

Universität Freiburg
Physiklabor für Anfänger, Teil 2
Ferienpraktikum im Wintersemester 2023/2024

Versuch 52

Frequenzfilter



7. November 2024

Datum der Durchführung: 18. März 2024

Tutor



Inhaltsverzeichnis

1	Ziel des Versuches	1
2	Versuch	1
2.1	Aufbau	1
2.2	Durchführung	2
3	Auswertung und Fehleranalyse	2
3.1	Verhalten bei Spannungssprüngen	3
3.1.1	Hochpass	3
3.1.2	Tiefpass	4
3.2	Frequenzgang	4
3.2.1	Tiefpass	4
3.2.2	Hochpass	5
4	Diskussion der Ergebnisse	7
4.1	Übersichtliche Angabe der Endergebnisse	7
4.2	Vergleich mit erwartetem Ergebnis	7
4.2.1	Verhalten bei Spannungssprüngen	7
4.2.2	Frequenzgang	8
4.3	Verbesserte Methoden	8
5	Erklärung zur Autorenschaft	9
6	Anhang	10
6.1	Rohdaten mit Vortestat	10
	Literatur	11

1 Ziel des Versuches

Ziel des Versuches ist es, den Frequenzgang von einem Hoch- und einem Tiefpass erster Ordnung zu untersuchen. Zudem wird das Verhalten beider auf Spannungssprünge betrachtet.

2 Versuch

2.1 Aufbau

Der Aufbau des Versuches besteht im wesentlichen aus einem Oszilloskop, einem Funktionsgenerator als Spannungsquelle und einer Platine. Auf dieser werden unter Zuhilfenahme eines Lötkolbens verschiedene elektrische Stromschaltungen realisiert. Ein Bild des Aufbaus ist in Abb. 1 zu sehen.

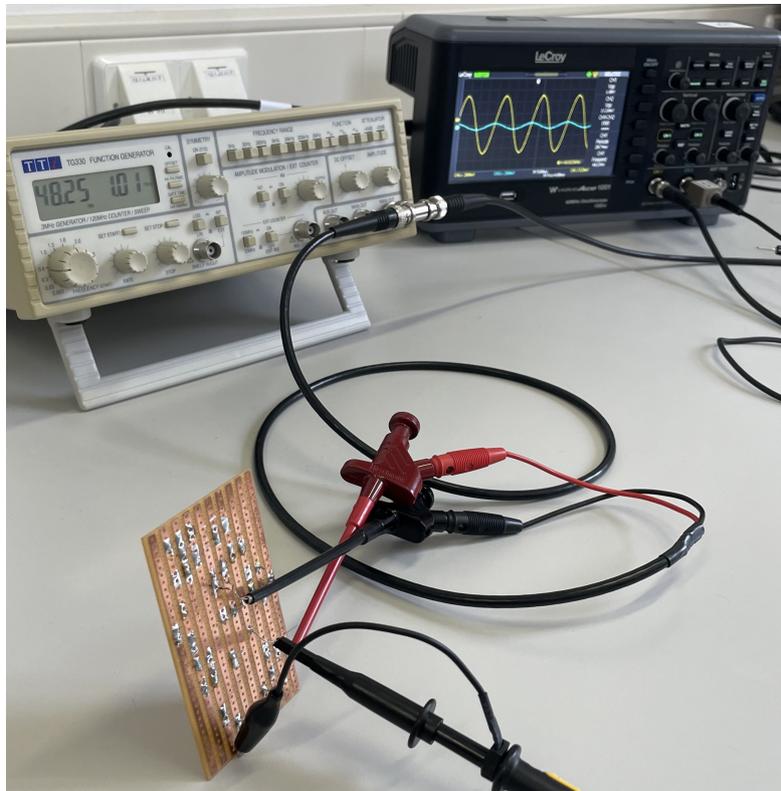


Abbildung 1: Versuchsaufbau

Dort erkennt man auch, dass der Strom aus der Spannungsquelle mithilfe von Koaxialkabeln und einem T-Stück zur Platine und zum Oszilloskop verlegt wurde. Das Oszilloskop zeigt dadurch immer die Eingangsspannung U_e der Schaltung an. Auf der Platine wird die

