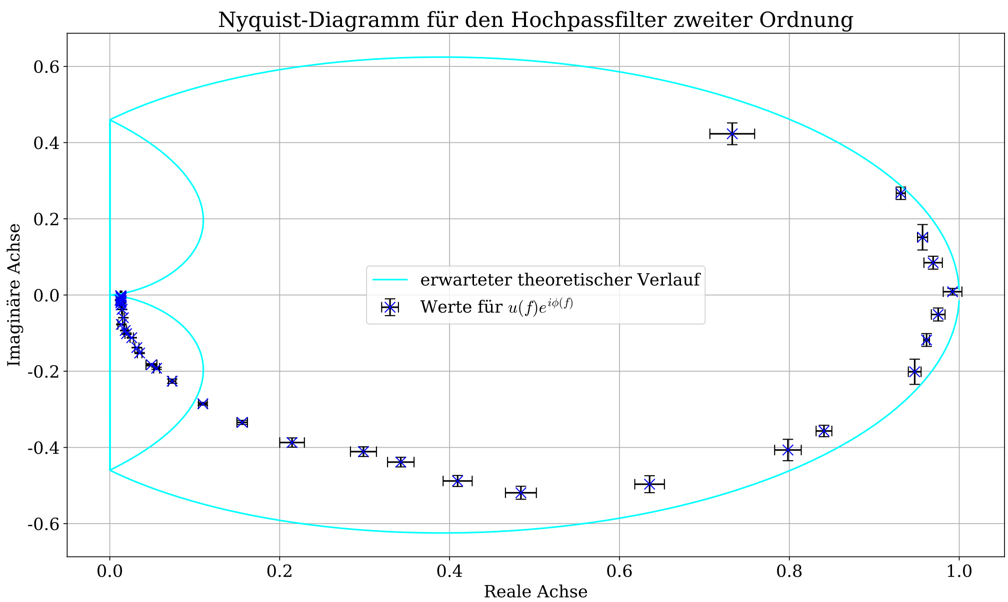


Abb. 10: Zu sehen ist das Nyquist-Diagramm des CRL-Hochpasses zweiter Ordnung. Aufgetragen sind dabei die Werte für $u(f)e^{i\phi(f)}$ in der komplexen Ebene, die über Gleichung 6 bestimmt werden. Zusätzlich ist der theoretische Verlauf mit abgebildet, der sich aus Gleichung 10 und Gleichung 11 ergibt.

Wie sich schon aus dem Bode-Diagramm erwarten lässt, stimmen auch hier viele Werte nicht mit der erwarteten Theorie überein. Nur für die Werte, die auch im Bode-Diagramm mit der Theorie verträglich sind, lassen sich grobe Übereinstimmungen erkennen. Dass die Werte nicht mit der Theorie übereinstimmen, lässt sich somit auf die bereits erwähnten Unstimmigkeiten in Amplitudenverhältnis und Phasenverschiebung zurückführen, die in der Fehlerdiskussion besprochen werden.

4 Diskussion der Ergebnisse

4.1 Zusammenstellung der Ergebnisse

Im ersten Versuchsteil konnten die erwarteten Spannungsverläufe der Hoch- und Tiefpässe bei anlegen eines Rechteckpulses bestätigt werden. Die Hochpässe zeigten dabei eine Dämpfung im flachen Bereich des Rechteckpulses, die jedoch bei höher werdenden Frequenzen immer kleiner wird. Der Ausgangspuls nähert sich demnach dem Eingangspuls an. Die Tiefpässe zeigten eine starke Dämpfung an den Kanten des Rechteckpulses und im flachen Bereich einen Anstieg. Bei kleiner werdenden Frequenzen nähert sich der Ausgangspuls dem Eingangspuls an.

Bei der Messung des RC-Hochpasses erster Ordnung ist erkennbar, dass im Bode-Diagramm die Amplitudenverhältnisse $u(f)$ dem erwarteten theoretischen Verlauf größtenteils entsprechen. Für große Frequenzen strebt das Amplitudenverhältnis gegen 1, was den Eigenschaften eines Hochpasses entspricht, da große Frequenzen nahezu komplett durchgelassen werden. Allerdings ist auffällig, dass fast alle gemessenen Werte leicht überhalb der Erwartung liegen. Auch die gemessene Phasenverschiebung ϕ zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung entspricht dem Verlauf des zugrundeliegenden Modells. Gleichwohl liegen auch hier alle Messwerte leicht überhalb der Erwartung.

Im Nyquist-Diagramm sind ebenfalls nur geringe Abweichungen von der Theorie erkennbar.

Für die Messung des CRL-Hochpasses zweiter Ordnung ist im Bode-Diagramm erkennbar, dass die Amplitudenverhältnisse nur grob dem theoretischen Verlauf entsprechen. Erneut strebt das Amplitudenverhältnis für große Frequenzen gegen 1, was der Erwartung eines Hochpasses entspricht. Es liegen erneut die meisten Messwerte überhalb der theoretischen Vorhersage, was besonders im Bereich kleiner Werte deutlich wird. Die Phasenverschiebung zeigt zunächst einen fallenden und anschließend steigenden Verlauf, womit der globale Verlauf mit dem der Theorie übereinstimmt. Trotzdem passt die Theorie nur schlecht zu den gemessenen Werten.

