

## Versuch 59: Erdmagnetfeld

Gruppennummer und Name des Instituts fehlen

durchgeführt am 25.02.2021

Assistent:

Aufbau und Durchführung, 20%: 1,0

Auswertung, 40%: 1,0

Diskussion, 30%: 1,0

Formalia, 10%: 2,3

Das Protokoll ist gut strukturiert und liest sich auch angenehm. Versucht nur darauf zu achten, dass ihr im Passiv schreibt, eure Abbildungen und Tabellen ausführlicher beschriftet. Außerdem hätte es in der Diskussion genügt, immer einen Absatz anstelle einer subsubsection einzufügen, um einen einzelnen Satz zu schreiben. Außerdem lasst ihr an manchen Stellen sehr viel Platz (bspw. nach dem Ziel des Versuchs oder nach dem Abbildungsverzeichnis). Eure Quellenangaben könnten ebenfalls etwas ausführlicher sein.

Der größte Knackpunkt war allerdings der Lapsus in der Silbentrennung in Abschnitt 2.3.

**Gesamtnote: 1,0**

Ein wirklich sehr schönes Protokoll, weiter so! Ich will euch trotzdem ein paar Tipps mit auf den Weg geben, die in zukünftigen Protokollen nützlich sein werden.

Zunächst wären da einmal die Verweise auf Abbildungen und Tabellen. Die sind zwar vollständig und richtig in eurem Protokoll eingefügt, lassen sich allerdings weniger mühsam gestalten. Wenn ihr beispielsweise das Package Cleveref verwendet, verlinkt dieses die Textstelle sofort mit dem Objekt, auf das ihr verweist, solltet ihr also beispielsweise auf eine Abbildung verweisen, so steht dann in eurem Text "... wie in \cref{label} zu sehen ist...". Cleveref erkennt dabei selbstständig den Objekttyp (Abbildung, Tabelle, etc.) und numeriert das Objekt auch automatisch. Solltet ihr also vor dem Fertigstellen des Protokolls noch eine Abbildung o. Ä. einfügen wollen, müsst ihr nicht mühsam alle Verweise neu nummerieren. Um Cleveref zu verwenden, muss zunächst das Package Hyperref installiert sein, fügt also einfach die Befehle

```
\usepackage{hyperref}[colorlinks=true,urlcolor=blue,linkcolor=black,citecolor=blue]
\usepackage{cleveref}
```

in den Anfang eures Protokolls ein.

Darüber hinaus empfiehlt es sich, Plots als PDF, somit als Vektorgrafik, abzuspeichern. Fügt zu diesem Zweck in euren matplotlib-code (wie bspw. für Abb. 3.1 verwendet) die Zeilen

```
fig = plt.figure(figsize=(12,8))
fig.savefig(fname="dateiname.pdf")
```

ein. (Den Dateinamen könnt ihr euch selbstverständlich aussuchen.) Damit ist die Auflösung eures Plots nicht mehrbeschränkt und ihr könnt ihn beliebig groß in euer Protokoll einfügen, ohne dass er unscharf wird.

# Inhaltsverzeichnis

|          |                                                               |           |
|----------|---------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Ziel des Versuchs</b>                                      | <b>3</b>  |
| <b>2</b> | <b>Versuchsaufbau und Durchführung</b>                        | <b>4</b>  |
| 2.1      | Messung der Deklination . . . . .                             | 4         |
| 2.2      | Messung der Inklination . . . . .                             | 5         |
| 2.3      | Messung der Horizontalkomponente durch Kompensation . . . . . | 5         |
| <b>3</b> | <b>Auswertung und Fehleranalyse</b>                           | <b>7</b>  |
| 3.1      | Messung der Deklination . . . . .                             | 7         |
| 3.2      | Messung der Inklination . . . . .                             | 7         |
| 3.3      | Messung der Horizontalkomponente durch Kompensation . . . . . | 7         |
| 3.4      | Gesamtflussdichte $ B_E $ des Erdmagnetfelds . . . . .        | 10        |
| <b>4</b> | <b>Zusammenfassung und Diskussion</b>                         | <b>11</b> |
| 4.1      | Deklination . . . . .                                         | 11        |
| 4.1.1    | Experimentell bestimmter Wert . . . . .                       | 11        |
| 4.1.2    | Deklinationsrechner . . . . .                                 | 11        |
| 4.1.3    | Vergleich der Deklinationen . . . . .                         | 11        |
| 4.2      | Inklination . . . . .                                         | 12        |
| 4.2.1    | Experimentell bestimmter Wert . . . . .                       | 12        |
| 4.2.2    | Deklinationsrechner . . . . .                                 | 12        |
| 4.2.3    | Vergleich der Inklinationen . . . . .                         | 12        |
| 4.3      | Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds . . . . .             | 13        |
| 4.3.1    | Experimentell bestimmter Wert . . . . .                       | 13        |
| 4.3.2    | Deklinationsrechner . . . . .                                 | 13        |
| 4.3.3    | Vergleich der Horizontalkomponenten . . . . .                 | 13        |
| 4.4      | Gesamtflussdichte des Erdmagnetfelds . . . . .                | 14        |
| 4.4.1    | Experimentell bestimmter Wert . . . . .                       | 14        |
| 4.4.2    | Deklinationsrechner . . . . .                                 | 14        |
| 4.4.3    | Vergleich der Gesamtflussdichten . . . . .                    | 14        |
| 4.5      | Mögliche Verbesserung der Messmethoden . . . . .              | 14        |
|          | <b>Abbildungsverzeichnis</b>                                  | <b>16</b> |
|          | <b>Tabellenverzeichnis</b>                                    | <b>16</b> |
| <b>5</b> | <b>Anhang</b>                                                 | <b>18</b> |

# 1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch soll das Erdmagnetfeld experimentell untersucht werden.

Dazu wird mittels Karte und Kompass die Deklination und mittels eines Inklinatoriums die Inklination bestimmt, außerdem wird die Horizontalkomponente des Magnetfelds durch Kompensation mit einer Spule gemessen.

Die experimentell bestimmten Werte werden dann anschließend mit denen eines Deklinationsrechners verglichen.