Ausgangsspannung U_a abgenommen und auch zum Oszilloskop geleitet. Dies zeigt dann zusätzlich die Ausgangsspannung. Die Eingangsspannung ist in den folgenden Bildern stets gelb und die Ausgangsspannung stets blau. Es werden zwei verschiedenen Schaltungen benutzt, ein Tiefpass und ein Hochpass erster Ordnung.

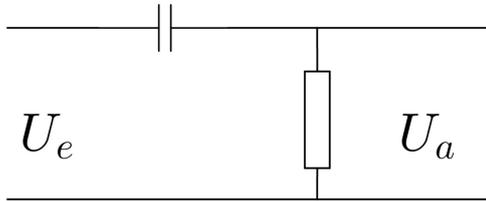


Abbildung 2: Schaltskizze CR -Hochpass

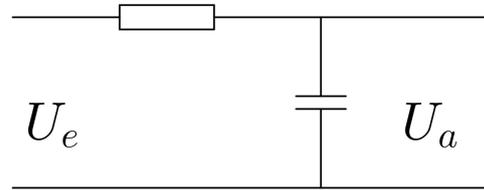


Abbildung 3: RC -Tiefpass

2.2 Durchführung

Als erstes werden ein Widerstand und ein Kondensator auf eine Platine gelötet und mit dem Funktionsgenerator und dem Oszilloskop so verbunden, dass ein Hochpass wie in Abb. 2 entsteht. Vertauscht man die beiden Anschlüsse des Funktionsgenerators an der Platine, so entsteht ein Tiefpass. Für den Hochpass und den Tiefpass wird zuerst untersucht, wie sie sich bei Spannungssprüngen verhalten. Dazu wird eine Rechteckspannung mit dem Funktionsgenerator angelegt. Am Oszilloskop werden dann wie oben beschrieben die Spannungskurven angezeigt.

Im zweiten Teil wird wieder für beide Filter der Frequenzgang untersucht. Dazu wird Sinusspannung angelegt und es wird für verschiedene Frequenzen f , im Bereich um die Grenzfrequenz f_g , das Amplitudenverhältnis u bestimmt. Aus den am Oszilloskop angezeigten Verläufen, kann das Gerät die Messwerte für die sogenannte „Peak-to-Peak“ Spannung U_{pp} berechneten. Diese kann angezeigt und abgelesen werden.

3 Auswertung und Fehleranalyse

Sowohl der Tiefpass, als auch der Hochpass bestehen aus zwei Bauteilen. Einem technischen Widerstand, mit nominellem Wert $R = (330 \pm 5\%)\Omega$, welcher mit einem Multimeter nachgemessen wird, um einen genaueren Wert zu erhalten. Daraus resultiert:

$$R = (333 \pm 3,7)\Omega.$$

Das zweite Bauteil ist ein Kondensator mit $C = 1\mu\text{F}$. Für dieses ist keine Unsicherheit angegeben. Nimmt man $\Delta C = \pm 5\%$ an, so folgt

$$C = (1,00 \pm 0,05)\mu\text{F}.$$

Diese beiden Bauteile werden zu zwei Schaltungen wie in Abb. 3 für den Tiefpass und in Abb. 2 für den Hochpass eingezeichnet, aufgebaut.

