

Universität Freiburg  
Physiklabor für Anfänger, Teil 2  
Ferienpraktikum im Sommersemester 2023

# Versuch 76

## Gitterspektrometer



7. November 2024

Datum der Durchführung: 23. Februar 2024

Tutor 

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Ziel des Versuches</b>	<b>3</b>
<b>2 Versuch</b>	<b>3</b>
2.1 Aufbau . . . . .	3
2.2 Durchführung . . . . .	4
<b>3 Auswertung und Fehleranalyse</b>	<b>4</b>
3.1 Kalibrierung . . . . .	4
3.2 Spektrum Gasentladungslampe . . . . .	6
3.3 Spektrale Auflösung . . . . .	6
<b>4 Diskussion der Ergebnisse</b>	<b>7</b>
4.1 Übersichtliche Angabe der Endergebnisse . . . . .	7
4.2 Vergleich mit erwartetem Ergebnis . . . . .	7
4.2.1 Kalibrierung . . . . .	7
4.2.2 Spektrum Quecksilberdampfampe . . . . .	8
4.2.3 Spektrale Auflösung . . . . .	8
4.3 Verbesserte Methoden . . . . .	8
<b>5 Anhang</b>	<b>10</b>
5.1 Rohdaten mit Vortestat . . . . .	10
5.2 Erklärung zur Autorenschaft . . . . .	12
Literatur . . . . .	12

# 1 Ziel des Versuches

Ziel des Versuches ist es, ein Gitterspektrometer aufzubauen, um damit die Wellenlängen der Spektrallinien einer Gasentladungslampe zu bestimmen. Zudem wird die Spektrale Auflösung der Apparatur bestimmt.

## 2 Versuch

### 2.1 Aufbau

Der Versuch zur Kalibrierung des Gitterspektrometers wird, wie in Abb. 1 dargestellt, aufgebaut. Er besteht aus einer optischen Bank (1), auf welcher ein Laser (2) und eine Linse (3), mit davor geschaltetem Gitter (4), montiert sind. Am Ende der optischen Bank wird noch ein Schirm (5) montiert. Alle relevanten Positionen der Bauteile auf der optischen Achse sind in Abschnitt 5.1 in Abb. 5 notiert.

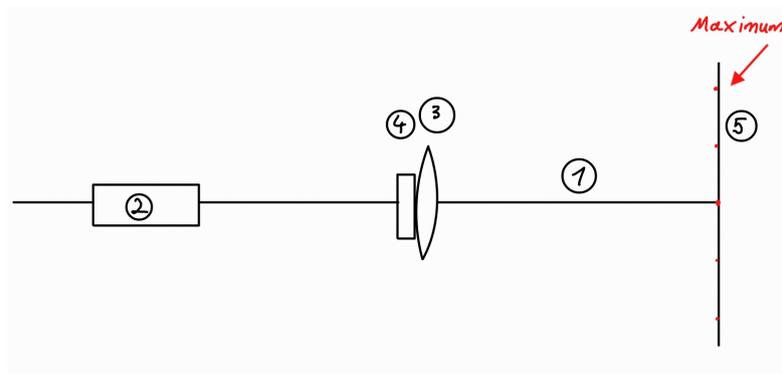


Abbildung 1: Aufbau Kalibrierung mit Lasern

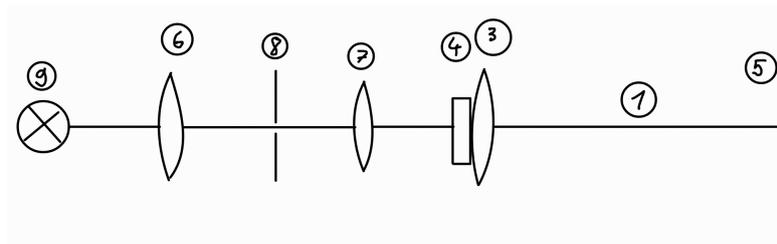


Abbildung 2: Aufbau für Messung mit Gasentladungslampe

Für den zweiten Versuchsteil, wird der Versuchsaufbau aus dem ersten Teil um drei Komponenten, wie in Abb. 2 dargestellt ist, erweitert. Anstatt des Lasers wird das System um die Linse (6), die Kollimationslinse (7) und einen Spalt (8) erweitert, die vor

das nun verwendete Gitter 2 ④ montiert werden. Vor dieses System kommt eine Gasentladungslampe ⑨. Das System aus Linsen und Spalt, welches den Laser ersetzt, sorgt dafür das das Licht welches aus der Gasentladungslampe kommt, parallel auf das Gitter abgebildet wird.