I

## 2 Versuchsaufbau und Durchführung

### 2.1 Messung der Deklination

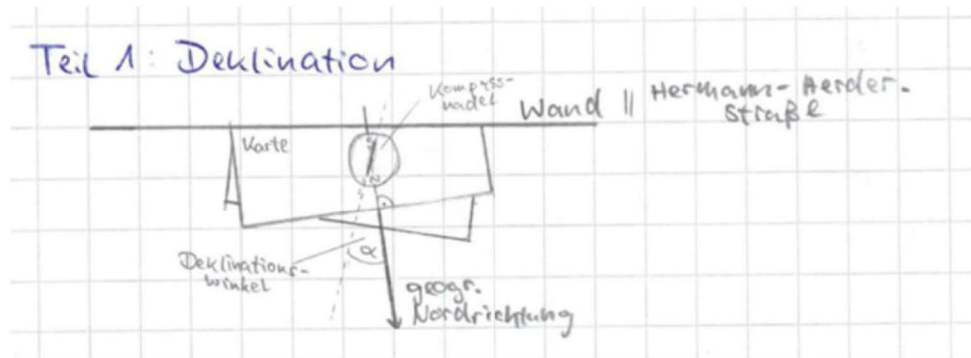


Abb. 2.1: Versuchsaufbau zur Deklinationsmessung Caption zu knapp

Die Deklination entspricht dem Winkel zwischen der Horizontalkomponente der Feldlinien des Erdmagnetfelds und der geographischen Nordrichtung, also einfach der Abweichung einer Kompassnadel von der geographischen Nordrichtung. Die geographische Nordrichtung wird mittels einer ausgedruckten Karte, auf der auch das Praktikumsgebäude eingezeichnet ist, bestimmt – die Nordrichtung steht dabei senkrecht zur oberen Kante der Karte und kann so leicht als Bleistiftlinie eingetragen werden.

Da das Praktikumsgebäude parallel zur Hermann-Herder-Straße liegt, kann die Karte entlang der Straße geknickt werden, sodass man die geknickte Karte nur an eine Wand parallel zur Straße anlegen muss, um die geographische Nordrichtung zu bestimmen.

Also wird an der zur Straße parallelen Wand eine Stelle gesucht, an der der Kompass nicht durch äußere Einflüsse (Metall, Stromleitungen, etc.) gestört wird, dort wird die geknickte Karte an die Wand gelegt. Den Kompass legt man dabei auf die Gerade der geographischen Nordrichtung, sodass diese durch  $0^\circ$  und  $180^\circ$  auf der Scheibe des Kompasses geht – die Kompassnadel, die sich an den Erdmagnetfeldlinien ausrichtet, sollte von dieser Gerade abweichen. Der Winkel  $\alpha$  zwischen der geografischen Nordrichtung und der Kompassnadel entspricht nun der Deklination. Diese kann ebenfalls in die Karte eingezeichnet werden. Liegt die Nadel östlich der geographischen Nordrichtung, ist der Deklinationswinkel positiv.

Der Aufbau ist in Abb. 2.1 skizziert, ein Foto der Messung ist in Abb. 2.2 zu sehen.

**Anmerkung:** Auf Grund vieler störender Größen an unserem Arbeitsplatz wurde die Messung noch einmal draußen an der Straße wiederholt.

Sehr gut!

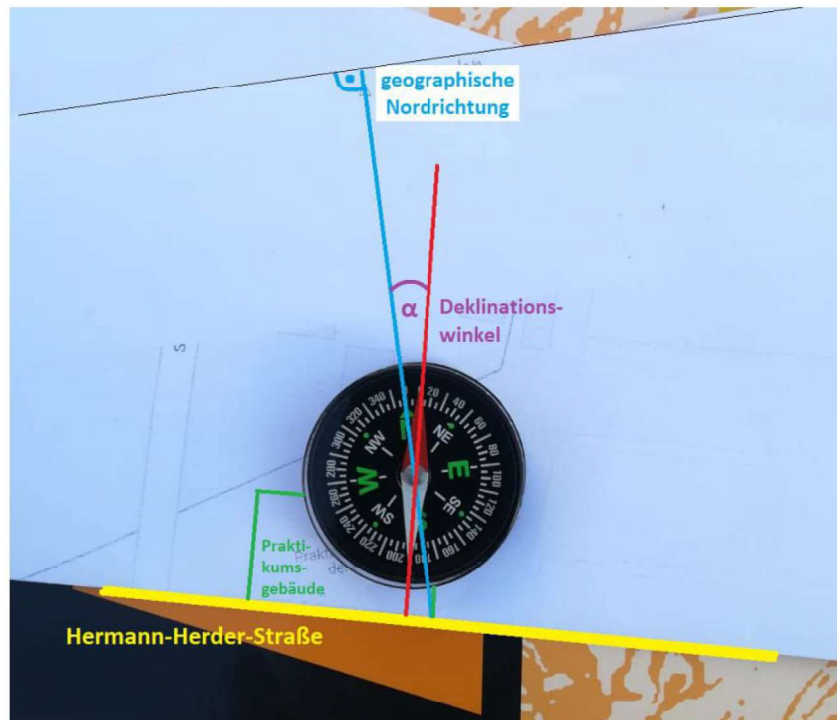


Abb. 2.2: Deklinationsmessung

## 2.2 Messung der Inklination

Die Inklination entspricht dem Winkel zwischen den Erdmagnetfeldlinien und der Erdoberfläche. Messbar ist sie mit einem Inklinatorium. Dazu wird es mit einem Kompass in Nordrichtung ausgerichtet und der Inklinationswinkel  $\beta$  mittels der Nadel an der Skala des Inklinatoriums abgelesen. Da das Inklinatorium leicht auf äußere Einflüsse reagiert, sollte die Inklination an mehreren Stellen gemessen werden.

## 2.3 Messung der Horizontalkomponente durch Kompensation

Um die Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds zu bestimmen, wird diese mit dem bekannten Magnetfeld einer Spule so überlagert, dass sie vollständig kompensiert wird.

Im Versuch wird dazu eine geeignete Spule aus einem Plexiglasrohr, um das ein Kabel gewickelt ist, gebaut. Dabei sollte die Spule nicht zu viele Windungen  $N$  haben, da die Kompensationsstromstärke sonst so klein ist, dass sie nicht mehr richtig einstellbar und ablesbar ist. Außerdem sollte es sich um eine lange Spule handeln, das heißt, die Länge  $L$  ist viel größer als die Dicke  $d$  der Spule, denn dann lassen sich für das Magnetfeld der Spule Näherungsformeln verwenden. Die Werte für  $N$ ,  $L$  und  $d$  sollte man sich dennoch alle drei mit ihren entsprechenden Unsicherheiten notieren.

Silber-  
rennung

Nun richtet man die Spule entlang der Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds aus und schließt das Spulenkabel so an einen Stromgenerator an, dass das durch den Strom erzeugte Magnetfeld dem Erdmagnetfelds entgegenwirkt

Außerdem hängt man noch einen Stabmagneten in Mitte des Plexiglasrohrs (dort befindet sich ein Loch), sodass er frei hängt und schwingen kann.

