

Inhaltsverzeichnis

1	Ziele des Versuchs	2
2	Aufbau und Durchführung	2
3	Auswertung und Fehleranalyse	4
3.1	Kalibrierung des Gitterspektrometers	4
3.2	Bestimmung der Spektrallinien einer Gasentladungslampe	6
3.3	Abschätzung der spektralen Auflösung des Spektrometers	8
4	Diskussion der Ergebnisse	10
4.1	Angabe und Diskussion der Endergebnisse	10
4.2	Diskussion der verwendeten Messmethoden	13
4.3	Verbesserte Messmethoden	14
A	Anhang	16
	Abbildungsverzeichnis	16
	Tabellenverzeichnis	16
	Literaturverzeichnis	16
A.1	Messprotokoll	17

1 Ziele des Versuchs

In diesem Versuch wurde ein Gitterspektrometer aufgebaut und mittels mehrerer bekannter Laserwellenlängen kalibriert. Mit dem kalibrierten Spektrometer wurde dann das Spektrum einer Gasentladungslampe untersucht und somit das Element in der Lampe bestimmt. Zuletzt wurde die spektrale Auflösung des Spektrometers geschätzt.

2 Aufbau und Durchführung

Für den Versuch stand eine optische Bank mit horizontal angebrachtem Schirm an einem Ende und einer Ableseskala zur Verfügung. Zudem wurden drei Linsen mit den nominellen Brennweiten von $f_1 = 50$ mm, $f_2 = 100$ mm und $f_3 = 800$ mm verwendet. In Versuchsteil 1 standen für die Kalibrierung des Spektrometers drei Laser mit verschiedenen Wellenlängen von $\lambda_1 = (610 \pm 10)$ nm, $\lambda_2 = (532 \pm 10)$ nm und $\lambda_3 = (405 \pm 10)$ nm zur Verfügung. Außerdem konnten Gitter mit verschiedenen Gitterparametern gewählt werden.

Der in Versuchsteil 1 verwendete Aufbau ist in [Abbildung 1](#) zu sehen.

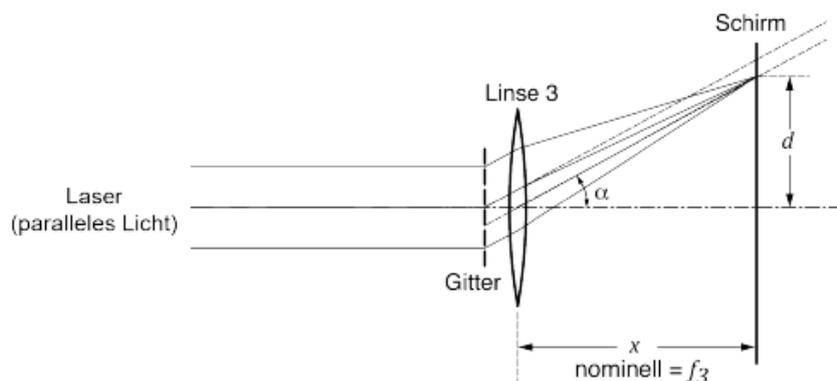


Abbildung 1: Der in Versuchsteil 1 verwendete Aufbau auf der optischen Bank mit eingezeichnetem Strahlengang (Abbildung aus [1]).

Zu Beginn der Kalibrierung wurde die Linse 3 in den Strahlengang eingesetzt und der Abstand zum Schirm auf die nominelle Brennweite $x = f_3$ eingestellt. Die Positionen wurden dabei immer auf der an der optischen Bank angebrachten Skala abgelesen. Im Anschluss wurde der Laser eingesetzt, eingeschaltet und mit verschiedenen Gittern das Beugungsmuster untersucht. Der genaue Abstand des Lasers zum Gitter ist in diesem Fall irrelevant, da die vom Laser ausgehenden Lichtstrahlen als kollimiert angenommen werden und somit eine längere Ausbreitung keine Rolle spielt.

Nachdem das beste Gitter gewählt wurde, konnte mit der Messung begonnen werden. Hierzu wurden für jeden Laser die Positionen d der Maxima 0-ter und 1-ter Ordnung auf der am Schirm angebrachten Skala abgelesen und notiert. Mit dem geometrischen Zusammenhang

$$\alpha = \arctan\left(\frac{d}{x}\right), \quad (1)$$

*Nach
welchen
Kriterien?*

lässt sich mit den bekannten Größen der Winkel α berechnen.

Aus der Theorie wird nun ein linearer Zusammenhang zwischen $\sin(\alpha)$ und der Wellenlänge, multipliziert mit der Ordnungszahl des Maximums $n\lambda$ erwartet.

Das ist weder Aufbau noch Durchführung

$$n\lambda = g \sin(\alpha), \quad (2)$$

wobei g die Gitterkonstante des verwendeten optischen Gitters, also der Abstand zweier benachbarter Spalte ist. Mit Hilfe dieses Zusammenhangs kann die Gitterkonstante aus einer linearen Regression bestimmt werden.

Ist der genaue Wert von g bestimmt, ist das Spektrometer kalibriert und kann für die Vermessung der Gasentladungslampe verwendet werden.

Für diesen Versuchsteil wurde der in [Abbildung 2](#) sichtbare Aufbau verwendet.

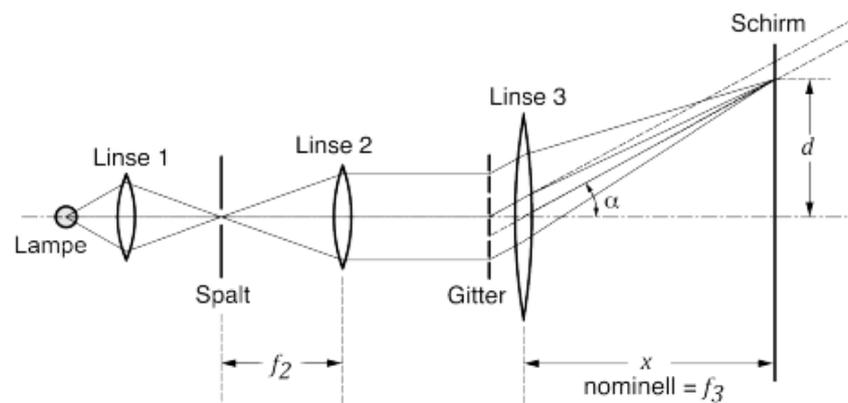


Abbildung 2: Der in Versuchsteil 2 verwendete Aufbau auf der optischen Bank mit eingezeichnetem Strahlengang (Abbildung aus [1]).

Da sich die Gasentladungslampe im eingeschalteten Zustand nach und nach erhitzt und zum nochmaligen Einsatz erst abkühlen muss, wurde sie für die komplette Dauer der Messung nicht mehr abgeschaltet.

Die zusätzliche Konstellation zu Beginn des Strahlengangs wurde aufgebaut um danach, zwischen Linse 2 und dem Gitter kollimiertes Licht zu erhalten. Zunächst wurde Linse 1 eingesetzt, im Abstand von ungefähr einer Brennweite f_1 dahinter der Spalt eingebracht und zuletzt Linse 2 im Abstand einer Brennweite f_2 in den Aufbau gesetzt. Dabei wurden die Abstände zunächst grob eingestellt und dann so lange justiert bis auf dem Schirm ein scharf abgetrenntes Beugungsmuster zu erkennen war.

Um die Spektren auf dem Schirm deutlich sichtbar zu machen, wurde der Raum zudem vollständig abgedunkelt. Das Ablesen der Positionen der Spektrallinien auf dem Schirm wurde mit Hilfe von Fotoaufnahmen mit einem Smartphone bewerkstelligt, die in [Abbildung 8](#) sichtbar sind.

Aus diesen Werten wurde, wie in Teil 1, wieder der Winkel α durch Anwendung von [Gleichung \(1\)](#) berechnet. Mit der bekannten Gitterkonstante g kann daraus direkt die Wellenlänge des am jeweiligen Maximum auftretenden Lichts ermittelt werden. Durch Vergleich der berechneten Wellenlängen mit den Emissionsspektren verschiedener Gasentladungslampen, wird daraus das Element in der Gasentladungslampe. *bestimmt?*



Zuletzt wurde die spektrale Auflösung des Spektrometers abgeschätzt. Dazu wurde der Abstand der beiden gelben Linien im Spektrum untersucht. Dieser lag nahe an der Auflösungsgrenze. Aus der Differenz der beiden berechneten Wellenlängen, wurde die spektrale Auflösung extrapoliert. Zudem wurde die Halbwertsbreite einer Spektrallinie geschätzt, da diese ebenfalls auf die spektrale Auflösung schließen lässt. Um einen Vergleichswert zu ermitteln, wurde zudem noch das Rayleigh-Kriterium abgeschätzt und mit den extrapolierten Werten verglichen.