3.1 Verhalten bei Spannungssprüngen

Es wird eine Rechteckspannung an die Bauteile angelegt, für die der Zusammenhang $f \ll \frac{1}{\tau}$ gilt. Dabei ist $\tau = RC$ die Zeitkonstante dieser Aufbauten. Mit oben bestimmten Werten für R und C folgt

$$\tau = (333 \pm 17)\mu\text{s}.$$

Die Unsicherheit ergibt sich dabei mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung¹ zu

$$\Delta\tau = \sqrt{(C \cdot \Delta R)^2 + (R \cdot \Delta C)^2} \approx 17\mu\text{s}.$$

Somit muss $f \ll 3003\text{Hz}$ sein. Es wird eine Frequenz $f = 2,63\text{Hz}$ eingestellt und der Ausgang am Funktionsgenerator mit $R = 50\Omega$ gewählt.

3.1.1 Hochpass

In den nachfolgenden Abbildungen ist der zeitliche Verlauf für die Eingangsspannung (Rechteckspannung) auf dem Oszilloskop in gelb dargestellt. Der Spannungsverlauf der an dem verwendeten Hoch- und Tiefpass gemessen wird, also die Ausgangsspannung ist immer in blau dargestellt. Es ist zu beachten, dass die beiden Spannungsverläufe unterschiedliche Skalierungen haben, die Größe der Werte also nicht auf den ersten Blick graphisch verglichen werden kann.

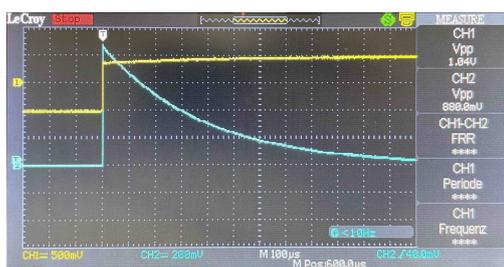


Abbildung 4: kurzes Zeitintervall

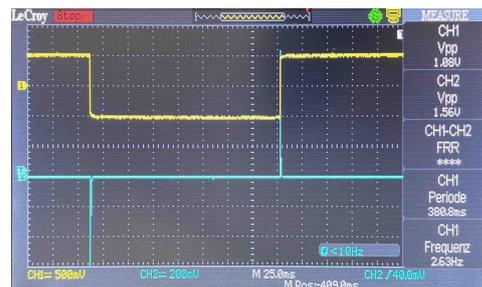


Abbildung 5: langes Intervall

In Abb. 4 ist der Spannungsverlauf für den Hochpass für ein kurzes Zeitintervall dargestellt. zu sehen ist in gelb ein Sprung der Rechteckspannung. In blau ist zu sehen, dass an dem Hochpass durch den Sprung zuerst eine verhältnismäßig große Spannung anliegt, welche dann wieder auf Null abfällt. In Abb. 5 ist dann das Gleiche für einen längeren Zeitraum dargestellt. Zu erkennen ist eine Periode der Rechteckspannung. Zudem gibt es einen Ausschlag der Spannung am Hochpass, wann immer die Rechteckspannung einen Sprung macht. Der Ausschlag geht in die gleiche Richtung wie der Sprung der angelegten Spannung. In den Intervallen zwischen den Ausschlägen ist die gemessene Spannung Null.

¹[Bar24]

3.1.2 Tiefpass

Für den Tiefpass sind äquivalente Darstellungen wie bei dem Hochpass in Abb. 6 und Abb. 7 dargestellt. Der Tiefpass verzögert dabei den Anstieg der Spannung im Vergleich zu der angelegten Rechteckspannung, wie in dem kurzen Intervall zu erkennen ist. In längeren Zeitabschnitten sehen die Verläufe der Rechteckspannung und der Spannung am Tiefpass fast identisch aus. Hier ist auch die Skalierung der beiden Kurven identisch.