## 2.2 Durchführung

Im ersten Versuchsteil wird das Spektrometer für ein Gitter kalibriert, indem die Positionen der Maxima auf dem Schirm von Lasern mit bekannter Wellenlänge  $\lambda$  bestimmt werden. Hierfür werden drei verschiedene Laser (Blau, Grün, Rot) verwendet und die Maxima für die Ordnungen  $n = 0$  bis  $n = 4$  bestimmt. Das wird sowohl auf der linken als auch auf der rechten Seite der Skala gemacht. Hierbei soll jeweils die 0-te Ordnung der Laser mit dem Nullpunkt der Schirmskala übereinstimmen. Die Bestimmung der Beugungsmaxima der jeweiligen  $\lambda$  und Ordnungen erfolgt mit einem Geodreieck. Das Geodreieck wird an der Millimeterskala auf dem Schirm so gehalten, dass die Werte auf der oberen als auch unteren Skala auf dem Schirm übereinstimmen und das Maxima an der Kante des Geodreiecks anliegt.

Im zweiten Versuchsteil wird mit dem zweiten Versuchsaufbau das Linienspektrum des Lichts der Gasentladungslampe, dass durch ein Gitter gebeugt wird, aufgenommen. Da für den zweiten Versuchsteil aber ein anders Gitter benutzt wurde, muss das nochmal mit den drei Lasern kalibriert werden. Anschließend werden die Spektrallinien, genauer gesagt die Emissionslinien, für die 0-te und 1-te Ordnung gemessen. Der Abstand  $d$  der Emissionslinien wird wie in Versuchsteil 1 mit dem Geodreieck gemessen.

Für den dritten Versuchsteil wird der gleiche Aufbau wie im zweiten Teil benutzt. Hier wird die Auflösung des Spektrometers bestimmt, in dem bei einer Doppellinie der minimale Abstand zweier Spektrallinien gesucht wird, bei der die Linien noch getrennt wahrgenommen werden können. Für diese Einstellung wird bestimmt welcher Bereich des Gitters beleuchtet wird und der minimale Abstand wird mit dem Rayleigh-Kriterium verglichen.

## 3 Auswertung und Fehleranalyse

### 3.1 Kalibrierung

Die drei verwendeten Laser haben die angegebenen Wellenlängen  $\lambda$  mit Unsicherheiten  $\lambda_{rot} = (650 \pm 10)\text{nm}$ ,  $\lambda_{grün} = (532 \pm 10)\text{nm}$  und  $\lambda_{blau} = (405 \pm 10)\text{nm}$ . Für die Ablesegenauigkeit der Millimeterskala des Schirms wird für den grünen Laser  $a_{grün} = 1,0\text{mm}$  dreiecksverteilt und für die Ablesegenauigkeit der Millimeterskalen der optischen Bank und des Schirms für die anderen Laser  $a = 0,5\text{mm}$  dreiecksverteilt angenommen. Der größere Fehler für den grünen Laser liegt an stark ausgedehnten Maxima auf dem Schirm. Somit ist  $\Delta x = \frac{a}{\sqrt{6}} \approx 0,2\text{mm}$  und  $\Delta x_{grün} = \frac{a_{grün}}{\sqrt{6}} \approx 0,4\text{mm}$

Wenn wir  $y = n\lambda$  gegen  $x = \sin \alpha$  auftragen, sollten die Messpunkte der Kalibrierungsmessung den folgenden Zusammenhang haben. Dabei ist  $n$  die Ordnung des entsprechenden Maximums

$$g \cdot \sin(\alpha) = n \cdot \lambda$$

Der Winkel  $\alpha$  lässt sich nach dem Prinzip der Fraunhofer-Beugung<sup>1</sup> mit einfacher Trigonometrie zu  $\alpha = \arctan(\frac{x}{d})$  bestimmen, wobei  $x$  der Abstand der Linse hinter dem Gitter zum Schirm und  $d$  der Abstand vom Nullpunkt des Schirms bis zur betrachteten Ordnung ist. Desweiteren ist  $g$  die Steigung, welche für alle drei Laser gleich sein sollte. Diese Zusammenhänge sollten im folgenden Diagramm zu sehen sein.