Das Rayleigh-Kriterium besagt, dass sich $\delta\lambda_{\min}$ aus der Formel

$$\delta\lambda_{\min} = \frac{\lambda}{nN} \quad (3)$$

berechnen lässt, wobei n die Ordnung des Maximums ist und N die Anzahl der von der Lichtquelle beleuchteten Spalte.

3 Auswertung und Fehleranalyse

3.1 Kalibrierung des Gitterspektrometers

In diesem Versuchsteil wurde das Gitterspektrometer aufgebaut und mittels Laserlicht mit bekannten Wellenlängen kalibriert. *Nomine 1/4 2*

Für das Spektrometer wurde ein Gitter mit Gitterkonstante $1,9 \mu\text{m}$ ausgewählt. Die Gitterkonstanten der anderen zur Verfügung stehenden Gitter waren größer. Das ausgewählte Gitter weitet das Spektrum nach [Gleichung \(2\)](#) also am weitesten auf. Bei allen für die Kalibrierung verwendeten Lasern ist dennoch mindestens das Beugungsmaximum erster Ordnung zu erkennen. Das Gitter wurde deshalb so gewählt, da es für die anderen Versuchsteile wichtiger ist, die Beugungsmaxima 1. Ordnung möglichst aufgeweitet abzubilden, als höhere Ordnungen der Maxima sichtbar zu machen.

Der Abstand von der hinter dem Beugungsgitter angebrachten Linse zum Schirm wurde auf die Brennweite f_3 der Linse 3 eingestellt. Aus den an der optischen Bank abgelesenen Positionen von Linse und Schirm, welche in [Abbildung 6](#) zu finden sind, ergibt sich der genaue Abstand von

$$x = P_2 - P_1 \quad . \quad (4)$$

Die Unsicherheit

$$\Delta x = \sqrt{(\Delta P_2)^2 + (\Delta P_1)^2} \quad (5)$$

ergibt sich hierbei aus den Unsicherheiten der Positionsmessung mit Gauß'scher Fehlerfortpflanzung. Der Abstand beträgt somit

$$x = (80,00 \pm 0,14) \text{ cm} \quad .$$

Um die Ablenkwinkel α des Lichts zu bestimmen, wurden die Positionen der Intensitätsmaxima auf dem Schirm notiert. Die Ablenkungen d vom Maximum 0-ter Ordnung zu

den jeweiligen Maxima höherer Ordnung und deren Unsicherheiten berechnen sich aus der Differenz der Positionen analog zu Gleichung (4) und Gleichung (5). Die sich ergebenden Ablenkwinkel werden mit Gleichung (1) berechnet und haben durch Gauß'sche Fehlerfortpflanzung eine Unsicherheit von

$$\Delta\alpha = \sqrt{\left(\frac{1}{x\left(1 + \left(\frac{d}{x}\right)^2\right)}\Delta d\right)^2 + \left(-\frac{d}{x^2\left(1 + \left(\frac{d}{x}\right)^2\right)}\Delta x\right)^2} \quad (6)$$

Für die linearisierte Auftragung wird entsprechend des erwarteten, theoretischen Zusammenhangs aus Gleichung (2) auf der x-Achse der Sinus des Winkels α aufgetragen und auf der y-Achse die Beugungsordnung n multipliziert mit der Wellenlänge λ . Wieder ergeben sich die Unsicherheiten aus Gauß'scher Fehlerfortpflanzung und es folgt:

$$\begin{array}{ll} \text{x-Achse:} & \sin(\alpha) & \Delta(\sin(\alpha)) = \cos(\alpha) \Delta\alpha \\ \text{y-Achse:} & n\lambda & \Delta(n\lambda) = n \Delta\lambda \end{array} \quad (7)$$

Die linearisierte Auftragung der gemessenen Werte im Kalibrierungs-Diagramm ist in Abbildung 3 dargestellt.

Die Ausgleichsgerade wurde mithilfe einer gewichteten linearen Regression mit Ansatz $y = a + bx$ ermittelt. Das aufgetragene Konfidenzband zeigt den 1- σ -Bereich des Modells, ist allerdings im Plot kaum sichtbar. Die Berechnungen wurden mithilfe der in [2] eingeführten Gleichungen durchgeführt. Es ist zu erkennen, dass die Messwerte des roten Lasers mit Wellenlänge $\lambda_1 = (650 \pm 10)$ nm deutlich von den anderen Werten abweichen. Diese wurden daher aufgrund eines vermuteten systematischen Fehlers aus der linearen Regression ausgeschlossen. Auf mögliche Fehlerursachen wird in der Diskussion eingegangen.

Für die Anpassung ergibt sich

Ihr dürft nie Daten ausschließen, weil euch Werte wandern

$$n\lambda = a + b \sin \alpha \quad (8)$$

mit *Vielleicht ist der Zusammenhang mit λ ja gar nicht*

$$a = (5 \pm 5) \text{ nm} \quad \text{linear und das findet} \quad (8a)$$

$$b = (1,95 \pm 0,02) \mu\text{m} \quad \text{dann nie jemand raus} \quad (8b)$$

Der y-Achsenabschnitt a ist hierbei sehr klein, was den Erwartungen entspricht. Die ermittelte Steigung b entspricht nach Gleichung (2) der Gitterkonstante

$$g = (1,95 \pm 0,02) \mu\text{m} \quad \text{Wenn dann könntet} \quad (9)$$

des kalibrierten Gitterspektrometers.

Ihr die Regression mit allen Werten

machne, feststellen, dass die Werte nicht kompatibel sind und ihr kein Element zuordnen könnt. Und dann die Werte vom roten Laser weglassen - wenn es dann ein existierendes Element mit den Wellenlängen gibt, habt ihr ein brauchbares Argument, wieso die roten ausgeschlossen werden sollten. Präventiv ist das aber problematisch.

Wie bestimmt ihr den Fit?

Gleichung? Python package?

Gerichtet?