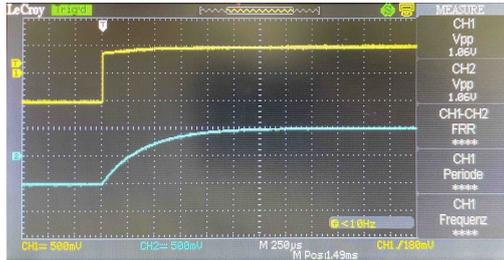


Abbildung 6: kurzes Zeitintervall

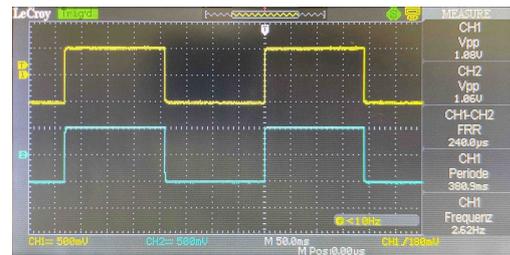


Abbildung 7: langes Intervall

3.2 Frequenzgang

Für die Messung des Frequenzgangs wird am Funktionsgenerator eine Peak-to-Peak Spannung $U_e^{pp} = 1,01\text{V}$ angelegt. Der verwendete Ausgang hat wieder den Widerstand $R = 50\Omega$. Gemessen wird das Amplitudenverhältnis $u = \frac{U_a}{U_e}$ mit der Eingangsspannung U_e und der Ausgangsspannung U_a . Die Grenzfrequenz f_g berechnet sich zu dem Wert

$$f_g = \frac{1}{2\pi\tau} \approx (478 \pm 24)\text{Hz},$$

um welchen die Messwerte erhoben werden. Die Unsicherheit folgt wieder aus der Fehlerfortpflanzung der Unsicherheit von τ mit $\Delta f_g = \frac{\Delta\tau}{2\pi\tau^2}$.

Gemessen wird dann die jeweilige Peak-to-Peak Spannung in Abhängigkeit der Frequenz. Die Unsicherheiten der Frequenz und Spannung kommen aus den Schwankungen der Werte am Oszilloskop. Diese werden mit den Werten für die Frequenz $a_f = 1\text{Hz}$ und die Spannung $a_U = 10\text{mV}$ als rechteckverteilt angenommen. Daraus resultieren die Unsicherheiten

$$\Delta f = \frac{1\text{Hz}}{\sqrt{3}} \approx 0,6\text{Hz}$$

und

$$\Delta U \approx 6\text{mV}.$$

3.2.1 Tiefpass

In Abb. 8 ist das Amplitudenverhältnis $u(f)$ in Abhängigkeit von f dargestellt. Zu sehen sind die einzelnen Messpunkte mit Fehlerbalken in xy-Richtung. Diese sind allerdings so

klein, dass sie oft nicht sichtbar sind. Eine Anpassung wird mittels der Formel²

$$u(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f)^2 R^2 C^2}}$$

berechnet. Dies wird wie ein Fit behandelt, um daraus eine Güte von $\chi^2 = 19,07$, bei 21 Messpunkten, zu berechnen. Dies ist als grüne Linie mit Konfidenzband dargestellt. Das Konfidenzband wird mittels Gauß'scher Fehlerfortpflanzung und den Unsicherheiten auf den Widerstand und die Kapazität der Schaltung berechnet. Die hierzu verwendete Formel ist:

$$\Delta u = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2 R^2 f^2 C}{(4\pi^2 R^2 f^2 C^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} \cdot \Delta C\right)^2 + \left(\frac{4\pi^2 C^2 f^2 R}{(4\pi^2 C^2 f^2 R^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} \cdot \Delta R\right)^2}$$

Zusätzlich ist für die Grenzfrequenz f_g eine senkrechte, gepunktete Linie und eine horizontale Linie an der Stelle, an welcher die Anpassung den Wert $u(f) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ erreicht, eingezeichnet.