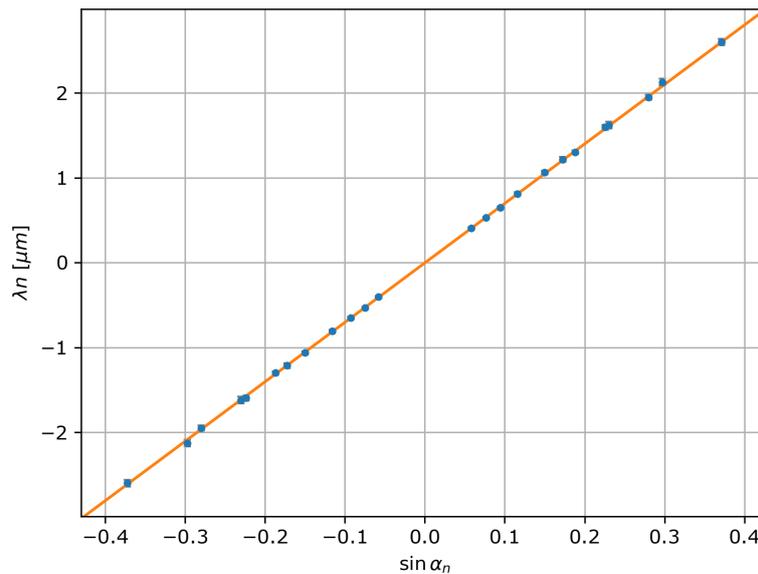


Abbildung 3: Kalibrierungsmessung für Gitter 1 mit Laser-Intensitätsmaxima als blaue Punkte

Die Steigung  $g_1$  entspricht aufgrund dem oben genanntem Zusammenhang auch der Gitterkonstante  $g_1$ . Mit dem berechneten Fehler folgt

$$g_1 = (7,01 \pm 0,02)\mu\text{m}$$

Um diesen Wert später besser mit dem angegebenen Wert auf dem verwendeten Gitter zu vergleichen, wird  $g' = 1/g$  eingeführt

$$g_1' = (142,7 \pm 0,3)\frac{1}{\text{mm}}$$

Aufgrund des relativ geringen Unsicherheit der Kalibrierung ist in Abb. 3 auch kein  $1\sigma$ -Konfidenzband zusehen.

---

<sup>1</sup>[Sah16]

### 3.2 Spektrum Gasentladungslampe

Analog zu Abschnitt 3.1 wird zuerst das neu eingestellte Spektrometer auf das Gitter 2 kalibriert. Für die Fehler werden die gleichen Werte wie in Abschnitt 3.1. Daraus folgt für die Gitterkonstante  $g_2 = (1,167 \pm 0,005)\mu\text{m}$