Wie das Konfidenzband

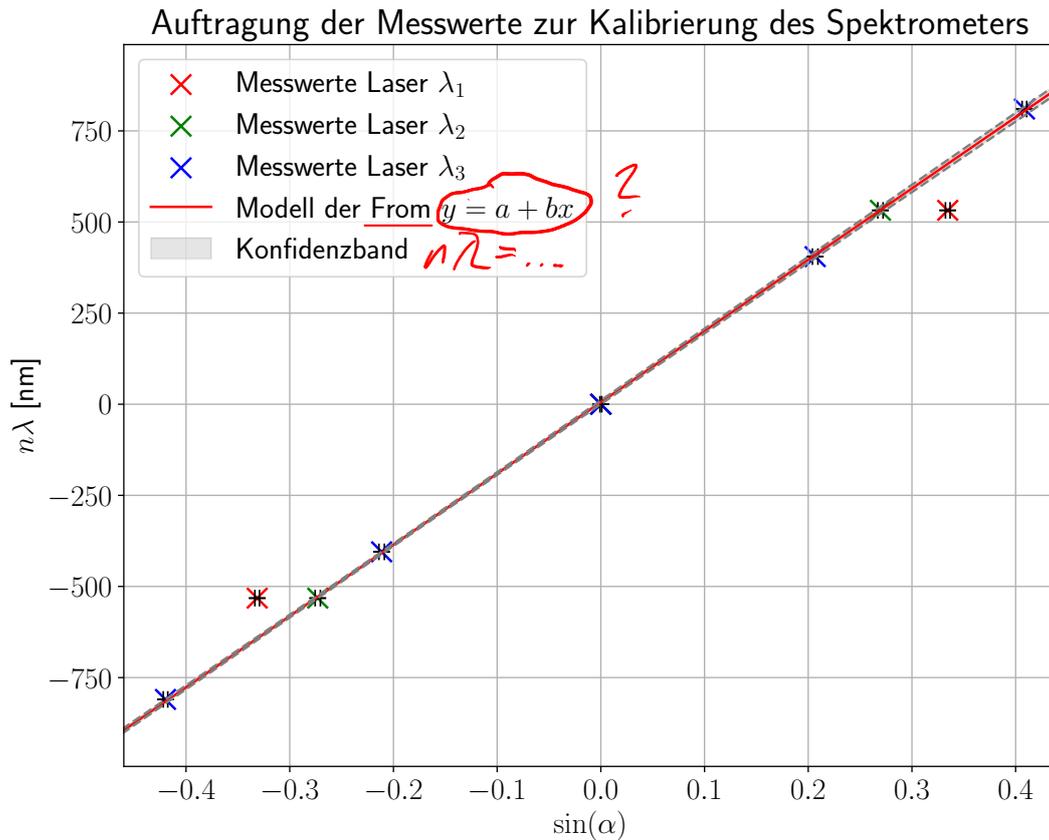


Abbildung 3: Darstellung der Messwerte und der linearen Regression zur Kalibrierung des Gitterspektrometers. Gezeigt sind die Messpunkte der 0-ten und 1-ten Ordnung (beim blauen Laser λ_3 konnte auch noch die zweite Ordnung gemessen werden), sowie das daraus erstellte Modell mit dem zugehörigen 1- σ -Konfidenzband. Aufgrund der sehr geringen Unsicherheiten, ist das Konfidenzband kaum sichtbar. Die zur Berechnung verwendeten Werte und Unsicherheiten wurden mit Gleichung (7) berechnet.

3.2 Bestimmung der Spektrallinien einer Gasentladungslampe

Im zweiten Versuchsteil wurde das Spektrum einer Gasentladungslampe mit dem in [Abbildung 2](#) sichtbaren Aufbau untersucht. Zur Untersuchung des Interferenzmusters wurde abermals das Gitter mit 530 Gitterstäben pro mm verwendet.

Es ist zu erkennen, dass jeweils vier Spektrallinien erster Ordnung gut auf dem Schirm sichtbar waren, wobei es sich um eine Linie blauen Lichts, eine Linie grünen Lichts und einer Doppellinie, also zwei sehr eng beieinander liegenden Linien, gelben Lichts handelte. Die auf dem Schirm gemessenen Abstände vom Maximum nullter Ordnung zu den entsprechenden Maxima erster Ordnung sind [Abbildung 7](#) zu entnehmen. Mit dem wie bereits zuvor gegebenen Abstand $x = (80,00 \pm 0,14)$ cm von Linse 3 zum Schirm ergeben sich nach [Gleichung \(1\)](#) die [Tabelle 1](#) zu entnehmenden Werte für den Ablenkwinkel α .

α [°]	$\Delta\alpha$ [°]	λ [nm]	$\Delta\lambda_{\text{stat}}$ [nm]	$\Delta\lambda_{\text{sys}}$ [nm]
-17,29	0,04	580,5	1,4	5
-17,22	0,04	578,3	1,4	5
-16,24	0,04	546,2	1,4	5
-12,89	0,04	435,5	1,4	4
12,82	0,04	433,3	1,4	4
16,11	0,04	541,8	1,4	5
17,03	0,04	571,9	1,4	5
17,09	0,04	574,1	1,4	5

Tabelle 1: Auflistung der in Teil 2 berechneten Größen für die Maxima erster Ordnung im negativen, und positiven Messbereich. Die Winkel und ihre entsprechenden Unsicherheiten ergeben sich aus [Gleichungen \(1\)](#) und [\(6\)](#). Mit [Gleichung \(2\)](#) können daraus die Wellenlängen berechnet werden. Die Unsicherheiten wurden in statistische und systematische Unsicherheiten aufgeteilt und nach [Gleichungen \(11\)](#) und [\(12\)](#) berechnet.

Mit Hilfe von [Gleichung \(2\)](#) lassen sich damit die im vorliegenden Spektrum vorkommenden Wellenlängen über

$$\lambda = \frac{g}{n} \sin(\alpha) \quad (10)$$

bestimmen. Hierfür wird die in Versuchsteil 1 aus der Kalibrierung des Spektrometers bestimmte Gitterkonstante g verwendet. Es ergeben sich die ebenfalls in [Tabelle 1](#) sichtbaren Wellenlängen für das Spektrum. Es ist zu berücksichtigen, dass bei den so bestimmten Wellenlängen zweierlei Unsicherheiten vorliegen. Zum einen eine systematische Unsicherheit, die sich aus der Kalibrierung des Spektrometers ergibt und daher von der Unsicherheit der berechneten Gitterkonstante abhängt. Diese Unsicherheit ist gegeben durch

$$\Delta\lambda_{\text{sys}} = \frac{\sin(\alpha)}{n} \Delta g . \quad (11)$$

Neben dieser systematischen Unsicherheit liegt außerdem eine statistische Unsicherheit vor, die aus der Beobachtung der Spektrallinien resultiert. Sie ist gegeben durch die Ablesunsicherheit der einzelnen Abstände und berechnet sich über

$$\Delta\lambda_{\text{stat}} = \frac{g}{n} \cos(\alpha) \Delta\alpha \quad (12)$$

mit $\Delta\alpha$ wie in [Gleichung \(6\)](#). Die entsprechenden Unsicherheiten sind ebenfalls [Tabelle 1](#) zu entnehmen. In [Abbildung 4](#) sind die aus den berechneten Wellenlängen λ erhaltenen Werte $n\lambda$ der entsprechenden Ordnungen n gegen $\sin(\alpha)$ mitsamt der aus Versuchsteil 1 erhaltenen Ausgleichsgerade zur Kalibrierung des Spektrometers und den nach [Gleichung \(11\)](#) erhaltenen statistischen Fehlern aufgetragen. Es ist zu erkennen, dass die berechneten Wellenlängen im Produkt der jeweiligen Beugungsordnung sehr gut im Rahmen der Ausgleichsgeraden liegen.

Mit Hilfe der berechneten Wellenlängen λ und dem in den Fotoaufnahmen sichtbaren Spektrum der Gasentladungslampe lassen sich nun Rückschlüsse auf das darin enthaltene