Der Aufbau ist in Abb. 2.3 skizziert.

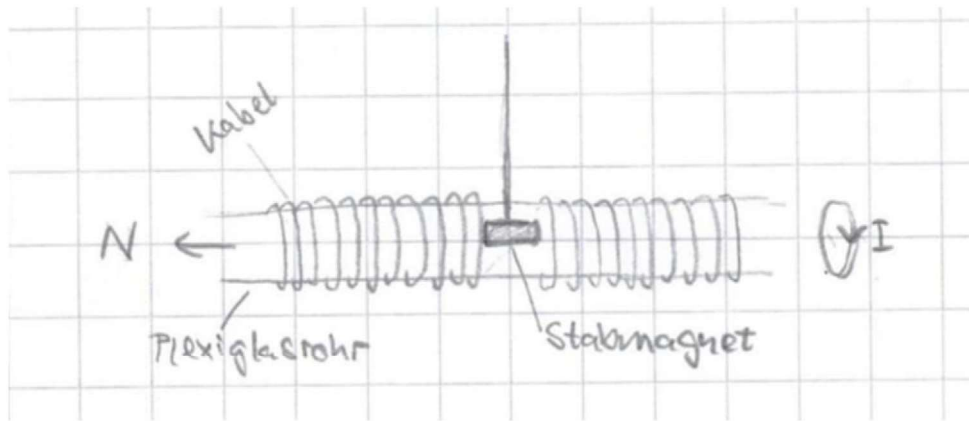


Abb. 2.3: Versuchsaufbau zur Messung der Horizontalkomponente

Nun lässt man Strom durch die Spule fließen, sodass ein Magnetfeld erzeugt wird. Der Stabmagnet erfährt dadurch ein Drehmoment und beginnt, zu schwingen. Die Schwingungsdauer  $T$  ist dabei abhängig von der Stromstärke  $I$  und wird nun im Versuch als Funktion dieser gemessen. Um die Unsicherheit für  $T$  aufgrund der Reaktionszeit beim Stoppuhr drücken zu minimieren, wird statt nur einer Periode die Periodendauer  $T_{10}$  von 10 Schwingungsperioden gemessen. Außerdem wird die Drehrichtung des Stabmagneten notiert, da er unterhalb und oberhalb der Kompensationsstromstärke  $I_0$  in unterschiedliche Richtungen schwingt und sich genau bei dieser kritischen Stromstärke umdreht.

## 3 Auswertung und Fehleranalyse

### 3.1 Messung der Deklination

Sowohl im Praktikumsgebäude als auch direkt an der Straße wurde der Deklinationswinkel

$$\alpha = 15^\circ \pm 10^\circ$$

gemessen. Die große Unsicherheit resultiert dabei aus der Dicke der Kompassnadel, aus deren Hin- und Herpendeln während der Messung, aus der Genauigkeit der auf der Karte eingezeichneten geographischen Nordrichtung, der relativ ungenauen Ausrichtung der Karte parallel zur Hermann-Herder-Straße und der relativ ungenauen Ausrichtung des Kompasses anhand der Karte.

### 3.2 Messung der Inklination

Die Inklination wurde insgesamt 5 Mal an verschiedenen Orten gemessen. Die Messwerte sind in Tabelle 3.1 zu erkennen. Die Unsicherheit von  $2^\circ$  resultiert dabei aus der Ablesegenauigkeit an der Skala und dem leichten Hin- und Herpendeln der Nadel des Inklinatoriums.

| Messung | Inklinationswinkel $\beta$ |
|---------|----------------------------|
| 1       | $77^\circ \pm 2^\circ$     |
| 2       | $74^\circ \pm 2^\circ$     |
| 3       | $69^\circ \pm 2^\circ$     |
| 4       | $64^\circ \pm 2^\circ$     |
| 5       | $52^\circ \pm 2^\circ$     |

Tab. 3.1: Messwerte der Inklination

Aus diesen Messwerten kann nun der Mittelwert

$$\bar{\beta} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 \beta_i = 67^\circ \pm 4^\circ \quad (3.1)$$

mit einer Standardabweichung des Mittelwertes von

$$s_{\bar{\beta}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{i=1}^5 (\beta_i - \bar{\beta})^2} = 4^\circ \quad (3.2)$$

berechnet werden.

Die Berechnungen sind zwar korrekt, allerdings habe ich aufgrund der großen Schwankungen sowie der geringen Anzahl an Messungen meine Zweifel an der Sinnhaftigkeit der gewählten Methodik, sie ist dennoch akzeptabel.

### 3.3 Messung der Horizontalkomponente durch Kompensation

Zur Bestimmung der Horizontalkomponente durch Kompensation, wurde die Periodendauer  $T$  des Stabmagneten in Abhängigkeit von der Stromstärke  $I$  der Spule gemessen. Für die Periodendauer (ohne Berücksichtigung des Erdmagnetfeldes) gilt

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mB}} = 2\pi \sqrt{\frac{JL}{m\mu NI}} \quad , \quad (3.3)$$

dabei ist  $m$  der Dipolmagnet,  $\omega$  dessen Kreisfrequenz und  $J$  dessen Trägheitsmoment,  $B = \mu NI/L$  (für  $L \gg d \Rightarrow$  lange Spule) das Magnetfeld der Spule, wobei  $N$  deren Windungszahl und  $L$  deren Länge ist. Außerdem ist  $\mu$  die magnetische Feldkonstante.

Also gelten die Proportionalitäten:

$$T \propto \frac{1}{\sqrt{I}} \iff I \propto \frac{1}{T^2} . \quad (3.4)$$

Trägt man nun  $\pm 1/T^2$  gegen  $I$  auf, wobei das negative Vorzeichen für Messwerte gilt, bei der Stabmagnet umgedreht war, ergibt sich das in Abb 3.1 dargestellte Diagramm.