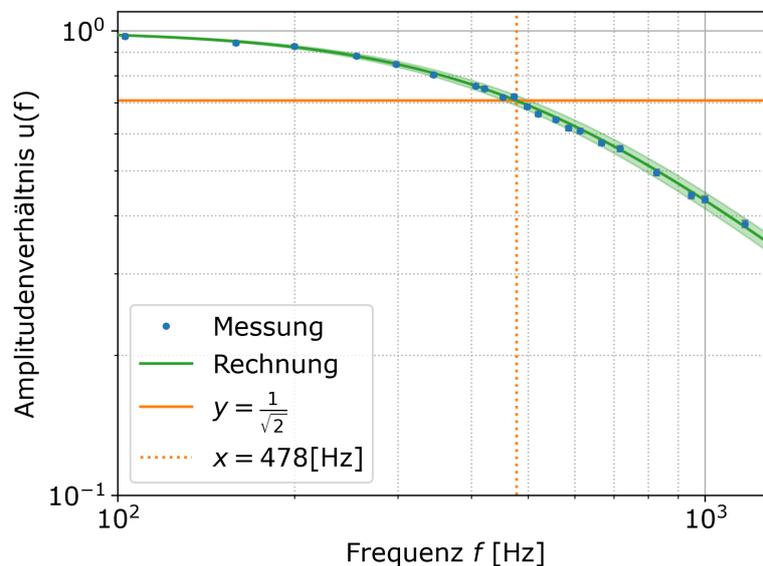


Abbildung 8: $u(f)$ in Doppellogarithmischem Diagramm für den Tiefpass

In Abb. 8 ist zu erkennen, dass für kleine Frequenzen $f \ll f_g$ das Amplitudenverhältnis $u(f) \approx 1$ und für große Frequenzen $f \gg f_g$ $u(f)$ stark abfällt.

3.2.2 Hochpass

Für Auswertung der Messung mit dem Hochpass wird äquivalent zu Abschnitt 3.2.1 vorgegangen. Die eingetragenen Daten und Anpassungen sind gleich wie für Abb. 8 berechnet, beziehungsweise eingetragen. Eine Ausnahme bilden die roten Messpunkte. Diese

²[Dem17]

liegen deutlich näher an der berechneten Linie als die restlichen Werte in diesem Bereich. Das besondere daran ist, dass diese Werte noch zusätzlich gemessen wurden, d.h. die Anschlüsse an die Platine wurden zwischen den blauen und roten Messungen neu angeschlossen. Weiteres dazu wird in Abschnitt 4.2.2 diskutiert. Die Anpassung für den Hochpass berechnet sich, ähnlich wie für den Tiefpass, mit der Formel

$$u(f) = \frac{2\pi f RC}{\sqrt{1 + (2\pi f)^2 R^2 C^2}},$$

wobei für die Unsicherheit Δu die Gleichung

$$\Delta u = \sqrt{\left(\frac{2\pi R f}{(4\pi^2 R^2 f^2 C^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} \cdot \Delta C\right)^2 + \left(\frac{2\pi C f}{(4\pi^2 C^2 f^2 R^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} \cdot \Delta R\right)^2}$$

aus der Fehlerfortpflanzung folgt. Für die Güte der Anpassung folgt bei 22 Messpunkten der Wert $\chi^2 = 388$.