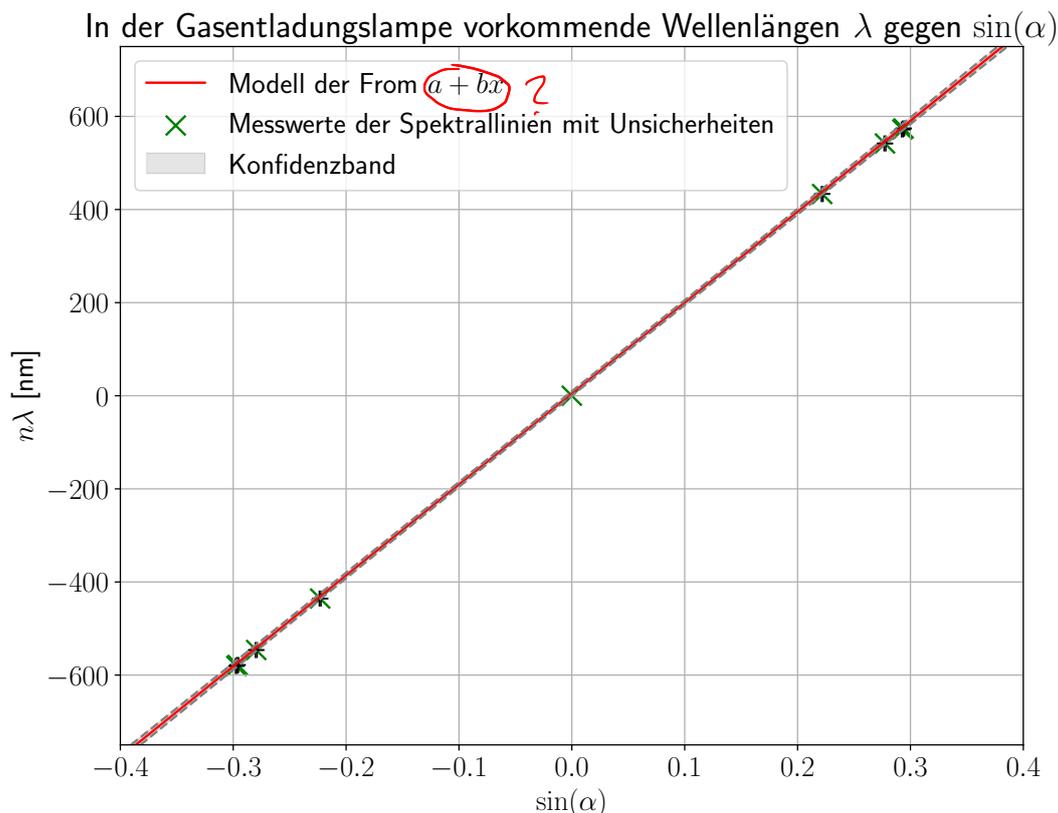


Abbildung 4: Sichtbar sind die nach [Gleichung \(10\)](#) berechneten Wellenlängen der Spektrallinien der Gasentladungslampe als Produkt mit der Ordnung n der beobachteten Beugungsmaxima mitsamt den statistischen Unsicherheiten aufgetragen gegen $\sin(\alpha)$ der jeweiligen Ablenkungswinkel α . Es konnten jeweils nur Maxima erster Ordnung, also $|n| = 1$ betrachtet werden. Negative Werte entsprechen Maxima links des Maximums nullter Ordnung auf dem Schirm, positive Werte entsprechen denen rechts davon. Außerdem sichtbar ist die aus der Kalibrierung in Teil 1 erhaltene Ausgleichsgerade mitsamt des 1σ -Konfidenzbands, welches jedoch sehr klein ist.

Element schließen. Aufgrund der vorliegenden gelben Doppellinie, sowie der vorkommenden grünen und blauen Spektrallinie lässt sich mit den in [3] bekannten Spektrallinien vermuten, dass es sich bei der Vorliegenden Gasentladungslampe um Quecksilber handelt. Diese Vermutung mitsamt einem Vergleich der experimentell bestimmten Wellenlängen und der entsprechenden Literaturwerte wird im weiteren Verlauf genauer untersucht und diskutiert.

3.3 Abschätzung der spektralen Auflösung des Spektrometers

Im letzten Versuchsteil wurde die spektrale Auflösung des Spektrometers abgeschätzt. Hierzu wurde die gelbe Doppellinie, wie in [Abbildung 8](#) sichtbar, genauer untersucht. Aus den Berechnungen der Wellenlängen in Versuchsteil 2 sind die Wellenlängen der beiden gelben Linien bekannt. Diese können [Tabelle 1](#) entnommen werden. Die Differenz beider Wellenlängen gibt einen groben Anhaltspunkt zur Größenordnung der Auflösung. Da die Positionen der Maxima auf beiden Seiten des Maximums 0-ter Ordnung gemessen

wurden, lassen sich für die Differenz zwei Werte berechnen. Für die Abschätzung wird der Mittelwert beider Differenzen gebildet. So ergibt sich für die gelben Maxima ein Wellenlängenabstand von

$$\delta\lambda_1 = 2,1 \text{ nm} .$$

Da dieser mit der Auflösung des Spektrometers noch sehr gut zu erkennen war, wurde der minimale Wellenlängenabstand bei dieser Auflösung auf die Hälfte von $\delta\lambda_1$ geschätzt. Somit ergibt sich für den minimalen Wellenlängenabstand der Schätzwert

$$\delta\lambda_{1,\min} = 1,1 \text{ nm} .$$

Um einen zweiten Schätzwert zu erhalten, wurde zudem noch die Halbwertsbreite einer Spektrallinie bestimmt. Diese ließ sich sehr gut aus den Bildern in [Abbildung 8](#) abschätzen. Da die grüne Linie im Spektrum die größte Intensität und damit die beste Sichtbarkeit hatte, wurde sie hierfür gewählt. Bei beiden grünen Spektrallinien betrug die geschätzte Gesamtbreite 1 mm und die geschätzte Halbwertsbreite 0,5 mm. Diese kann nun in eine Wellenlängendifferenz umgerechnet werden. Dazu muss die Umrechnung über α verwendet werden

$$\delta\lambda_{2,\min} = \frac{g}{n} \left[\sin \left(\arctan \left(\frac{d_2}{x} \right) \right) - \sin \left(\arctan \left(\frac{d_1}{x} \right) \right) \right] . \quad (13)$$

Mit den Positionen der grünen Linie und der Halbwertsbreite, sodass $d_2 - d_1 = 0,5 \text{ mm}$ und $n = 1$, ergibt sich ein Wert von

$$\delta\lambda_{2,\min} = 1,1 \text{ nm} .$$

Dieser stimmt sehr gut mit dem geschätzten Wert aus dem Abstand der Doppellinien überein.

Um diese Ergebnisse nochmals quantitativ zu vergleichen, wurde zusätzlich $\delta\lambda$ mit dem Rayleigh-Kriterium nach [Gleichung \(3\)](#) bestimmt. Dazu wurde zunächst die Breite des auf das Gitter fallenden Lichtstrahls gemessen. Diese ergab sich, mit großen Unsicherheiten bei der Bestimmung des Bereichs, zu einem Wert von $l = 4,5 \text{ mm}$. Mit dem bekannten Spaltabstand g aus der Kalibrierung ergibt sich für Beugungsmaxima der ersten Ordnung

$$\delta\lambda_{R,\min} = \frac{g\lambda}{l} .$$

Da sowohl für das gelbe als auch für das grüne Licht die aus dem Rayleigh-Kriterium berechneten Werte durch Rundung auf den selben Wert fallen und es sich bei dem Wert nur um einen Schätzwert handelt, wird hier nur ein Ergebnis angegeben. Mit dem Rayleigh-Kriterium ergibt sich also ein minimaler Wellenlängenabstand von

$$\delta\lambda_{R,\min} = 0,3 \text{ nm} .$$

Da es sich bei diesen Werten um Abschätzungen handelt, wurde auf die Angabe von Unsicherheiten verzichtet.

Euch ist doch bewusst, dass Werte ohne Fehler überhaupt keine Aussagekraft haben, weil 5mm +/- 2mm was ganz anderes ist als 5mm +/- 200km?! Wieso analysiert ihr plötzlich gar keine Fehler mehr?

4 Diskussion der Ergebnisse

4.1 Angabe und Diskussion der Endergebnisse

Ziel des ersten Versuchsteils war es das Spektrometer aufzubauen und mit drei Lasern verschiedener Wellenlängen zu kalibrieren, also die Gitterkonstante des ausgewählten Gitters experimentell zu bestimmen. Durch eine gewichtete lineare Regression konnte dieser Wert zu

$$g = (1,95 \pm 0,02) \mu\text{m} \qquad \frac{\Delta g}{g} = 0,9\%$$

bestimmt werden. Die angegebene Unsicherheit ergibt sich dabei direkt aus der linearen Regression, wobei für die Berechnung die Unsicherheiten der einzelnen Messwerte verwendet wurden. Während der Messung wurde deutlich sichtbar, dass die Messwerte mit dem roten Laser stark von den anderen abwichen. Dies ist nochmals sehr deutlich im Residuendiagramm in [Abbildung 5](#) zu sehen. Daher wurde entschieden diese Messreihe aus der Berechnung der Regression auszuschließen. Da die anderen Messwerte der zur Kalibrierung verwendeten Laser sehr gut miteinander übereinstimmten, kann der berechnete Wert für g mit der sehr geringen relativen Unsicherheit angegeben werden. Dieser Wert lässt sich mit der auf dem Gitter angegebenen Anzahl m der Spalte pro Millimeter ($m = 530 \text{ mm}^{-1}$) vergleichen. Der nominelle Abstand zweier benachbarter Spalte ergibt sich somit zu

$$g_{\text{nom}} = 1,9 \mu\text{m} .$$

Da auf dem Gitter keine Unsicherheit dieses nominellen Werts angegeben war, wird dieser als exakt angenommen. Ein t-Test auf Verträglichkeit der beiden Werte ergibt

$$t = 3,8 .$$

Die geringe Abweichung ergibt sich dabei aus der Kalibrierung, für die nur 6 Messwerte verwendet werden konnten. Damit ist diese sehr anfällig für statistische Schwankungen. Auch ist es, wie am Beispiel des roten Lasers deutlich sichtbar, gut möglich, dass die auf den Lasern angegebenen Wellenlängen nicht genau der emittierten Wellenlänge entsprechen. Da es sich um Diodenlaser handelt, unterliegt die abgestrahlte Wellenlänge durchaus baubedingten Ungenauigkeiten.