Im Nyquist-Diagramm wird die Abweichung der Phasenverschiebung von der Theorie besonders deutlich, da es auch hier kaum eine Übereinstimmung zwischen dem Modell und der Messung gibt.

4.2 Fehlerdiskussion

Beim Auswerten der Daten treten insbesondere bei der Messung am CRL-Hochpass zweiter Ordnung einige Unverträglichkeiten mit der Theorie auf. Auch bei der ersten Messung liegen die gemessenen Werte für das Amplitudenverhältnis über den durch die Theorie erwarteten Werten. Besonders für kleine Frequenzen ist dieses Verhalten in Abbildung 9 deutlich zu erkennen. Es lässt sich somit auf einen systematischen Fehler schließen, dessen Gründe im Folgenden erörtert werden sollen.

Ein erster möglicher Grund dafür, dass die Theorie systematisch unter den Messwerten liegt, könnte sein, dass die gegebenen Werte für Kapazität C, Induktivität L und Widerstand R der gemessenen Bauteile nicht korrekt angegeben sind. Dadurch würde sich auch der theoretische Verlauf ändern, da diese Größen zur Bestimmung der theoretischen Verläufe verwendet werden. Besonders beim Widerstand, bei dem eine Unsicherheit von 5% angegeben ist, wäre eine systematische Abweichung möglich. Auch bei den anderen Bauteilen ist davon auszugehen, dass die angegebenen Werte nicht exakt sind, es ist jedoch kein Fehler bekannt.

Hinzu kommt, dass auch unabhängig von den gewählten Bauteilen Widerstände in der Schaltung auftreten können. Diese können zum Beispiel durch die Koaxialkabel oder die bereits abgenutzte Leiterplatte entstehen. Da diese zusätzlich mit Lötzinn verdreckt ist, kann nicht ausgeschlossen werden, dass es zwischen den einzelnen Leitern auf der Platte zu unerwünschten Kontakten kommt.

Eine weitere Möglichkeit, die vor allem beim Hochpass zweiter Ordnung die Unstimmigkeiten auch in der Phasenverschiebung erklären könnte, wäre, dass die verwendete Schaltung falsch verbunden ist. Ein solcher Fehler könnte beim Verbinden der Messgeräte mit dem aufgebauten Stromkreis entstehen, aber auch unabsichtlich durch die Leiterplatte zustande kommen, die bereits deutlich mit Lötzinn verunreinigt ist. Die schlechte Verträglichkeit der Daten mit dem Modell wäre dann dadurch zu erklären, dass eine ganz andere Schaltung vermessen wurde als angenommen. Möglich wäre beispielsweise, dass die Schaltung ohne Kondensator vermessen und dadurch unbeabsichtigt ein RL-Hochpass verwendet wurde. Ein Vergleich mit dem Modell dieses Hochpasses liefert an manchen Stellen eine bessere Verträglichkeit, stimmt aber trotzdem vorallem bei niederen Frequenzen nicht mit den gemessen Daten überein, was in Abbildung 11 und Abbildung 12 im Anhang zu erkennen ist. Interessanterweise bildet das Nyquist-Diagramm eines RL-Hochpasses die Werte relativ gut ab.

Eine weitere Fehlerquelle könnte sein, dass es bei der Messung aufgrund des Eingangswiderstandes von $600\,\Omega$ zu Rückkopplungen und Reflexionen kommt. Diese würden die Messung besonders in den Bereichen verfälschen, in denen die Schaltung eine deutlich höhere Impedanz als $600\,\Omega$ aufweist. Dies kann durch die Impedanz der Spule und des Kondensators geschehen, die proportional beziehungsweise antiproportional zur Frequenz sind. Vor allem bei sehr niedrigen und hohen Frequenzen hat der Schaltkreis also wahrscheinlich eine zu hohe Impedanz.

Unabhängig von den bereits erwähnten Problemen ist generell zu bemerken, dass die Unsicherheiten auf die Messdaten vermutlich alle deutlich zu gering geschätzt sind. Dies liegt zum einen daran, dass keine Unsicherheit auf die Messdaten durch das Oszilloskop bekannt sind, zum anderen daran, dass dadurch die Unsicherheiten aus den Schwankungen der Messdaten geschätzt werden mussten. Die Abschätzung der Unsicherheiten gestaltet sich dabei jedoch schwierig, da es oft zu großen Sprüngen oder sehr schnellen Schwankungen kommen kann, wodurch generell schwierig einzuordnen ist, in welchem Bereich der Fehler liegt.

4.3 Verbesserte Messmethoden

Um die wahren Werte und Unsicherheiten von Induktivität und Kapazität besser abschätzen zu können, könnten diese in einem extra Versuchsteil bestimmt werden. Prinzipiell sollte die Herstellerangabe aber korrekt sein.

Eine weitere Unsicherheit, die nicht genau bekannt war, ist die des Oszilloskops. Für die Durchführung des Versuches wäre es interessant ein Oszilloskop zu verwenden, bei dem die Unsicherheiten bekannt sind, um die dardurch möglichen Einflüsse auf die Messung beurteilen zu können.