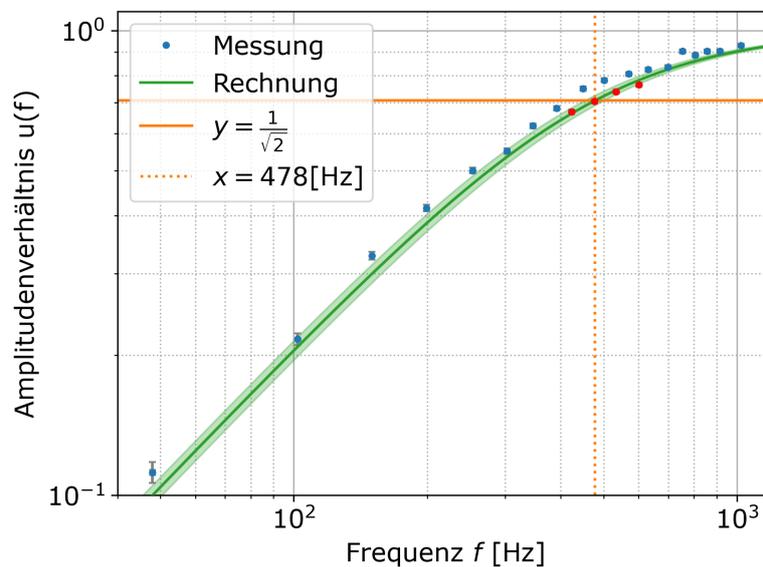


Abbildung 9: $u(f)$ in Doppellogarithmischem Diagramm für den Hochpass

In Abb. 9 ist zu erkennen, dass für kleine Frequenzen $f \ll f_g$ das Amplitudenverhältnis $u(f)$ sehr klein ist und für $f \rightarrow f_g$ stark ansteigt. Für große Frequenzen $f \gg f_g$ ist $u(f) \approx 1$.

4 Diskussion der Ergebnisse

4.1 Übersichtliche Angabe der Endergebnisse

Für die verwendeten Bauteile ist die Zeitkonstante mit

$$\tau = (333 \pm 17)\mu\text{s}$$

gegeben. Die Grenzfrequenz für den Hoch- und Tiefpass errechnet sich zu

$$f_g = (478 \pm 24)\text{Hz}.$$

4.2 Vergleich mit erwartetem Ergebnis

4.2.1 Verhalten bei Spannungssprüngen

Beim Hochpass trifft die erwartete Spannungsspitze mit danach exponentiell abfallender Spannung genau die Erwartung. Wie wir Abb. 2 entnehmen, ist die Ausgangsspannung nichts anderes, als die Spannung die am Widerstand anliegt. Diese ist wiederum proportional zum Strom durch den Widerstand, wegen $I \propto U$. Der Strom der fließt, ist aufgrund der Maschenregel genau jener Strom eines sich aufladenden Kondensators.

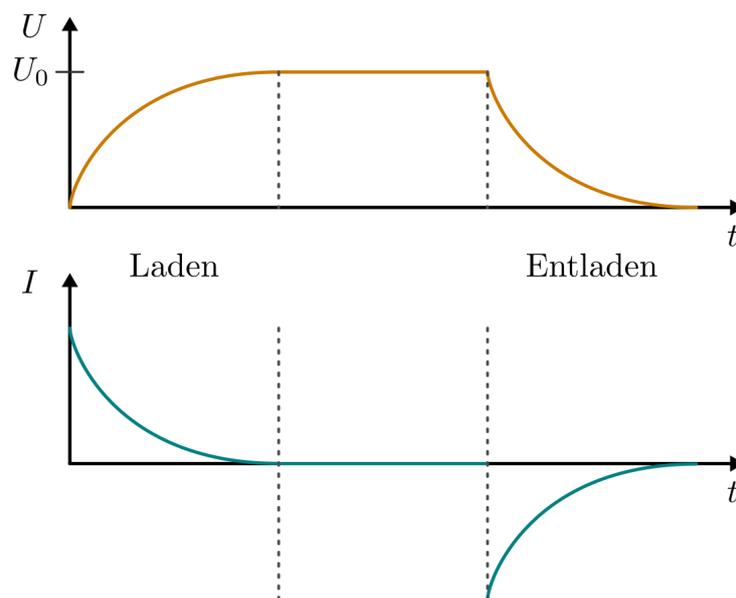


Abbildung 10: Lade und Entladevorgang eines Kondensators[Gro18]

Diesen Verlauf sehen wir in Abb. 10. Man erkennt einen klaren Zusammenhang mit Abb. 4. Auch den negativen Strom des Entladevorgangs erkennt man anhand der negativen Spannung in Abb. 5. Diese Annahmen zur Erklärung sind gerechtfertigt, da die