Mit Hilfe des kalibrierten Spektrometers konnte nun das Spektrum einer Gasentladungslampe untersucht werden. Der zuvor erläuterte Aufbau zur Kollimierung des abgestrahlten Lichts wurde von Hand justiert, um möglichst scharf voneinander abgetrennte Beugungsmaxima auf dem Schirm zu sehen. Die aus den Ablenkswinkeln α berechneten Wellenlängen sind, zusammen mit ihren relativen Unsicherheiten, den exakten Werten und t-Tests zur Überprüfung der Verträglichkeit [Tabelle 2](#) zu entnehmen. Die exakten Wellenlängen wurden Quelle [4] entnommen.



- Spektrum (Liz)
- Spektrum (exp. mit stat. Fehler)
- Sys Fehler

Wenn ihr die Fehler addiert, wären solche Messwerte vertragbar, obwohl die systematische Unsicherheit in unterschiedliche Richtungen abweichen müsste. Die Aussage ist also offensichtlich nicht sinnvoll.

Ihr gebt auf S. 2 einen Quantitativen Fehler dafür an, der auch als Fehlerbalken eingezeichnet ist

λ [nm]	λ_{rel} [%]	λ_{nom} [nm]	t-Test
580,5	1,2	579,07	0,2
578,3	1,2	576,96	0,2
546,2	1,2	546,07	0,02
435,5	1,2	435,83	0,06
433,3	1,2	435,83	0,5
541,8	1,2	546,07	0,7
571,9	1,2	576,96	0,8
574,1	1,2	579,07	0,8

Tabelle 2: Auflistung der Endergebnisse aus Teil 2 für die Maxima erster Ordnung im negativen und positiven Messbereich. Die Wellenlängen wurden mit [Gleichung \(2\)](#) berechnet, die relativen Unsicherheiten ergeben sich aus der Summe der statistischen und systematischen Unsicherheit aus [Tabelle 1](#) zu $\lambda_{\text{rel}} = (\Delta\lambda_{\text{stat}} + \Delta\lambda_{\text{sys}})/\lambda$. Die nominellen Werte für die Wellenlängen wurden aus [Quelle \[4\]](#) entnommen und für den t-Test zusammen mit der Summe beider Unsicherheiten verwendet: $t = |\lambda - \lambda_{\text{nom}}| / (\Delta\lambda_{\text{stat}} + \Delta\lambda_{\text{sys}})$.

Aus der charakteristischen Verteilung des Spektrums entstand durch Vergleich mit den Spektren einiger Gasentladungslampen aus [Quelle \[3\]](#) schnell die Vermutung, dass es sich um eine Quecksilberdampf Lampe handelt. Diese wurde durch den Vergleich mit den exakten Werten aus [\[4\]](#) bestätigt. Alle t-Tests liegen dabei deutlich im Bereich $t \leq 2$, womit darauf geschlossen werden kann, dass diese Annahme durch diesen Vergleich angenommen wird.

Um die Ergebnisse der Kalibrierung und der Vermessung der Quecksilberdampf Lampe noch genauer zu untersuchen, kann das Residuendiagramm in [Abbildung 5](#) betrachtet werden. Dieser zeigt sehr gut die Messwerte im Bezug auf die lineare Regression zur Kalibrierung des Spektrometers. Man sieht sowohl die oben angesprochene, offenbar systematische, Abweichung der beiden Messpunkte des roten Lasers als auch das gleichmäßige Offset der Messwerte bei Vermessung der Quecksilberdampf Lampe. Dieses kommt direkt aus der Kalibrierung und dem dadurch bedingten systematischen Fehler bei der Bestimmung des Parameters g . Dennoch sieht man, dass alle Messwerte gut innerhalb des $1\text{-}\sigma$ -Konfidenzbereichs der Ausgleichsgerade liegen. **Das sollte euch wundern!**

Im Anschluss wurde noch das spektrale Auflösungsvermögen, beziehungsweise der minimale Wellenlängenabstand $\delta\lambda$ geschätzt, der sich mit dem Spektrometer noch gut auflösen lässt. Dazu wurden zunächst die beiden gelben Linien des Spektrums betrachtet, die sehr nahe beieinander lagen, sich aber dennoch sehr gut auflösen ließen. Außerdem wurde die Halbwertsbreite der grünen Spektrallinie geschätzt. In beiden Fällen wurde daraus der Wert

$$\delta\lambda_{\text{min}} = 1,1 \text{ nm}$$

für den minimalen Wellenlängenabstand extrapoliert. Mit dem Rayleigh-Kriterium wurde

$$\delta\lambda_{\text{min R}} = 0,3 \text{ nm}$$

Ihr schreibt oben, dass man an diesem Plot Aussagen über die roten Daten treffen kann. Dann sollten sie markiert sein. Wieso sind alle anderen Werte innerhalb des 1 Sigma Intervalls, wenn man nur 68% da erwartet? Hier ist wichtig zu wissen, wie ihr das Intervall bestimmt!

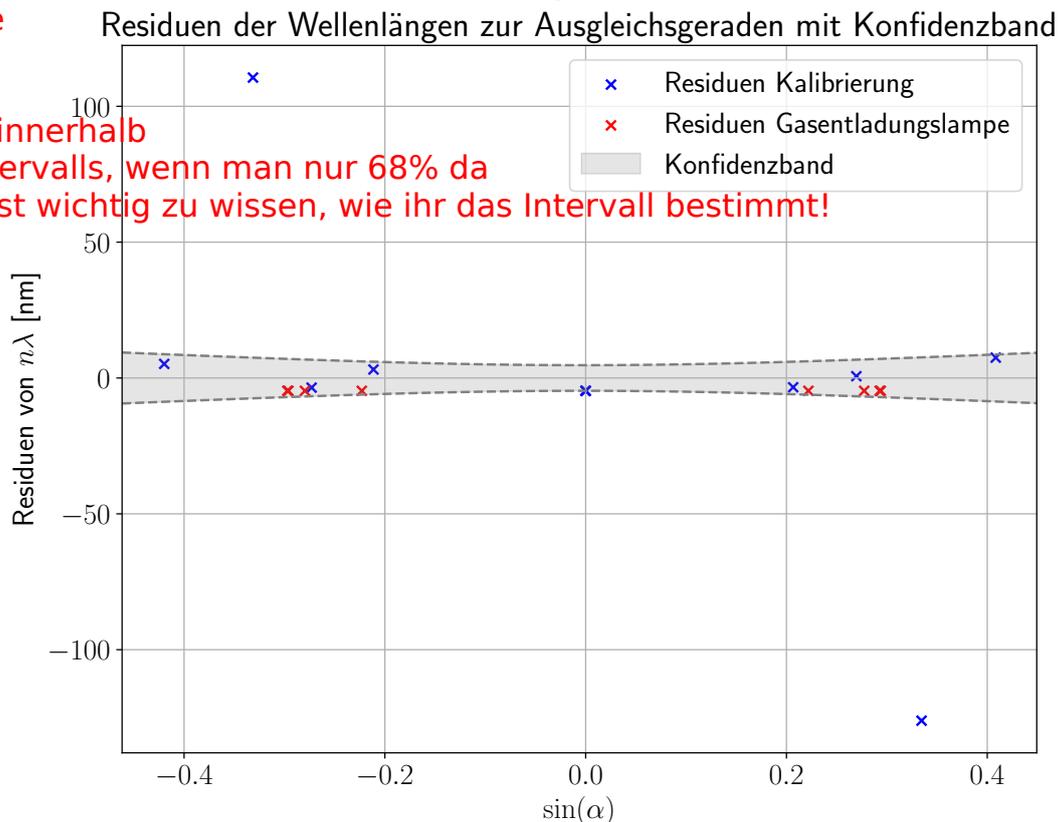


Abbildung 5: Dargestellt sind die Residuen der Messwerte zur Ausgleichsgerade, welche zur Kalibrierung verwendet wurde. Gut sichtbar sind die großen Abweichungen der beiden Messpunkte, welche mit dem roten Laser aufgenommen wurden und das gleichmäßige Offset der Messwerte, welche zur Untersuchung der Quecksilberdampfampe aufgenommen wurden. Auch ist das $1\text{-}\sigma$ -Konfidenzband des Modells dargestellt.

abgeschätzt. Auffällig ist, dass sich beide Werte doch deutlich unterscheiden und sogar in verschiedenen Größenordnungen liegen. Dabei wird der extrapolierte Wert aus dem Abstand der beiden gelben Spektrallinien aber als sinnvoller angesehen, da ein minimal auflösbarer Wellenlängenabstand von 0,3 nm aus der Messung doch eher unwahrscheinlich erscheint. Der kleine Wert durch das Rayleigh-Kriterium kann zum Beispiel durch die Bestimmung des beleuchteten Bereichs auf dem Gitter erklärt werden, da dieser sehr diffus und ein klarer Übergang nicht sichtbar war. Daher wurde dieser Wert grob geschätzt, sodass mögliche Abweichungen durchaus zu erwarten waren. Zudem gibt das Rayleigh-Kriterium typischerweise nur einen groben Schätzwert für die Größenordnung an, keinen exakten Wert für die Auflösung.