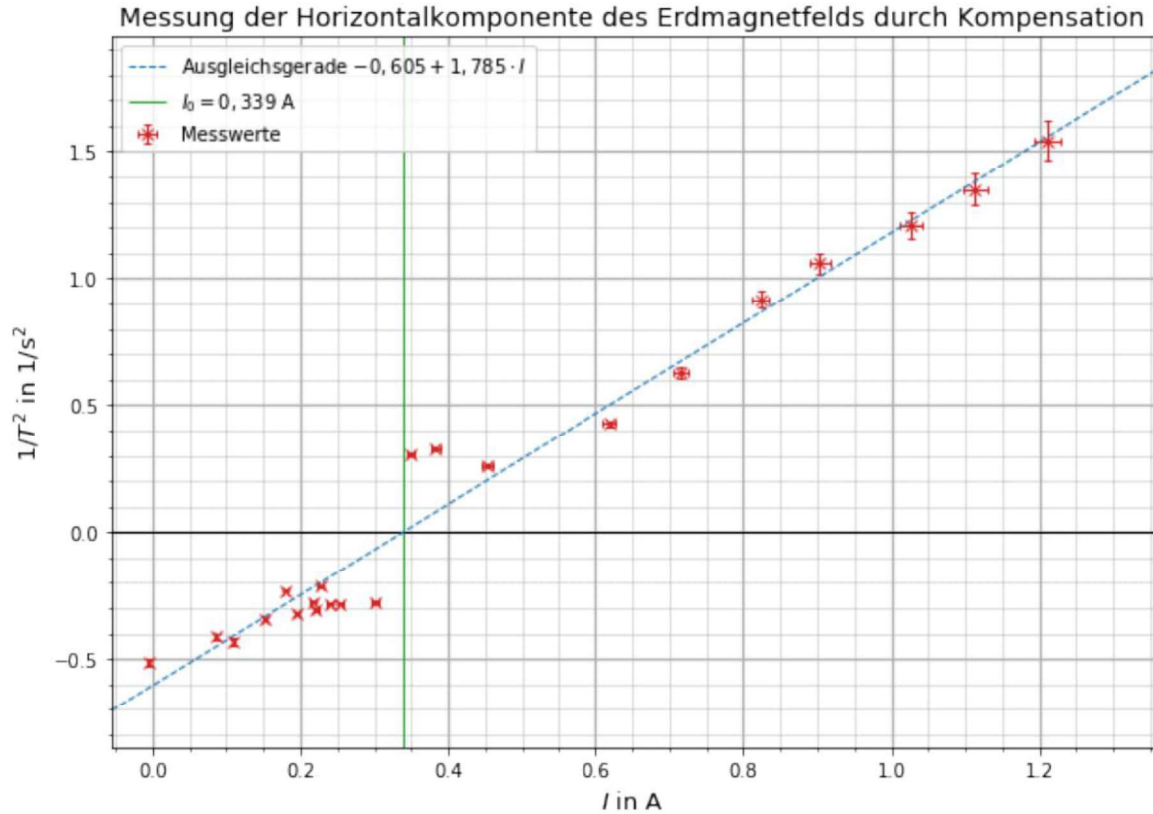


Abb. 3.1: Verlauf von  $1/T^2$  in Abhängigkeit von  $I$

Verwendet wurde eine lange Spule mit einer Windungszahl von  $N = 29 \pm 1$  und einer Länge von  $L = 0,45 \pm 0,01$  m – die Unsicherheiten resultieren dabei aus der ungleichmäßigen Verteilung der Spulenwindungen über das Plexiglasrohr.

Die Messwerte für  $I$  und  $T_{10}$ , die Periodendauer  $T$  und die Werte für  $\pm 1/T^2$  mit ihren jeweiligen Unsicherheiten sind in [Tabelle 5.1](#) im Anhang zu finden.

Die Unsicherheiten auf die jeweiligen Stromstärken  $I$  ergeben sich dabei durch das Multimeter zu

$$s_I = \sqrt{(0,015 \cdot I)^2 + (0,001 \text{ A})^2} . \quad (3.5)$$

Außerdem hat das Multimeter ein Offset von 0,003 A, das von den Messwerten in der Tabelle abgezogen wurde.

Die Unsicherheit auf die Periodendauern  $T$  beträgt dabei

$$s_T = \frac{1}{10} s_{T_{10}} = 0,02 \text{ s} , \quad (3.6)$$

wobei  $s_{T_{10}} = 0,2$  s die geschätzte Unsicherheit auf 10 Perioden ist und aus der Reaktionszeit resultiert.

Die Unsicherheit für  $\pm 1/T^2$  berechnet sich mit einem Spezialfall der Gaußschen Fehlerfortpflanzung zu

$$s_{1/T^2} = \frac{1}{T^2} \sqrt{\left(-2 \frac{s_T}{T}\right)^2} = \frac{2s_T}{T^3} . \quad (3.7)$$

Die Ausgleichsgerade  $1/T^2 = a + bI$  in Abb. 3.1 wurde mittels Linearer Regression (ohne Gewichtung<sup>1</sup>) bestimmt:

$$a = \frac{\sum_{j=1}^{22} (I_j)^2 \cdot \sum_{j=1}^{22} (1/T^2)_j - \sum_{j=1}^{22} I_j \cdot \sum_{j=1}^{22} I_j (1/T^2)_j}{22 \cdot \sum_{j=1}^{22} (I_j)^2 - (\sum_{j=1}^{22} I_j)^2} = -0,61 \frac{1}{s^2} \quad (3.8)$$

$$b = \frac{5 \cdot \sum_{j=1}^{22} I_j (1/T^2)_j - \sum_{j=1}^{22} I_j \cdot \sum_{j=1}^{22} (1/T^2)_j}{22 \cdot \sum_{j=1}^{22} (I_j)^2 - (\sum_{j=1}^{22} I_j)^2} = 1,79 \frac{1}{s^2 A} \quad (3.9)$$

Die Streuung um das Modell ist dabei

$$s = \sqrt{\frac{1}{22-1} \sum_{j=1}^{22} ((1/T^2)_j - (a + b \cdot I_j))^2} = 0,07 \frac{1}{s^2} , \quad (3.10)$$

woraus sich für die Unsicherheiten der Parameter

$$\Delta a = s \cdot \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{22} (I_j)^2}{22 \cdot \sum_{j=1}^{22} (I_j)^2 - (\sum_{j=1}^{22} I_j)^2}} = 0,12 \frac{1}{s^2} \quad (3.11)$$

$$\Delta b = s \cdot \sqrt{\frac{22}{22 \cdot \sum_{j=1}^{22} (I_j)^2 - (\sum_{j=1}^{22} I_j)^2}} = 0,04 \frac{1}{s^2 A} \quad (3.12)$$

ergibt.