Ein weiterer Einfluss auf die Genauigkeit der über das Oszilloskop ermittelten Werte ist die Anzahl an Perioden, über die die ausgegebenen Werte bestimmt werden. Hier könnten eventuell bessere Werte erzielt werden, wenn über mehr Perioden gemittelt wird, da sich so statistische Fehler wegmitteln. Andererseits werden beim Rauszoomen die Spannungsverläufe ungenauer aufgelöst und es kann hierdurch zu weiteren Ungenauigkeiten kommen. Am besten sollte man vor Beginn der Messungen an einem bekannten Bauteil untersuchen, welche Einstellungen in welchem Messbereich die genausten Ergebnisse liefern.

Bei Aufbau der Schaltungen sollte darauf geachtet werden, dass keine Bauteile über Kreuz auf die Leiterplatte gelötet werden, wie beim Hochpass zweiter Ordnung geschehen. So lässt sich leichter erkennen, ob die Anschlüsse richtig an den Bauteilen angebracht sind und die Schaltungen wirklich korrekt realisiert sind. Zudem muss darauf geachtet werden, dass zwei parallele Reihen nicht durch Lötrückstände kurzgeschlossen sind. Alternativ ist es hilfreich eine saubere Leiterplatte zu verwenden.

Literatur

[1] Wolfgang Demtröder: *Experimentalphysik 2 - Elektrizität und Optik*, 7.Auflage, (Kaiserslautern: Springer Spektrum, 2017), Kapitel 5.5: „Lineare Netzwerke, Hoch- und Tiefpässe, Frequenzfilter“

[2] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Datenanalyse Teil A - Skript zur Vorlesung am 06.09.2021*, (Freiburg im Breisgau, 2021/22)

[3] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Datenanalyse Teil B - Skript zur Vorlesung am 28.02.2022*, (Freiburg im Breisgau, 2021/22)

[4] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Versuch 52 - Frequenzfilter, Versuchsbeschreibung des Physiklabors für Anfänger*innen*, (Freiburg im Breisgau, 2022)

6 Anhang

6.1 Herleitungen der verwendeten Formeln

Herleitung für das Amplitudenverhältnis des CR-Hochpasses erster Ordnung:

$$\begin{aligned}
\frac{U_\mathrm{a}}{R} &= \frac{U_\mathrm{e}}{R+\frac{1}{i\omega C}} \\
\Leftrightarrow \frac{U_\mathrm{a}}{U_\mathrm{e}} &= \frac{R}{R+\frac{1}{i\omega C}} \\
&= \frac{Ri\omega C}{Ri\omega C+1}\cdot\frac{1-Ri\omega C}{1-Ri\omega C} \\
&= \frac{R\omega C}{1+R^2\omega^2C^2}\cdot(i+R\omega C) \\
\Rightarrow \left|\frac{U_\mathrm{a}}{U_\mathrm{e}}\right| &= \frac{R\omega C}{1+R^2\omega^2C^2}\cdot\sqrt{(i+R\omega C)\cdot(R\omega C-i)} \\
&= \frac{R\omega C}{1+R^2\omega^2C^2}\cdot\sqrt{R^2\omega^2C^2+1} \\
&= \frac{R\omega C}{\sqrt{1+R^2\omega^2C^2}}
\end{aligned} \tag{12}$$

Herleitung für die Phasenverschiebung des CR-Hochpasses erster Ordnung:

$$\phi = \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}\left(\frac{U_\mathrm{a}}{U_\mathrm{e}}\right)}{\mathrm{Re}\left(\frac{U_\mathrm{a}}{U_\mathrm{e}}\right)}\right) = \arctan\left(\frac{1}{R\omega C}\right) \tag{13}$$

Herleitung für das Amplitudenverhältnis des CRL-Hochpasses zweiter Ordnung:

$$\begin{aligned}
\frac{U_\mathrm{a}}{i\omega L} &= \frac{U_\mathrm{e}}{R+\frac{1}{i\omega C}+i\omega L} \\
\Leftrightarrow \frac{U_\mathrm{a}}{U_\mathrm{e}} &= \frac{i\omega L}{R+\frac{1}{i\omega C}+i\omega L} \\
&= \frac{-\omega^2LC}{iR\omega C+1-\omega^2LC}\cdot\frac{1-\omega^2LC-iR\omega C}{1-\omega^2LC-iR\omega C} \\
&= \frac{1}{(1-\omega^2LC)^2+R^2\omega^2C^2}\cdot(-\omega^2LC+\omega^4L^2C^2+iR\omega^3C^2L) \\
&= \frac{\omega^2LC}{(1-\omega^2LC)^2+R^2\omega^2C^2}\cdot(-1+\omega^2LC+iR\omega C) \\
\Rightarrow \left|\frac{U_\mathrm{a}}{U_\mathrm{e}}\right| &= \frac{\omega^2LC}{(1-\omega^2LC)^2+R^2\omega^2C^2}\cdot\sqrt{(-1+\omega^2LC)^2+R^2\omega^2C^2} \\
&= \frac{\omega^2LC}{\sqrt{(1-\omega^2LC)^2+R^2\omega^2C^2}}
\end{aligned} \tag{14}$$