Weitere Beiträge zu den auftretenden Unsicherheiten, sowie verbesserte Messmethoden werden nun im Folgenden besprochen.

Wenn man will liegen 99 und 700 auch in unterschiedlichen Größenordnungen, die Aussage ist also nicht so hilfreich

Rayleigh Kriterium gibt euch ein physikalisches Limit, wenn alles andere (Linsenpositionen etc.) perfekt sind

4.2 Diskussion der verwendeten Messmethoden

Während der Einstellung des Aufbaus auf der optischen Bank, wurden die Abstände der Bauteile ermittelt, indem die jeweiligen Positionen auf der Skala optischen der Bank abgelesen und miteinander verrechnet wurden. Hierbei führten folgende Einflüsse zu Unsicherheiten: Die Position einzelner Bauteile war aufgrund der Bauteilfassungen nicht exakt bestimmbar. Um den Mittelpunkt einer Linse oder die genaue Position des Spaltes zu bestimmen, musste abgeschätzt werden, an welcher Stelle innerhalb der Fassung sich dieses Bauteil befindet. Deshalb wurden die einzelnen Positionen mit größerer Unsicherheit als ein Skalenstrich angegeben. Zusätzlich musste zur Berechnung der Strecken eine Gauß'sche Fehlerfortpflanzung durchgeführt werden, die durch die beiden Ableseunsicherheiten eine große Gesamtunsicherheit ergab.

Auch beim Ablesen auf dem Schirm mussten zwei Positionen durch Gauß'sche Fehlerfortpflanzung miteinander verrechnet werden. Die Bestimmung der Positionen des Laserlichts wurde dadurch unsicher, dass der Intensitätsverlauf weniger einem scharfen Punkt als einem hellen Bereich glich. Bei der Kalibrierung war zudem die Breite der Intensitätsverteilung sichtbar abhängig vom verwendeten Laser. Vor allem der rote Laser mit Wellenlänge λ_1 konnte aufgrund der Breite der Intensitätsmaxima nur schwer abgelesen werden. Für die anderen beiden Wellenlängen war die Intensitätsverteilung zwar schmaler, die Intensität des am Schirm gestreuten Lichts war aber so hoch, dass zum Ablesen der Positionen nur ein kurzzeitiges Hineinschauen möglich war. Die Positionsbestimmung wurde dadurch erschwert.

Um Parallaxenfehler zu vermeiden, wurden die Maxima auf dem Schirm mit der Kante eines Blatts Papier auf die Skala oben und unten am Schirm gepeilt. Hierfür wurde bewusst Papier und kein Geodreieck verwendet, damit das auftreffende Licht nur gestreut und nicht am glatten Geodreieck reflektiert werden konnte.

Ein weiterer relevanter Beitrag zur Unsicherheit der Positionsbestimmung der Intensitätsmaxima des Laserlichts war die Tatsache, dass die Halterung der Laser mittels zweier Schrauben und Federn einstellbar war. Dadurch saß die Vorrichtung nicht fest, sondern konnte gegen einen gewissen Widerstand frei bewegt werden. Bei dem blauen Laser mit Wellenlänge λ_3 kam noch dazu, dass dieser Laser selbst nur locker in der Einspannung der Vorrichtung saß. Die verwendeten Laser emittieren nur Strahlung, solange der Knopf am Laser gedrückt gehalten wird. Folglich wackelten die Laser während den Messungen möglicherweise leicht, was zu einer erhöhten statistischen Unsicherheit führte.

Zusätzlich zur statistischen Unsicherheit lag beim roten Laser mit Wellenlänge λ_1 wahrscheinlich eine systematische Unsicherheit vor. Wie in [Abbildung 5](#) gut sichtbar, waren die Messpunkte für negative Ablenkwinkel nach oben, für positive betragsähnlich nach unten verschoben. Die Wellenlänge eines solchen Diodenlasers ist nicht exakt, sondern mit einer Toleranz von $\Delta\lambda_1 = \pm 10 \text{ nm}$ angegeben. Möglicherweise lag die tatsächliche Wellenlänge deutlich über dem angegebenen Bestwert von $\lambda_1 = 610 \text{ nm}$, das würde die im Kalibrierungsdiagramm sichtbaren Abweichungen erklären. Wie bereits in der Auswertung erwähnt, wurden, um die Kalibrierung des Gitterspektrometers durch diese Abweichung nicht zu beeinflussen, die Messpunkte dieses Lasers für die lineare Regression nicht berücksichtigt.

Versucht herauszuarbeiten, was die relevanten Probleme sind, statt viel Text zu schreiben

Den relevanten Inhalt von dem Absatz kriegt man in drei Sätze

Um die Spektrallinien der Gasentladungslampe möglichst gut beobachten zu können, wurde die Breite des Spalts angepasst. Für kleinere Spaltbreiten wurden die Spektrallinien tendenziell schärfer. Gleichzeitig wurde aber die Intensität der Spektrallinien geringer. Für größere Spaltbreiten wurden die Maxima heller und unschärfer. Um auch mit kleinen Spaltbreiten arbeiten zu können, wurde der Praktikumsraum abgedunkelt. Dadurch waren die Spektrallinien besser sichtbar. Da die Spektrallinien nicht nur als Punkte, wie bei der Kalibrierung, sondern als Streifen über die gesamte Höhe des Schirms zu sehen waren, war ein angenehmes Ablesen der Positionen direkt auf den Skalen möglich. Um ein noch genaueres Ablesen zu ermöglichen, wurde das Spektrum mit einer Handykamera fotografiert. Dadurch wurde auch die blaue Spektrallinie gut sichtbar, die zuvor trotz des abgedunkelten Raums kaum zu erkennen war. Auch der Abstand der beiden nah beieinanderliegenden gelben Linien konnte so deutlich abgelesen werden, was für den dritten Versuchsteil von großer Bedeutung war.

Im letzten Versuchsteil wurde für das Rayleigh-Kriterium die Breite des auf das Gitter fallenden Lichtbündels gemessen. Dieses Lichtbündel war auf dem Gitter nicht scharf abgegrenzt sondern vielmehr sehr diffus, mit über einen großen Bereich abfallender Intensität. Die Messung war daher, obwohl sie mit einem Noniusmessschieber durchgeführt wurde, eher eine Schätzung. Aus diesem Grund wurde auch auf die Angabe von Unsicherheiten verzichtet, um nicht den Anschein einer trügerischen Exaktheit zu erwecken.

Neben den genannten, gab es noch weitere potentielle Quellen von Unsicherheiten, deren Einfluss auf die Messergebnisse zwar als gering eingeschätzt wird, die hier aber dennoch Erwähnung finden. Zum einen war das verwendete Gitter verschmutzt. Dies könnte die Schärfe und Intensität der Abbildung oder sogar die Gitterkonstante beeinflusst haben. Außerdem saß das Gitter nur locker in der Halterung, sodass es sich während der Messung leicht verdreht oder verschoben haben könnte. Möglicherweise trafen Lichtstrahlen dadurch nicht genau senkrecht auf das Gitter, was eine Verschiebung der Maxima zur Folge hätte.

Im Folgenden sollen nun Verbesserungsvorschläge gegeben werden, wie die Messungen verbessert werden könnten.