Frequenz so klein ist, dass der Kondensator genug Zeit hat sich quasi vollständig aufzuladen. Beim Tiefpass ist es genau umgekehrt. Man misst die Spannung über den Kondensator, erwartet also, aufgrund der extrem langsamen Frequenz, einen Spannungsverlauf, der analog zu einem Kondensatorladevorgang ist. Vergleicht man wieder die Abb. 10 mit Abb. 6, so erkennt man, dass das gemessene Verhalten genau dem Ladevorgang des Kondensators entspricht. Beim Spannungsabfall auf Null zurück, ist davon auszugehen, dass es einem Spannungsabfall des entladenden Kondensators entspricht. Dies wurde allerdings im Rahmen der Messung nicht nachgeprüft, es lässt sich lediglich anhand von Abb. 7 erahnen.

4.2.2 Frequenzgang

Beim Tiefpass beobachten wir, wie der Name schon andeutet, dass die niedrigen Frequenzen ihn passieren, die hohen aber deutlich abgeschwächt werden. Rechnerisch kommt man auf eine Grenzfrequenz von $f = (478 \pm 24)\text{Hz}$. Trägt man dies in das Diagramm des Tiefpasses ein, sieht man, dass die gemessene Kurve ziemlich genau dort auch das $u = \frac{1}{\sqrt{2}}$ Niveau trifft. Dies überrascht wenig, da die Theorie und die 21 Messwerte doch sehr exakt übereinstimmen was am $\chi^2 = 19,07$ eindeutig zu erkennen ist. Die Folgerung daraus ist, dass die Grenzfrequenz der Schaltung sowohl rechnerisch als auch gemessen bei $f = (478 \pm 24)\text{Hz}$ liegt und die verwendeten Modelle stimmen. Die Bandbreite wäre also von 0Hz bis 478Hz.

Beim Hochpass ist die Lage weniger klar. Es ist zunächst festzustellen, dass eine deutliche Diskrepanz zwischen Theorie und Messwerten da ist. Dies sieht man eindeutig an $\chi^2 = 388$. In Abb. 9 sind vier Messwerte rund um die errechnete Grenzfrequenz rot markiert. Dies sind die letzten vier Messpunkte unserer Messreihe. Diese haben eine Gemeinsamkeit, sie wurden gemessen, nachdem die Kontaktierung des Oszilloskops noch einmal umgebaut und neu zusammengebaut wurde. Man erkennt sofort, dass dies Messwerte eine eindeutige Diskrepanz zu den anderen Messwerten haben. Sie liegen auch wesentlich näher an den theoretischen Werten. Es liegt die Vermutung nahe, dass aufgrund der schlechten Verbindung von zwischen der Schaltung und dem Oszilloskop die erste Messreihe so weit von den theoretischen Werten abweicht, im Vergleich zu den letzten vier Messwerten. Wenn man die rot markierten Werte als Referenz nimmt, bei denen einer genau durch die theoretische Grenzfrequenz von $f = (178 \pm 24)\text{Hz}$ geht, so erfüllt auch diese Schaltung die Theorie. Wenn man allerdings davon ausgeht, dass die andere Messreihe stimmt, wäre man eher bei einer Grenzfrequenz von $f \approx 420\text{Hz}$. In jedem Fall müsste für diesen Aufbau unbedingt noch weitere Messungen durchführen.

4.3 Verbesserte Methoden

Eine deutliche Verbesserung würde eine bessere Kontaktierungsmöglichkeit für das Oszilloskop bieten, beziehungsweise Klemmen, die strammer zuziehen. Eine andere Möglichkeit zur Erhöhung der Messgenauigkeit wäre dadurch möglich, mit einem Multimeter die Kapazität des Kondensators genauer zu bestimmen. Einige Multimeter sind dazu in

der Lage, das hier verwendete allerdings nicht. Ansonsten ist der Versuch bereits sehr gut optimiert.