Herleitung für die Phasenverschiebung des CRL-Hochpasses zweiter Ordnung:

$$\phi = \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}\left(\frac{U_\mathrm{a}}{U_\mathrm{e}}\right)}{\mathrm{Re}\left(\frac{U_\mathrm{a}}{U_\mathrm{e}}\right)}\right) = \arctan\left(\frac{R\omega C}{\omega^2LC-1}\right) \tag{15}$$

6.2 Grafiken

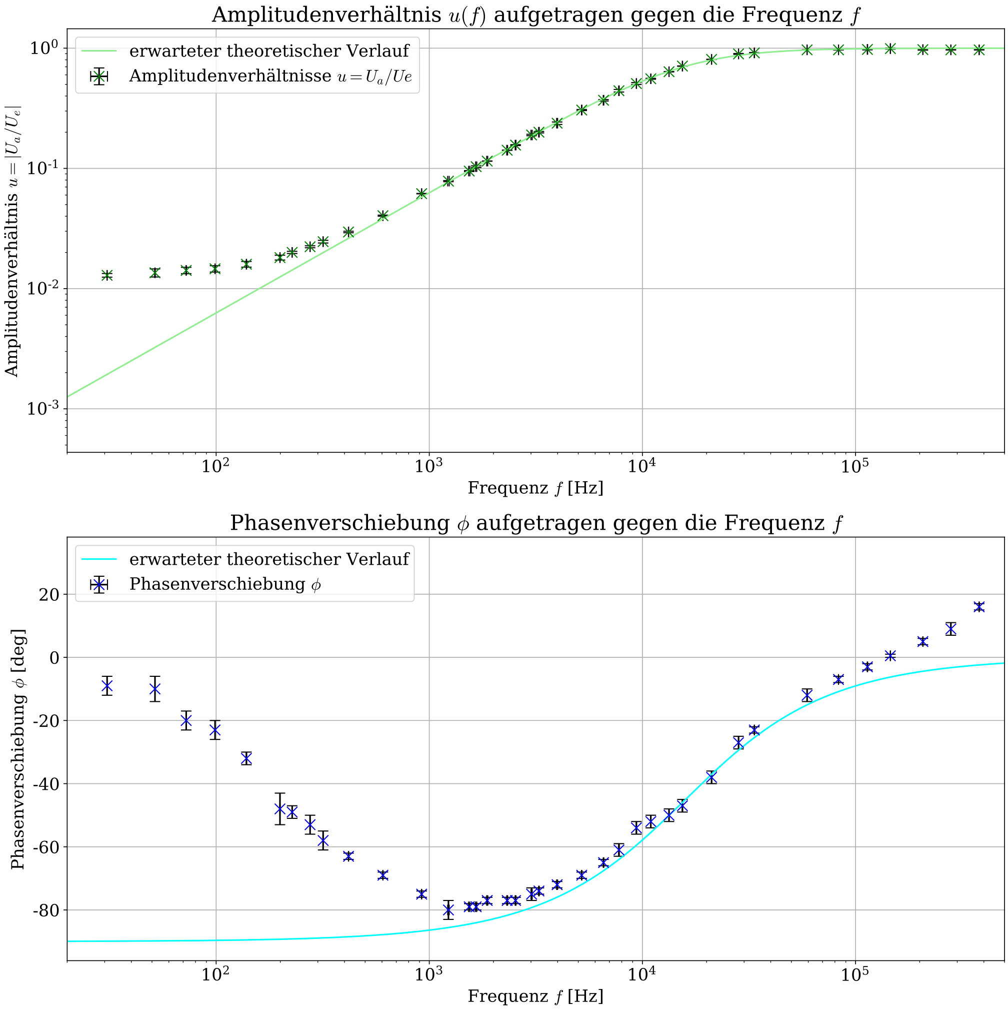


Abb. 11: Zu sehen ist das Bode-Diagramm des CRL-Hochpasses zweiter Ordnung. Aufgetragen ist dabei im oberen Diagramm das Amplitudenverhältnis $u(f)$ gegen die Freqenz f in Hz und im unteren Diagramm die Phase $\phi(f)$ in Grad ebenfalls gegen die Frequenz f in Hz. Für u und f wird jeweils eine logarithmische Achsenteilung gewählt, während ϕ unter linearer Achsenteilung eingezeichnet ist. Zusätzlich ist der theoretische Verlauf für einen RL-Hochpass mit abgebildet.