Der Strom  $I_0$ , bei dem die Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds kompensiert wird, entspricht der Nullstelle dieser Ausgleichsgerade, denn für  $B \rightarrow 0$  geht  $T \rightarrow \infty$  und weil  $I \propto 1/T^2$  geht auch  $I \rightarrow 0$ . Die Nullstelle der Ausgleichsgeraden liegt bei

$$I_0 = -\frac{a}{b} = 0,34 \pm 0,07 \text{ A.} \quad (3.13)$$

Die statistische Unsicherheit auf  $I_0$  berechnet sich dabei mit einem Spezialfall der Gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$s_{I_0}(\text{stat}) = I_0 \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2} = 0,07 \text{ A.} \quad (3.14)$$

Die systematische Unsicherheit, die aus der Kalibrierungstoleranz des Digitalmultimeters resultiert, berechnet sich zu

$$s_{I_0}(\text{sys}) = \sqrt{(0,015 \cdot I_0)^2 + (0,001 \text{ A})^2} = 0,005 \text{ A} . \quad (3.15)$$

<sup>1</sup>Die Unsicherheiten für  $I$  und  $1/T^2$  sind zwar für die verschiedenen Messwerte unterschiedlich groß, der Unterschied ist jedoch nicht groß genug um mit gewichteter Linearer Regression eine andere Ausgleichsgerade zu erhalten.

Daraus ergibt sich eine Flussdichte  $B_0$  in der Spule von

$$B_0 = \mu \frac{NI_0}{L} = 27,5 \pm 5,8 \pm 1,2 \mu\text{T} \quad (\text{für } L \gg d) \quad . \quad (3.16)$$

Die magnetische Feldkonstante <sup>2</sup>  $\mu = 1,2566 \cdot 10^{-6} \text{ N/A}^2$  wurde dabei als exakt angenommen. Diese Flussdichte  $B_0$  kompensiert die Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds.

Die statistische und die systematische Unsicherheit berechnen sich dabei aus einem Spezialfall der Gaußschen Fehlerfortpflanzung:

$$s_{B_0}(\text{stat}) = B_0 \sqrt{\left(\frac{s_N}{N}\right)^2 + \left(\frac{s_{I_0}(\text{stat})}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{s_L}{L}\right)^2} = 5,8 \mu\text{T} \quad (3.17)$$

$$s_{B_0}(\text{sys}) = B_0 \sqrt{\left(\frac{s_N}{N}\right)^2 + \left(\frac{s_{I_0}(\text{sys})}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{s_L}{L}\right)^2} = 1,2 \mu\text{T} \quad (3.18)$$

### 3.4 Gesamtflussdichte $|B_E|$ des Erdmagnetfelds

Der Inklinationswinkel  $\beta$  entspricht dem Winkel zwischen dem Erdmagnetfeld  $B_E$  und dessen Horizontalkomponente  $B_{E,h}$ , daher gilt

$$\cos(\beta) = \frac{B_{E,h}}{|B_E|} \iff |B_E| = \frac{B_{E,h}}{\cos(\beta)} \quad . \quad (3.19)$$

Mit den zuvor bestimmten Werten für  $\beta = 67^\circ \pm 4^\circ$  und  $B_{E,h} = B_0 = 27,5 \pm 5,8 \pm 1,2 \mu\text{T}$  lässt sich also auch die Gesamtflussdichte des Erdmagnetfelds berechnen:

$$|B_E| = \frac{B_{E,h}}{\cos(\beta)} = 70 \pm 16 \mu\text{T} \quad (3.20)$$

Der Fehler berechnet sich dabei mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung:

$$\begin{aligned} s_{|B_E|} &= \sqrt{\left(\frac{\partial}{\partial B_{E,h}} \left(\frac{B_{E,h}}{\cos(\beta)}\right) \cdot s_{B_{E,h}}\right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{B_{E,h}}{\cos(\beta)}\right) \cdot s_\beta\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{\sqrt{s_{B_{E,h}}(\text{stat})^2 + (s_{B_{E,h}}(\text{sys}))^2}}{\cos(\beta)}\right)^2 + \left(B_{E,h} \cdot \frac{\sin(\beta)}{\cos^2(\beta)} \cdot s_\beta\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{(s_{B_{E,h}}(\text{stat}))^2 + (s_{B_{E,h}}(\text{sys}))^2 + (B_{E,h})^2 \cdot \sin^2(\beta) \cdot s_\beta^2}{\cos^2(\beta)}} = 16 \mu\text{T} \end{aligned} \quad (3.21)$$

<sup>2</sup>[https://de.wikipedia.org/wiki/Magnetische\\_Feldkonstante](https://de.wikipedia.org/wiki/Magnetische_Feldkonstante) (26.02.2021)

## 4 Zusammenfassung und Diskussion

### 4.1 Deklination

#### 4.1.1 Experimentell bestimmter Wert

Die mit unserer Messung experimentell bestimmte Deklination in Freiburg beträgt

$$\alpha = 15^\circ \pm 10^\circ.$$

#### 4.1.2 Deklinationsrechner

Die mit dem Deklinationsrechner <sup>1</sup> berechnete Deklination für die Koordinaten des Praktikumsgebäudes <sup>2</sup> beträgt

$$\alpha_0 = 2^\circ 46' = 2,8^\circ.$$

(siehe auch [Abb. 5.1](#) im Anhang)

#### 4.1.3 Vergleich der Deklinationen

Vergleicht man die experimentelle Deklination mit der exakten, ergibt sich als Abweichung in Einheiten der kombinierten Standardunsicherheit

$$t = \frac{|\alpha - \alpha_0|}{s_\alpha} = 1,2.$$

Für ein Signifikanzniveau von 5 % ist die gemessene Deklination also aufgrund der großen Unsicherheit mit der mit dem Deklinationsrechner berechneten Deklination kompatibel.

Dennoch sind Messung und Messmethode sehr kritisch zu betrachten.

Zum einen ist eine Messung mit dem im Versuch verwendeten Kompass sehr ungenau, da dessen Winkelskala nur Schritte von  $5^\circ$  besitzt und die Nadel sehr kurz und dick ist, weswegen der Winkelunterschied nur sehr schlecht und ungenau ablesbar ist. Zum anderen reagiert die Kompassnadel bereits auf kleinste Störungen in ihrer Umgebung, wie beispielsweise Stromkabel oder Metall, sodass es im Praktikumsgebäude viele Orte gab, an denen die Nordrichtung der Kompassnadel dadurch verfälscht war und die Nadel leicht hin- und herpendelte. Im Gebäude einen passenden Ort für die Messung zu finden war daher schwierig, besonders weil man ja mit der Karte die Parallelität zur Hermann-Herder-Straße beibehalten musste. Außerdem zeigte der Vergleich mehrerer Kompassse, dass diese auch am selben Ort unterschiedliche Nadelrichtungen haben, deshalb ist die prinzipielle Genauigkeit des Kompasses ebenfalls kritisch zu sehen.