4.3 Verbesserte Messmethoden

Zunächst könnten alle Abstandsmessungen auch mit einem Maßband durchgeführt werden. Das hätte den Vorteil, dass es dadurch nur eine Unsicherheit geben und keine Gauß'sche Fehlerfortpflanzung durchgeführt werden würde. Gleichzeitig wäre allerdings die Messung durch höhere Parallaxenfehler und das Anlegen des Maßbands anfälliger für Mess- und Ablesefehler.

Um eine Reizung der Augen zu vermeiden, könnten auch während der Kalibrierung die Positionen der Maxima der Laserpunkte mit einer Handykamera fotografiert und später anhand der Fotos bestimmt werden. Dadurch, dass alle Positionen so zur gleichen Zeit bestimmt würden, wäre auch der Einfluss der lockeren Laserhalterungen auf die Messung geringer. Hierbei gilt es aber zu prüfen, ob das Ablesen der Punkte auf den Bildern nicht

zu Parallaxenfehlern führen würde, weil jeder Punkt auf dem Foto mit einer Vertikalen auf die Skala gepeilt werden müsste. Bei den Fotos der Spektrallinien trat dieses Problem nicht auf, da die Linien sich direkt auf die Skala erstreckten. Allerdings könnte dieses Problem umgangen werden, indem die Ausrichtung der Laser anhand der Stellschrauben so verändert würde, dass die Maxima auf dem Schirm unten direkt an der Skala liegen. Diese könnten somit direkt an der Skala abgelesen werden.

Wie bereits gesehen, waren die Wellenlängen der Dioden-Laser wahrscheinlich mit einer großen Unsicherheit behaftet. Hatte ein Laser eine andere Wellenlänge als die angegebene, so trat ein systematischer Fehler auf. Um dies zu verbessern, könnte ein anderer Lasertyp, beispielsweise ein He-Ne-Laser, verwendet werden. Hier ist die emittierte Wellenlänge exakt bestimmt. Es gilt aber zu beachten, dass aus Sicherheitsgründen keine noch intensiveren Laser verwendet werden sollten, was hier gesondert zu prüfen wäre.

Ein systematischer Fehler erklärt doch gar nicht, dass es in unterschiedliche Richtungen abweicht?

Um statistische Schwankungen zu verringern, würden mehr Messpunkte in Versuchsteil 1 die Kalibrierung des Gitterspektrometers noch exakter werden lassen. Hierfür könnten entweder zusätzliche Laser mit weiteren Wellenlängen oder Intensitätsmaxima höherer Ordnungen verwendet werden. Um die zusätzlichen Intensitätsmaxima überhaupt beobachten zu können, wäre ein breiterer Schirm notwendig, denn eine geringere Aufweitung mit einem anderen Gitter wäre für die späteren Versuchsteile nicht sinnvoll. Außerdem könnte es sein, dass die Maxima höherer Ordnungen schlecht sichtbar sind, da die Intensität der Maxima mit steigender Ordnung sinkt.

Um die spektrale Auflösung im zweiten Versuchsteil zu erhöhen, könnte ein Gitter mit noch kleinerer Gitterkonstante verwendet werden. Die Spektrallinien würden dadurch noch weiter aufgeweitet. Eine zu hohe Gitterkonstante führt aber dazu, dass nicht mehr alle Spektrallinien 1-ter Ordnung sichtbar wären.

Vergleicht man die gemessenen Spektrallinien der Gasentladungslampe mit dem Spektrum von Quecksilber, so fällt auf, dass weitere Spektrallinien existieren, die im Experiment aufgrund zu geringer Intensität nicht sichtbar waren. Auch die blaue Spektrallinie war ohne Handykamera kaum zu erkennen. Möglicherweise wäre es also sinnvoll, die Intensität des Lichts weiter zu erhöhen. Eine weitere Möglichkeit, die zusätzlichen Linien sichtbar zu machen wäre es, den Raum noch weiter abzudunkeln. Ist ein Element anhand der intensivsten Spektrallinien nicht eindeutig zu identifizieren, wäre dieses Vorgehen sinnvoll. Im vorliegenden Fall war die Identifikation des Quecksilbers allerdings schon mit den sichtbaren Spektrallinien sehr eindeutig.

Um im letzten Versuchsteil einen besseren Schätzwert für die spektrale Auflösung des Spektrometers zu erhalten, wäre es möglich, die Intensitätsverteilung einer Spektrallinie mit einem Intensitätsmessgerät, das beispielsweise mit Fotodioden arbeitet, aufzunehmen. Dadurch könnte die Halbwertsbreite der Linien exakter als durch Schätzung bestimmt werden. Auch die Positionen der Intensitätsmaxima ließen sich dadurch genauer ermitteln. Dies hätte den Vorteil, dass das Maximum der Intensitätsverteilung mit einer noch deutlich höheren Genauigkeit angegeben werden könnte, wodurch sich die Wellenlänge des Lichts noch genauer bestimmen ließe.

Ihr habt viele gute Ideen, solltet aber unbedingt versuchen, die prägnanter zu formulieren.

A Anhang

Abbildungsverzeichnis

1	Versuchsaufbau in Teil 1	2
2	Versuchsaufbau in Teil 2	3
3	Kalibrierung des Spektrometers	6
4	Wellenlängen des Spektrums der Gasentladungslampe	8
5	Residuen der Messwerte zur Ausgleichsgerade	12
6	Messprotokoll Seite 1	17
7	Messprotokoll Seite 2	18
8	Spektren der Quecksilberdampf Lampe	19

Tabellenverzeichnis

1	Auflistung der in Teil 2 gemessenen Werte	7
2	Auflistung Endergebnisse aus Teil 2	11

Literaturverzeichnis

- [1] *Physiklabor für Anfänger*innen Teil 2, Anleitung Versuch 76, Gitterspektrometer* (Physikalisches Institut, Fakultät für Mathematik und Physik, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, 2022, 7. März 2022).
- [2] *Physiklabor für Anfänger*innen Teil 2, Datenanalyse B* (Physikalisches Institut, Fakultät für Mathematik und Physik, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, 2022, 7. März 2022).
- [3] *Physiklabor für Anfänger*innen Teil 2, Aufbau Versuch 76* (Physikalisches Institut, Fakultät für Mathematik und Physik, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, 2022, 7. März 2022), <https://omnibus.uni-freiburg.de/~phypra/ap/76/>.
- [4] *Quecksilberdampf Lampe* (Wikipedia, 7. März 2022), <https://de.wikipedia.org/wiki/Quecksilberdampf Lampe>.
- [5] *Physiklabor für Anfänger*innen Teil 2, Datenanalyse A* (Physikalisches Institut, Fakultät für Mathematik und Physik, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, 2022, 7. März 2022).

Konzentriert euch auf die wichtigen Dinge und kümmert euch weniger darum alle Details abzuarbeiten. Viel wichtiger ist es, dass eure Fehleranalyse vollständig und korrekt ist. Außerdem dürft ihr Daten nicht weglassen, weil die Werte nicht zur Theorie passen. Ich glaube, dass ihr die Physik hier wirklich gut verstanden habt und viele Kleinigkeiten (lesbare Plots etc.) funktionieren schon gut. Leider werft ihr das aber teilweise wieder weg, indem ihr wichtige Dinge weglässt, oder bspw. systematische und statistische Fehler doch nicht sauber voneinander trennt.

A.1 Messprotokoll

Versuch 76 - Gitterspektrometer

Kalibrierung des Spektrometers:

$f_3 = 800 \text{ mm}$

Abstand Laserepunte - Gitter nicht relevant, da Laserlicht kollimiert ist.