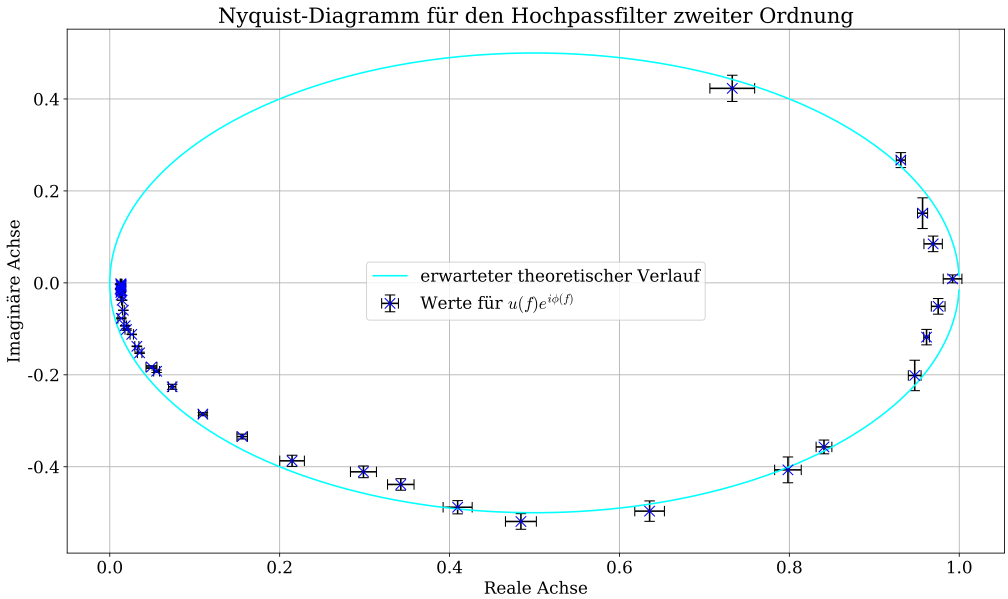
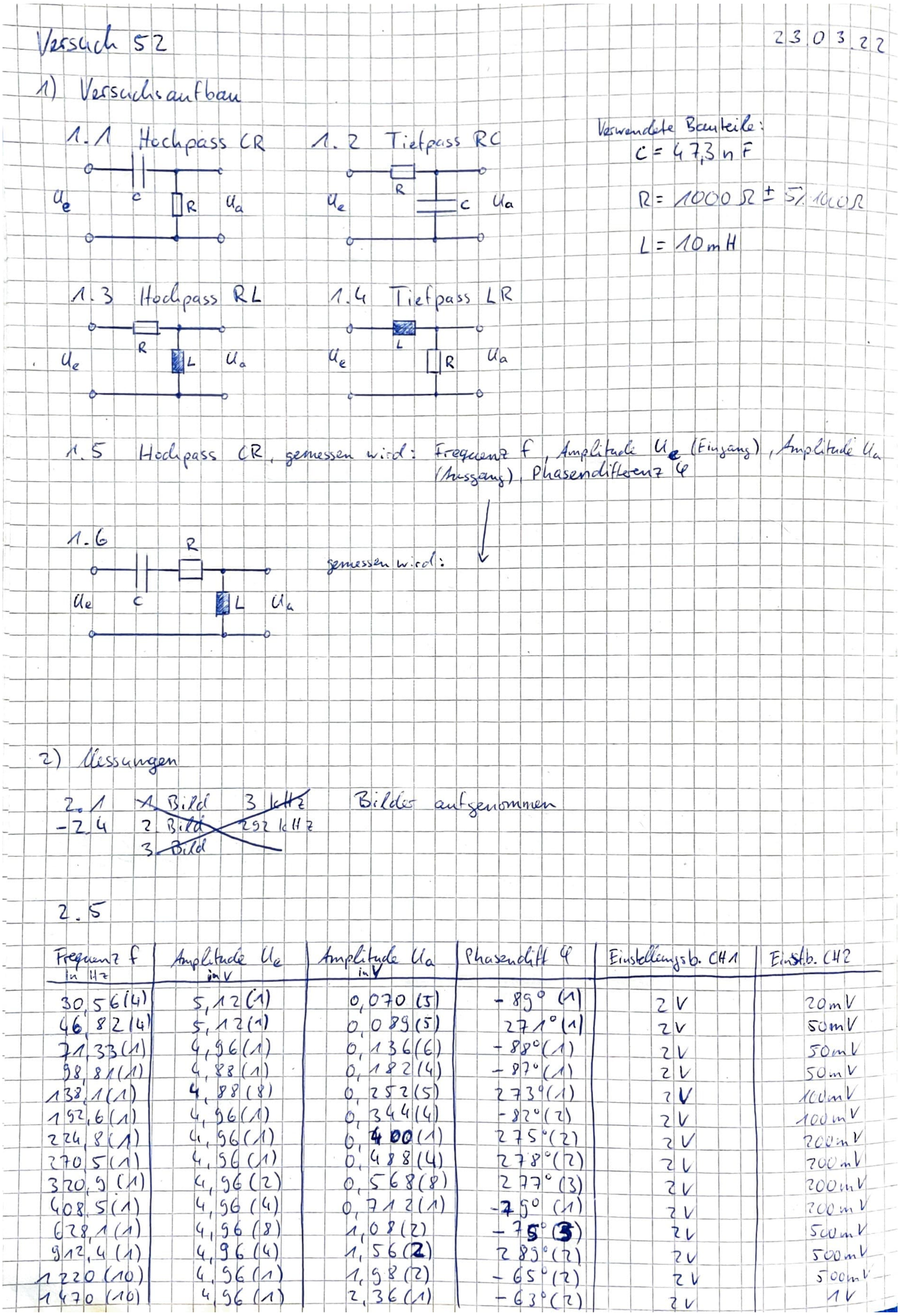


Abb. 12: Zu sehen ist das Nyquist-Diagramm des CRL-Hochpasses zweiter Ordnung. Aufgetragen sind dabei die Werte für $u(f)e^{i\phi(f)}$ in der komplexen Ebene, die über Gleichung 6 bestimmt werden. Zusätzlich ist der theoretische Verlauf für einen RL-Hochpass mit abgebildet.