Hinzu kommen noch weitere, kleinere Unsicherheiten. Die auf der Karte eingezeichnete geographischen Nordrichtung hat beispielsweise ebenfalls eine Unsicherheit, außerdem war es selbst draußen auf der Straße nicht möglich, die Karte exakt parallel zur Straße auszurichten und auch die Positionierung des Kompasses auf der Karte ist mit einer Unsicherheit behaftet.

<sup>1</sup>Deklinationsrechner: <http://isdc.gfz-potsdam.de/igrf-declination-calculator/> (25.02.2021)

<sup>2</sup>Koordinaten des Praktikumsgebäudes: <https://www.google.de/maps/place/48%C2%B000'09.6%22N+7%C2%B051'08.3%22E/@48.0026617,7.8512725,18z/data=!3m1!4b1!4m6!3m5!1s0x0:0x0!7e2!8m2!3d48.0026598!4d7.8522964?hl=de> (25.02.2021)

Aus diesen Gründen wurde die Unsicherheit der Deklinationsmessung mit  $10^\circ$  (relative Unsicherheit des Deklinationswinkels:  $s_\alpha/\alpha = 66,7\%$ ) sehr groß abgeschätzt, und dennoch liegt die mit dem Deklinationsrechner berechnete Deklination nicht innerhalb der einfachen Fehlertoleranz des Messwertes.

## 4.2 Inklinatation

### 4.2.1 Experimentell bestimmter Wert

Der mit unserer Messung experimentell bestimmte Mittelwert der Inklinatation in Freiburg beträgt

$$\beta = 67^\circ \pm 4^\circ .$$

### 4.2.2 Deklinationsrechner

Die mit dem Deklinationsrechner berechnete Inklinatation für die Koordinaten des Praktikumsgebäudes beträgt

$$\beta_0 = 63^\circ 54' = 63,9^\circ .$$

(siehe auch [Abb. 5.1](#) im Anhang)

### 4.2.3 Vergleich der Inklinatationen

Vergleicht man die experimentelle Inklinatation mit der exakten, ergibt sich als Abweichung in Einheiten der kombinierten Standardunsicherheit

$$t = \frac{|\beta - \beta_0|}{s_\beta} = 0,8.$$

Für ein Signifikanzniveau von 5 % ist die experimentell bestimmte Inklinatation also mit der berechneten kompatibel.

Die Messung der Inklinatation mit dem Inklinatorium war um einiges genauer als die vorherige Messung der Deklination, dennoch gibt es auch hier einige Unsicherheiten und Fehlerquellen. Da die Nadel des Inklinatoriums ebenfalls sehr empfindlich auf Störungen reagiert, wurde die Messung an verschiedenen Orten innerhalb des Praktikumsgebäudes durchgeführt, zwischen denen es teils großen Schwankungen gab. Luftzüge aufgrund offener Fenster, leicht schräge Oberflächen und in den Wänden verlaufende Stromleitungen waren dabei die größten Fehlerquellen. Außerdem war die Ausrichtung des Inklinatoriums anhand des Kompasses aufgrund dessen Ungenauigkeit und Anfälligkeit für Störungen (siehe Abschnitt 4.1.3) ebenfalls sehr ungenau und variierte an verschiedenen Orten.

Hinzu kam die Ablesegenauigkeit an der Skala des Inklinatoriums, die durch die immer leicht hin- und herschwankende Nadel sehr beeinträchtigt wurde, weshalb die gemessenen Werte alle eine Unsicherheit von  $2^\circ$  haben, obwohl sie rein anhand der Skala noch genauer hätten abgelesen werden können.

Insgesamt sollte diese Messung also aufgrund der vielen Unsicherheiten ebenfalls kritisch betrachtet werden – da jedoch ein Mittelwert aus mehreren Messwerten, die an Orten mit unterschiedlichen Störungsquellen aufgenommen wurden, gebildet wurde, ist die Messung der Inklinatation dennoch um einiges genauer als die Messung der Deklination, was man auch an der geringen Abweichung des Mittelwertes vom mit dem Deklinationsrechner berechneten Wert für die Inklinatation erkennen kann.

## 4.3 Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds

### 4.3.1 Experimentell bestimmter Wert

Die experimentell bestimmte Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds beträgt

$$B_{E,h} = 27,53 \pm 5,8 \pm 1,2 \mu\text{T} .$$

### 4.3.2 Deklinationsrechner

Die mit dem Deklinationsrechner berechnete Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds für die Koordinaten des Praktikumsgebäudes beträgt

$$B_{E,h,0} = 21,2384 \mu\text{T} .$$

(siehe auch [Abb. 5.1](#) im Anhang)

### 4.3.3 Vergleich der Horizontalkomponenten

Vergleicht man die experimentell bestimmte Horizontalkomponente mit der exakten, ergibt sich als Abweichung in Einheiten der kombinierten Standardunsicherheit

$$t = \frac{|B_{E,h} - B_{E,h,0}|}{\sqrt{(s_{B_{E,h}}(\text{stat}))^2 + (s_{B_{E,h}}(\text{sys}))^2}} = 1,1 .$$

Für ein Signifikanzniveau von 5 % ist die experimentell bestimmte Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds also mit der mit dem Deklinationsrechner berechneten kompatibel.

Dennoch gab es bei der Messung einige Quellen für Unsicherheiten.

Die größte davon ist vermutlich das manuelle Messen der Schwingungsdauer des Stabmagneten mit einer Stoppuhr, da dies immer mit sehr großen Unsicherheiten verbunden ist. Im Versuch wurde das zwar durch die Messung über zehn Perioden statt nur über eine teilweise kompensiert, dennoch ist diese Unsicherheit da.

Außerdem war das Magnetfeld in der Spule höchstwahrscheinlich nicht homogen, da die Windungen ungleichmäßig über die Länge des Plexiglasrohres verteilt waren, weshalb sowohl die Windungszahl als auch die Spulenlänge relativ große Unsicherheiten haben – ein ungleichmäßiges Magnetfeld hat aber auch Auswirkungen auf die Schwingungsdauer des Stabmagneten. Eine weitere Unsicherheit resultiert wieder aus der Ausrichtung der Spule anhand des Kompasses, ähnlich wie bei der Ausrichtung des Inklinatoriums. Auch aus der Verwendung der Näherungsformel für lange Spulen resultiert eine kleine Unsicherheit.

Die Unsicherheit der Anzeige des Digitalmultimeters kommt ebenfalls noch dazu, diese wurde jedoch in der Berechnung der Horizontalkomponente berücksichtigt.