Beugungsgitter: 530 Spalte pro mm

Messung 1: Position Schirm: 138,5 cm (auf optische Bank)
 Position Linse: 58,5 cm (abgelesen an der rechten Kante und um 1mm nach innen verschoben, zum Mittelpunkt der Linse)

Unsicherheit: $\pm 0,1 \text{ cm}$

$\lambda = 650 \pm 10 \text{ nm}$

n. Maximum	-1	0	1
x (mm)	-283	-2	282
Δx (mm)	± 2	$\pm 0,5$	± 2

(Bereich, in dem die Maxima sichtbar sind)

Messung 2: Positionen wie in 1

$\lambda = 532 \pm 10 \text{ nm}$

n. Maximum	-1	0	1
x (mm)	227	0	224
Δx (mm)	± 2	± 1	± 2

Messung 3: Positionen wie in 1

$\lambda = 405 \pm 10 \text{ nm}$

n. Maximum	-2	-1	0	1	2
x (mm)	-382	-185	-12	157	346
Δx (mm)	± 2	± 2	± 1	± 2	± 2

Abbildung 6: Messprotokoll Seite 1

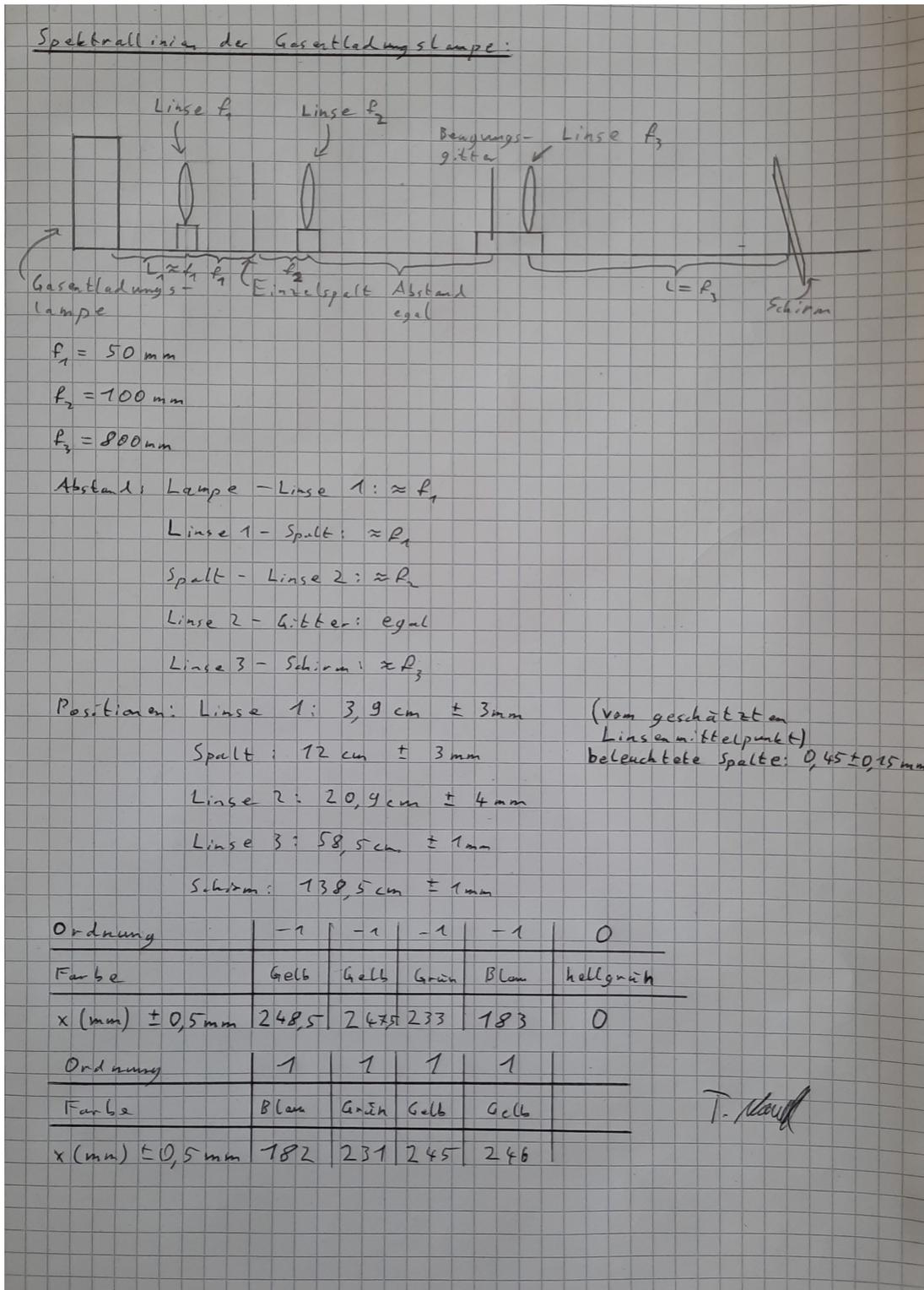


Abbildung 7: Messprotokoll Seite 2

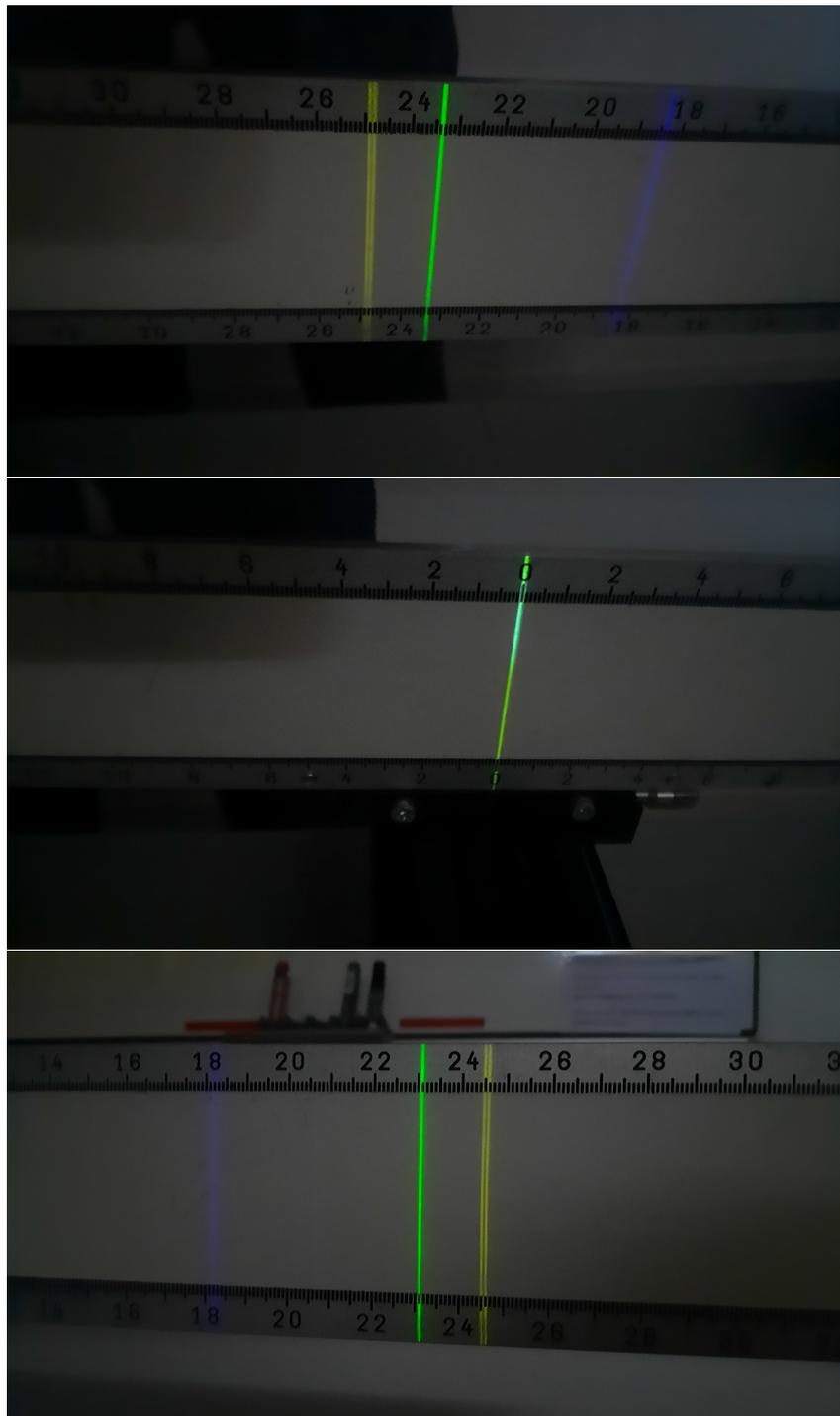


Abbildung 8: Im Versuch aufgenommene Bilder der Spektren der Quecksilberdampfampe. Im ersten und letzten Bild sind Maxima der ersten Beugungsordnung zu sehen, im mittleren Bild das Maximum 0-ter Ordnung. Aufgrund der guten Ablesbarkeit der Positionen der Maxima auf den Bildern, wurden diese für die Bestimmung der Messwerte verwendet.

Sehr gut