6.3 Laborbuch



Versuch 52 23.03.22

1) Versuchsaufbau

1.1 Hochpass CR

U_e C R U_a

1.2 Tiefpass RC

U_e R C U_a

Verwendete Bauteile:
C = 47,3 nF
R = 1000 Ω ± 5% 100 Ω
L = 10 mH

1.3 Hochpass RL

U_e R L U_a

1.4 Tiefpass LR

U_e L R U_a

1.5 Hochpass CR, gemessen wird: Frequenz f, Amplitude U_e (Eingang), Amplitude U_a (Ausgang), Phasendifferenz φ

1.6

U_e C R L U_a

gemessen wird:

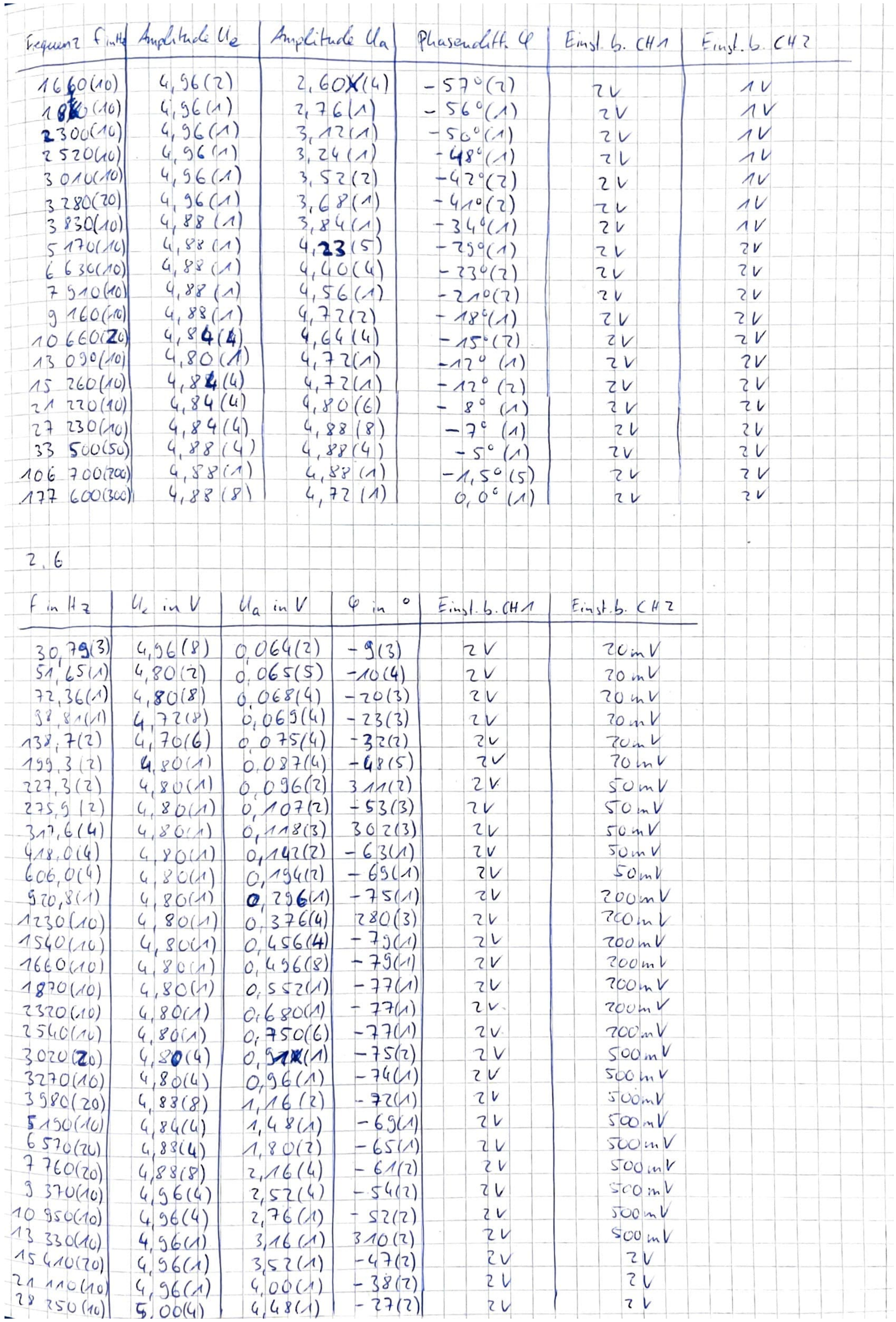
2) Messungen

2.1 – 2.4 ~~1 Bild 3 kHz~~ ~~2 Bild 292 kHz~~ ~~3 Bild~~ Bilder aufgenommen

2.5

Frequenz f in Hz	Amplitude U_e in V	Amplitude U_a in V	Phasendiff φ	Einstellungsb. CH1	Einstb. CH2
30,56(4)	5,12(1)	0,070(5)	−89° (1)	2 V	20 mV
46,82(4)	5,12(1)	0,089(5)	271°(1)	2 V	50 mV
71,33(1)	4,96(1)	0,136(6)	−88°(1)	2 V	50 mV
98,81(1)	4,88(1)	0,182(4)	−87°(1)	2 V	50 mV
138,1(1)	4,88(8)	0,252(5)	273°(1)	2 V	100 mV
192,6(1)	4,96(1)	0,344(4)	−82°(2)	2 V	100 mV
224,8(1)	4,96(1)	0,400(1)	275°(2)	2 V	200 mV
270,5(1)	4,96(1)	0,488(4)	278°(2)	2 V	200 mV
320,9(1)	4,96(2)	0,568(8)	277°(3)	2 V	200 mV
408,5(1)	4,96(4)	0,712(1)	−79° (1)	2 V	200 mV
628,1(1)	4,96(8)	1,08(2)	−75° (3)	2 V	500 mV
912,4(1)	4,96(4)	1,56(2)	289°(2)	2 V	500 mV
1220(10)	4,96(1)	1,98(2)	−65°(2)	2 V	500 mV
1470(10)	4,96(1)	2,36(1)	−63°(2)	2 V	1 V