5 Erklärung zur Autorenschaft

Alle auf der Titelseite genannten Autoren haben in gleichen Teilen zu allen Inhalten dieses Protokolls beigetragen.

6 Anhang

6.1 Rohdaten mit Vortestat

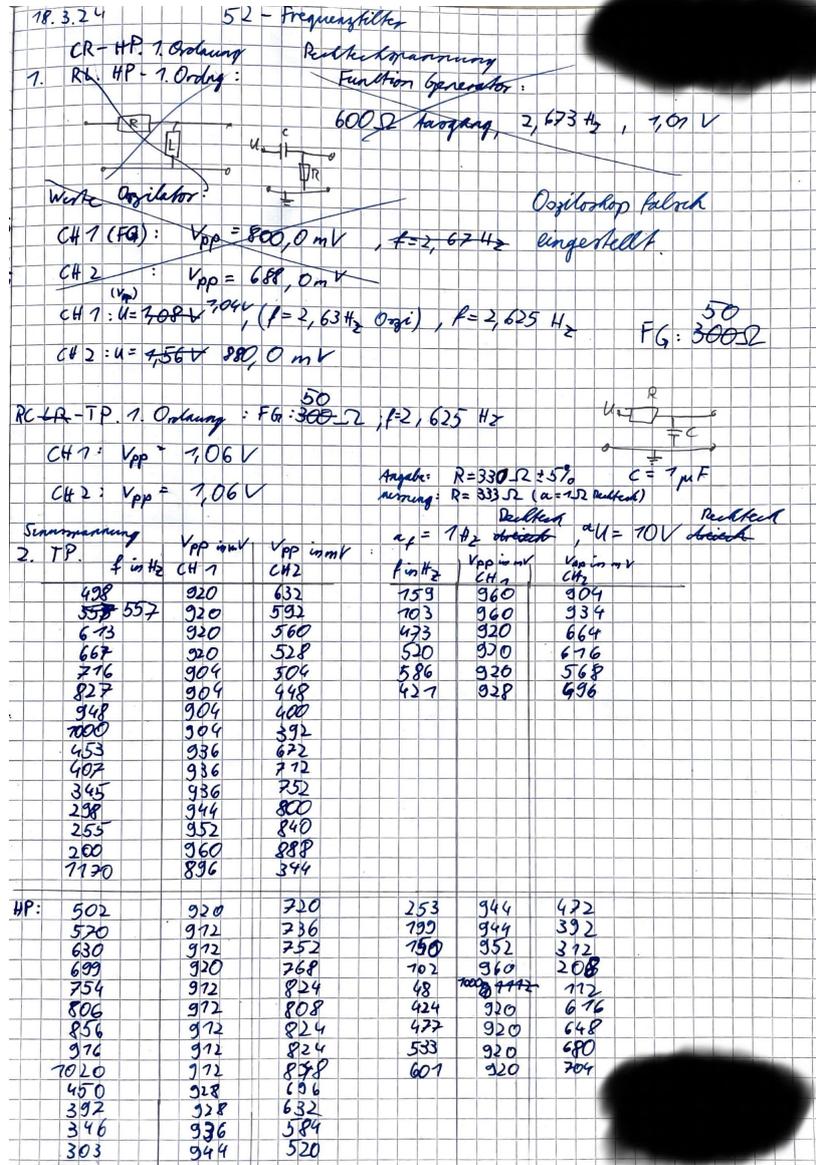


Abbildung 11: Rohdaten

Literatur

- [Bar24] Dr. Christof Bartels. *Datenanalyse A*. 29. Jan. 2024. URL: https://ilias.uni-freiburg.de/goto.php?target=file_3372920_download&client_id=unifreiburg (besucht am 05.03.2024).
- [Dem17] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 2*. Springer Spektrum, 2017.
- [Gro18] Bernhard Grotz. *Kondensatoren*. 1. März 2018. URL: <https://www.grundwissen.de/elektronik/bauteile/kondensator.html> (besucht am 19.03.2024).