Insgesamt hat also die manuelle Messung der Schwingungsdauer in Abhängigkeit von der Stromstärke sehr viele Quellen für Unsicherheiten – aus genau diesem Grund wurde die kritische Stromstärke  $I_0$ , bei der sich der Stabmagnet umdreht, nicht manuell, sondern aus der Ausgleichsgerade des Diagramms in [Abb. 3.1](#) bestimmt. Da diese nicht nur von einem, sondern von allen Messwerten abhängt, verbessert das die Genauigkeit der experimentell bestimmten Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes enorm, auch wenn die relative Unsicherheit  $s_{B_{E,h}}/B_{E,h} = 21,5 \%$  immer noch sehr groß ist.

## 4.4 Gesamtflussdichte des Erdmagnetfelds

### 4.4.1 Experimentell bestimmter Wert

Im Versuch wurde über die experimentell bestimmte Inklination und Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds als Betrag der Gesamtflussdichte des Erdmagnetfelds

$$|B_E| = 70 \pm 16 \mu\text{T}$$

bestimmt.

### 4.4.2 Deklinationsrechner

Die Gesamtflussdichte des Erdmagnetfelds berechnet sich mit Formel (3.19) aus den mit dem Deklinationsrechner bestimmten Werten  $\beta_0$  für die Inklination und  $B_{E,h,0}$  für die Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds (siehe auch Abb. 5.1 im Anhang) zu

$$|B_{E,0}| = \frac{B_{E,h,0}}{\cos(\beta_0)} = 48,28 \mu\text{T} \quad (4.1)$$

### 4.4.3 Vergleich der Gesamtflussdichten

Vergleicht man die beiden Werte miteinander, ergibt sich als Abweichung in Einheiten der kombinierten Standardunsicherheit

$$t = \frac{||B_E| - |B_{E,0}||}{s_{|B_E|}} = 1,4 \quad .$$

Für ein Signifikanzniveau von 5 % ist die experimentell bestimmte Gesamtflussdichte des Erdmagnetfelds also mit der mit dem Deklinationsrechner berechneten kompatibel.

Die relative Unsicherheit des experimentell bestimmten Werts für die Gesamtflussdichte ist aber mit  $s_{|B_E|}/|B_E| = 22,9 \%$  sehr groß – das liegt aber vermutlich hauptsächlich daran, dass sie aus der vorher bestimmten Horizontalkomponente mit einer ebenso großen relativen Unsicherheit resultiert. Die Unsicherheit der Inklination hat zwar auch Auswirkungen auf die Unsicherheit der Gesamtflussdichte, aber da diese Messung durch Bildung eines Mittelwerts der Inklinationen verschiedener Orte genauer war, sind diese nicht so groß.

Trotz der rein rechnerischen Kompatibilität ist der experimentell bestimmte Wert der Gesamtflussdichte also trotzdem fast 1,5 Mal so groß wie der tatsächliche Wert, und das obwohl die Werte für die Horizontalkomponente und die Inklination eigentlich gut übereinstimmen.

## 4.5 Mögliche Verbesserung der Messmethoden

Wie oben diskutiert wurde, ist der im Versuch verwendete Kompass eine sehr große Quelle für Fehler, besonders bei der Deklinationsmessung. Ein größerer, genauerer Kompass, der weniger anfällig für Störungen von außen ist, würde also die Genauigkeit aller Messungen verbessern, besonders die der Deklination. Gerade weil der tatsächliche Deklinationswinkel mit  $2,8^\circ$  so klein ist, wäre es wichtig, dort einen Kompass mit einer Skala zu haben, an der man einen solchen Winkel auch ablesen kann.

Wie die Inklinationsmessung gezeigt hat, verbessert es bei so empfindlichen Geräten wie einem Inklinatorium oder einem Kompass, die auf kleinste Störungen in der Umgebung reagieren, die Genauigkeit der Messung erheblich, wenn man sie mehrmals an verschiedenen Orten durchführt. Dasselbe könnte mit dem genaueren Kompass auch bei der Deklinationsmessung machen. Im Versuch wurde die Deklination zwar auch einmal im Gebäude und einmal draußen gemessen,

aufgrund der Ungenauigkeit des Kompasses gab es dabei jedoch kaum einen Unterschied. Die Messung der Horizontalkomponente durch Kompensation ließe sich außerdem in ihrer Genauigkeit verbessern, wenn die Spule regelmäßiger gewickelt wäre und die Zeit über mehr als 10 Perioden gemessen wird, da so die Unsicherheit aufgrund der Reaktionszeit noch geringer wird. Und durch Verbesserung der Genauigkeit dieser Messung wird auch die Gesamtflussdichte genauer.

# Abbildungsverzeichnis

|     |                                                                               |    |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.1 | Versuchsaufbau zur Deklinationsmessung . . . . .                              | 4  |
| 2.2 | Deklinationsmessung . . . . .                                                 | 5  |
| 2.3 | Versuchsaufbau zur Messung der Horizontalkomponente . . . . .                 | 6  |
| 3.1 | Verlauf von $1/T^2$ in Abhängigkeit von I . . . . .                           | 8  |
| 5.1 | Werte für das Magnetfeld am Praktikumsgebäude (Deklinationsrechner) . . . . . | 19 |
| 5.2 | Laborheft Seite 1 . . . . .                                                   | 20 |
| 5.3 | Laborheft Seite 2 . . . . .                                                   | 21 |
| 5.4 | Laborheft Seite 3 . . . . .                                                   | 22 |

# Tabellenverzeichnis

|     |                                            |    |
|-----|--------------------------------------------|----|
| 3.1 | Messwerte der Inklination . . . . .        | 7  |
| 5.1 | Messung der Horizontalkomponente . . . . . | 18 |