Abb. 13: Laborbuch, Seite 1

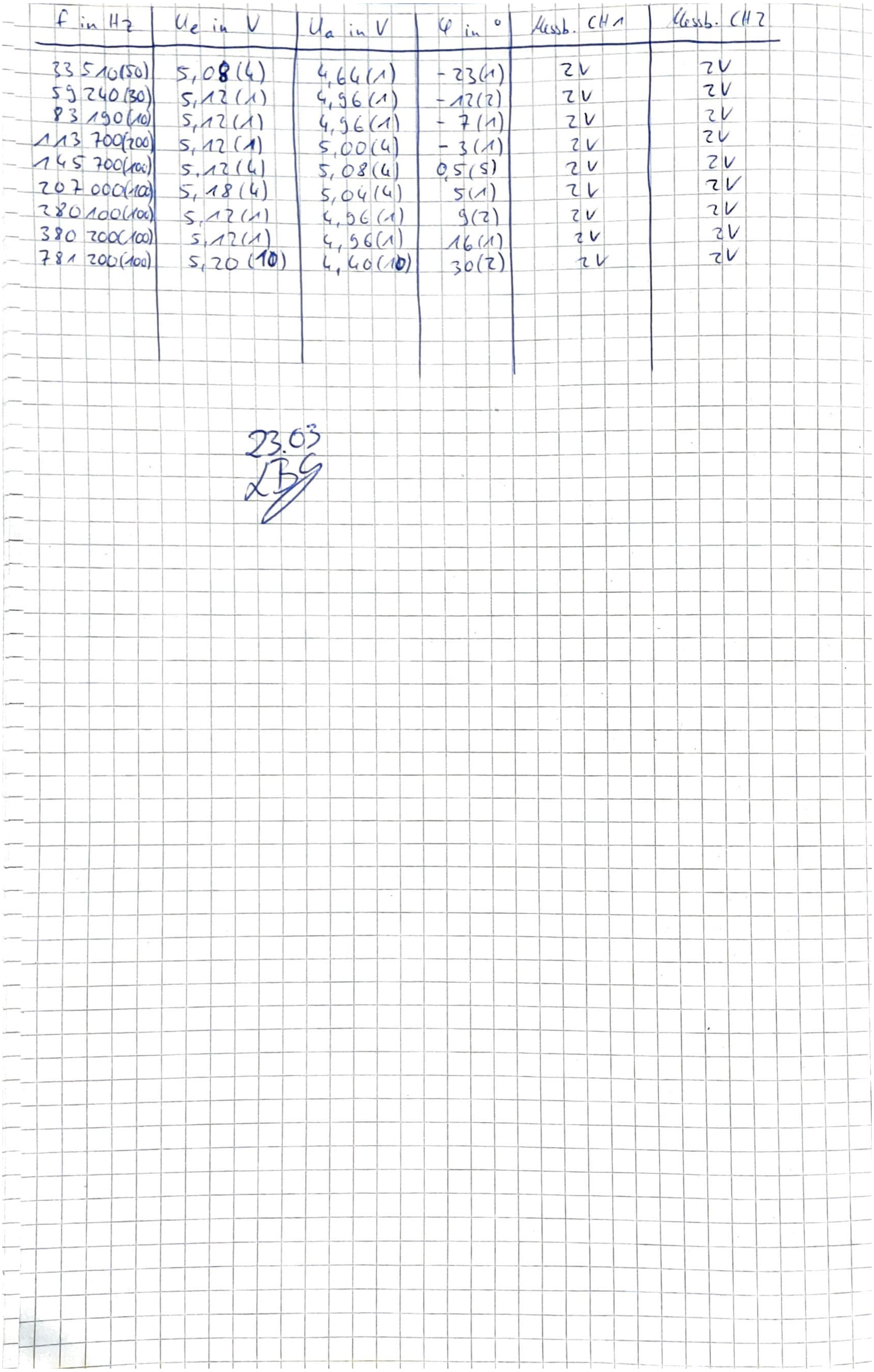


Frequenz f in Hz	Amplitude U_e	Amplitude U_a	Phasendiff. φ	Einst. b. CH1	Einst. b. CH2
1660(10)	4,96(2)	2,60(4)	−57°(2)	2 V	1 V
1880(10)	4,96(1)	2,76(1)	−56°(1)	2 V	1 V
2300(10)	4,96(1)	3,12(1)	−50°(1)	2 V	1 V
2520(10)	4,96(1)	3,24(1)	−48°(1)	2 V	1 V
3010(10)	4,96(1)	3,52(2)	−42°(2)	2 V	1 V
3280(20)	4,96(1)	3,68(1)	−41°(2)	2 V	1 V
3830(10)	4,88(1)	3,84(1)	−34°(1)	2 V	1 V
5170(10)	4,88(1)	4,23(5)	−29°(1)	2 V	2 V
6630(10)	4,88(1)	4,40(4)	−23°(2)	2 V	2 V
7910(10)	4,88(1)	4,56(1)	−21°(2)	2 V	2 V
9160(10)	4,88(1)	4,72(2)	−18°(1)	2 V	2 V
10 660(20)	4,84(4)	4,64(4)	−15°(2)	2 V	2 V
13 090(10)	4,80(1)	4,72(1)	−12°(1)	2 V	2 V
15 260(10)	4,84(4)	4,72(1)	−12°(2)	2 V	2 V
21 220(10)	4,84(4)	4,80(6)	−8°(1)	2 V	2 V
27 230(10)	4,84(4)	4,88(8)	−7°(1)	2 V	2 V
33 500(50)	4,88(4)	4,88(4)	−5°(1)	2 V	2 V
106 700(200)	4,88(1)	4,88(1)	−1,5°(5)	2 V	2 V
177 600(300)	4,88(8)	4,72(1)	0,0°(1)	2 V	2 V

2.6

f in Hz	U_e in V	U_a in V	φ in °	Einst. b. CH1	Einst. b. CH2
30,79(3)	4,96(8)	0,064(2)	−9(3)	2 V	20 mV
51,65(1)	4,80(2)	0,065(5)	−10(4)	2 V	20 mV
72,36(1)	4,80(8)	0,068(4)	−20(3)	2 V	20 mV
98,81(1)	4,72(8)	0,069(4)	−23(3)	2 V	20 mV
138,7(2)	4,70(6)	0,075(4)	−32(2)	2 V	20 mV
199,3(2)	4,80(1)	0,087(4)	−48(5)	2 V	20 mV
227,3(2)	4,80(1)	0,096(2)	311(2)	2 V	50 mV
275,9(2)	4,80(1)	0,107(2)	−53(3)	2 V	50 mV
317,6(4)	4,80(1)	0,118(3)	302(3)	2 V	50 mV
418,0(4)	4,80(1)	0,142(2)	−63(1)	2 V	50 mV
606,0(4)	4,80(1)	0,194(2)	−69(1)	2 V	50 mV
920,8(1)	4,80(1)	0,296(1)	−75(1)	2 V	200 mV
1230(10)	4,80(1)	0,376(4)	280(3)	2 V	200 mV
1540(10)	4,80(1)	0,456(4)	−79(1)	2 V	200 mV
1660(10)	4,80(1)	0,496(8)	−79(1)	2 V	200 mV
1870(10)	4,80(1)	0,552(1)	−77(1)	2 V	200 mV
2320(10)	4,80(1)	0,680(1)	−77(1)	2 V	200 mV
2540(10)	4,80(1)	0,750(6)	−77(1)	2 V	200 mV
3020(20)	4,80(4)	0,9[illegible](1)	−75(2)	2 V	500 mV
3270(10)	4,80(4)	0,96(1)	−74(1)	2 V	500 mV
3980(20)	4,88(8)	1,16(2)	−72(1)	2 V	500 mV
5190(10)	4,84(4)	1,48(1)	−69(1)	2 V	500 mV
6570(20)	4,88(4)	1,80(2)	−65(1)	2 V	500 mV
7760(20)	4,88(8)	2,16(4)	−61(2)	2 V	500 mV
9370(10)	4,96(4)	2,52(4)	−54(2)	2 V	500 mV
10 950(10)	4,96(4)	2,76(1)	−52(2)	2 V	500 mV
13 330(10)	4,96(1)	3,16(1)	310(2)	2 V	500 mV
15 410(20)	4,96(1)	3,52(1)	−47(2)	2 V	2 V
21 110(10)	4,96(1)	4,00(1)	−38(2)	2 V	2 V
28 250(10)	5,00(4)	4,48(1)	−27(2)	2 V	2 V

Abb. 14: Laborbuch, Seite 2



f in Hz	U_e in V	U_a in V	φ in °	Messb. CH1	Messb. CH2
33 510(50)	5,08(4)	4,64(1)	-23(1)	2V	2V
59 240(30)	5,12(1)	4,96(1)	-12(2)	2V	2V
83 190(10)	5,12(1)	4,96(1)	-7(1)	2V	2V
113 700(200)	5,12(1)	5,00(4)	-3(1)	2V	2V
145 700(100)	5,12(4)	5,08(4)	0,5(5)	2V	2V
207 000(100)	5,18(4)	5,04(4)	5(1)	2V	2V
280 100(100)	5,12(1)	4,96(1)	9(2)	2V	2V
380 200(100)	5,12(1)	4,96(1)	16(1)	2V	2V
781 200(100)	5,20(10)	4,40(10)	30(2)	2V	2V

23.03

Abb. 15: Laborbuch, Seite 3

Abbildungsverzeichnis