## 5 Anhang

| $I$ in A | $s_I$ in A | $T_{10}$ in s | $T$ in s | $\pm 1/T^2$ in $1/s^2$ | $s_{1/T^2}$ in $1/s^2$ |
|----------|------------|---------------|----------|------------------------|------------------------|
| -0,005   | 0,001      | 14,0          | 1,40     | -0,510                 | 0,015                  |
| 0,086    | 0,002      | 15,6          | 1,56     | -0,414                 | 0,011                  |
| 0,110    | 0,002      | 15,2          | 1,52     | -0,432                 | 0,011                  |
| 0,152    | 0,002      | 17,0          | 1,70     | -0,344                 | 0,008                  |
| 0,180    | 0,003      | 20,8          | 2,08     | -0,230                 | 0,004                  |
| 0,195    | 0,003      | 17,7          | 1,77     | -0,320                 | 0,007                  |
| 0,217    | 0,003      | 19,1          | 1,91     | -0,275                 | 0,006                  |
| 0,221    | 0,003      | 18,0          | 1,80     | -0,309                 | 0,007                  |
| 0,227    | 0,004      | 21,6          | 2,16     | -0,215                 | 0,004                  |
| 0,240    | 0,004      | 18,8          | 1,88     | -0,282                 | 0,006                  |
| 0,254    | 0,004      | 18,9          | 1,89     | -0,281                 | 0,006                  |
| 0,301    | 0,005      | 19,0          | 1,90     | -0,276                 | 0,006                  |
| 0,349    | 0,005      | 18,1          | 1,81     | 0,306                  | 0,007                  |
| 0,383    | 0,006      | 17,5          | 1,75     | 0,327                  | 0,007                  |
| 0,453    | 0,007      | 19,6          | 1,96     | 0,261                  | 0,005                  |
| 0,619    | 0,009      | 15,3          | 1,53     | 0,426                  | 0,011                  |
| 0,716    | 0,011      | 12,6          | 1,26     | 0,63                   | 0,02                   |
| 0,823    | 0,012      | 10,4          | 1,04     | 0,92                   | 0,04                   |
| 0,903    | 0,014      | 9,7           | 0,97     | 1,06                   | 0,04                   |
| 1,027    | 0,015      | 9,1           | 0,91     | 1,21                   | 0,05                   |
| 1,113    | 0,017      | 8,6           | 0,86     | 1,35                   | 0,06                   |
| 1,211    | 0,018      | 8,1           | 0,81     | 1,54                   | 0,08                   |

Tab. 5.1: Messung der Horizontalkomponente

Unsicherheit für  $T_{10}$ :  $s_{T_{10}} = 0,2$  s

Windungszahl der Spule:  $N = 29 \pm 1$

Länge der Spule:  $L = 0,45 \pm 0,01$  m

Datum: Februar 2021  
Höhe ü.NN: 278 m  
Geographische Breite: 48° 00'  
Geographische Länge: 7° 51'

| Komponente           | Wert       | Säkularvariation |
|----------------------|------------|------------------|
| Deklination*         | 2° 46'     | 10.2 arcmin/year |
| Totalintensität      | 48279.1 nT | 51.1 nT/year     |
| Inklination          | 63° 54'    | 0.9 arcmin/year  |
| Horizontalintensität | 21238.4 nT | 10.9 nT/year     |
| Nord-Komponente      | 21213.5 nT | 7.8 nT/year      |
| Ost-Komponente       | 1027.3 nT  | 63.3 nT/year     |
| Vertikal Komponente  | 43356.7 nT | 51.5 nT/year     |

\*Negative Deklinationswerte bedeuten eine Abweichung der Magnetnadel nach Westen, positive nach Osten!

Abb. 5.1: Werte für das Magnetfeld am Praktikumsgebäude (Deklinationsrechner)

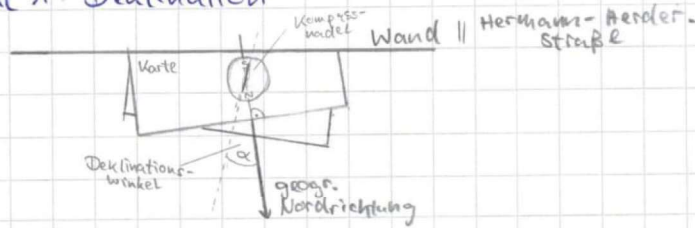
Quellen:

Deklinationsrechner: <http://isdc.gfz-potsdam.de/igrf-declination-calculator/> (25.02.2021)

Koordinaten des Praktikumsgebäudes: <https://www.google.de/maps/place/48%C2%B000'09.6%22N+7%C2%B051'08.3%22E/@48.0026617,7.8512725,18z/data=!3m1!4b1!4m6!3m5!1s0x0:0x0!7e2!8m2!3d48.0026598!4d7.8522964?hl=de> (25.02.2021)

# VERSUCH 59: Erdmagnetfeld

## Teil 1: Deklination



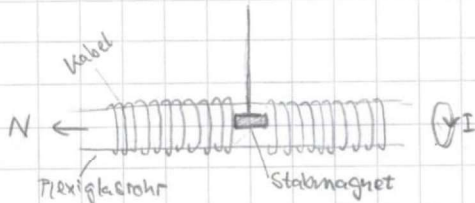
1. Messung (drinnen):  $\alpha = 15^\circ \pm 10^\circ$
2. Messung (draußen):  $\alpha = 15^\circ \pm 10^\circ$

## Teil 3: Messung der Horizontalkomponente durch Kompensation

~~Windungszahl Spule:  $N = 150 \pm 1$~~

~~Länge Spule:  $L = 40,3 \pm 0,3 \text{ cm}$~~

~~Dicke Spule:  $d = 8,0 \pm 0,2 \text{ cm}$~~



Windungszahl Spule:  
 $N = 29 \pm 1$

Länge Spule:  $L = 45 \pm 1 \text{ cm}$

Unsicherheit UT51:  $\pm 1,5\% + 1 \text{ Dgt.}$

| 10 T in s        | <del>I in A</del>   |
|------------------|---------------------|
| <del>4,84</del>  | <del>0,55</del>     |
| <del>5,67</del>  | <del>0,34</del>     |
| <del>9,66</del>  | <del>0,13</del>     |
| <del>15,84</del> | <del>105,5 mA</del> |
| <del>17,19</del> | <del>156,1 mA</del> |
| + 20,84          | 0,210 A             |
| + 21,59          | 0,257 A             |
| + 18,82          | 0,270 A             |
| + 18,85          | 0,284 A             |
| + 19,03          | 0,331 A             |
| - 18,06          | 0,379 A             |

Offset für I:  
0,003 A  
Messbereich:  
~~200 mA~~  
~~bzw. 2 A~~

statist.  
unsicherheit  
für I:  $\pm 0,002 \text{ A}$   
→ Schwankungen der  
Anzeige im  
Multimeter

| 10 T in s | I in A | 10 T in s | I in A |
|-----------|--------|-----------|--------|
| - 17,48   | 0,413  | - 9,72    | 0,883  |
| + 17,04   | 0,182  | - 9,09    | 1,057  |
| + 17,69   | 0,225  | - 8,61    | 1,143  |
| + 17,99   | 0,251  | - 8,05    | 1,241  |
| + 19,06   | 0,247  | + 15,55   | 0,146  |
| - 19,59   | 0,483  | + 14,00   | 0,025  |
| - 15,32   | 0,649  | + 15,21   | 0,140  |
| - 12,63   | 0,746  |           |        |
| - 10,44   | 0,853  |           |        |

$\Delta t = 0,2 \text{ s}$

Abb. 5.2: Laborheft Seite 1