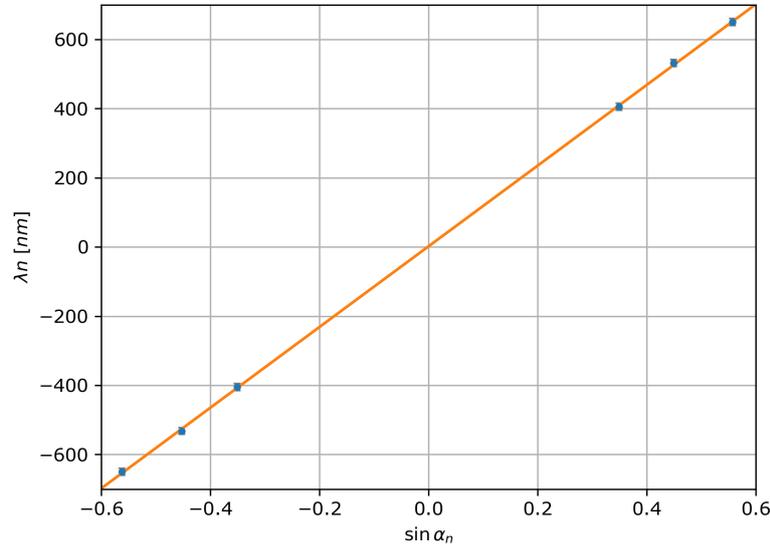


Abbildung 4: Kalibrierungsmessung für Gitter 2

Damit lassen sich aus den gemessenen Abständen  $d$  von dem Schirmzentrum mit  $\alpha = \arctan(\frac{x}{d})$  und  $\lambda = \frac{g \sin(\alpha)}{n}$  die Wellenlängen der Spektrallinien berechnen. Als Fehler wird für die zweite cyanfarbene Spektrallinie  $a_{cyan} = 1,0\text{mm}$  und für alle anderen Spektrallinien  $a = 0,5\text{mm}$  angenommen. Der größere Fehler der zweiten Spektrallinie kommt durch deren kaum sichtbare Intensität zustande, da die Linie nur sichtbar ist, wenn es so dunkel ist, dass die Skala nicht mehr präzise ablesbar ist. Für die fünf sichtbaren Spektrallinien ergeben sich somit die Wellenlängen und Unsicherheiten  $\lambda_{blau} = (426,4 \pm 1,8)\text{nm}$ ,  $\lambda_{cyan} = (480,7 \pm 1,3)\text{nm}$ ,  $\lambda_{grün} = (531,5 \pm 1,6)\text{nm}$  und  $\lambda_{orange_1} = (560,5 \pm 1,9)\text{nm}$ ,  $\lambda_{orange_2} = (563,2 \pm 1,9)\text{nm}$ .

### 3.3 Spektrale Auflösung

Die orangene Hg-Doppellinie im Spektrum hat auf dem Schirm den Abstand  $d = (2,0 \pm 0,5)\text{mm}$ . Das ist nahe an der Grenze, an der man zwei Linien noch voneinander unterscheiden und sie auch getrennt messen kann. Da die beiden orangenen Spektrallinien einen Abstand auf dem Schirm von  $\Delta x = 2\text{mm}$  zueinander haben und die Spektrallinien gerade noch unterscheidbar sind, folgt dass unsere maximal messbare Auflösung im Bereich von  $\lambda_{orange_2} - \lambda_{orange_1} = 2,7\text{nm}$ , also in der Größenordnung von Nanometern liegt.

Dies wird mit dem Rayleigh-Kriterium  $\delta\lambda = \frac{\lambda}{nN}$  verglichen.  $n$  ist wie gehabt die Ordnung des Maximums und  $N$  die Anzahl der beleuchteten Spalte des Gitters. Die beleuchtete Breite des Gitters  $b$ , ist  $b = (20 \pm 2)\text{mm}$  und mit der berechneten Gitterkonstante  $g_2$  folgt  $N = g_2 \cdot b$ . Insgesamt ist  $\delta\lambda = (33 \pm 3)\text{pm}$ , wobei die Unsicherheit durch die Unsicherheit der Beleuchtungsbreite entsteht. D.h. die maximale spektrale Auflösung liegt hiermit in der Größenordnung von 10 Pikometern.

## 4 Diskussion der Ergebnisse

### 4.1 Übersichtliche Angabe der Endergebnisse

Für die Kalibrierung im ersten Teil folgt die Gitterkonstante  $g_1$

$$g_1 = (7,01 \pm 0,02)\mu\text{m}$$

Im zweiten Teil ergibt sich für die Gitterkonstante  $g_2 = (1,167 \pm 0,005)\mu\text{m}$  und für die aus der Messung berechneten Wellenlängen für die drei einzelnen Spektrallinien

$$\lambda_{\text{blau}} = (426,4 \pm 1,8)\text{nm}, \quad \lambda_{\text{cyan}} = (480,7 \pm 1,3)\text{nm}, \quad \lambda_{\text{grün}} = (531,5 \pm 1,6)\text{nm},$$

sowie für die orangene Doppellinie

$$\lambda_{\text{orange}_1} = (560,5 \pm 1,9)\text{nm}, \quad \lambda_{\text{orange}_2} = (563,2 \pm 1,9)\text{nm}.$$

Vergleicht man die gemessenen Spektrallinien mit denen von bekannten Gasentladungslampen<sup>2</sup>, so folgt aus den Wellenlängen und der kaltweiß leuchtenden Lampe im Versuch, dass es sich um eine Quecksilberdampfampe handeln muss.

### 4.2 Vergleich mit erwartetem Ergebnis

#### 4.2.1 Kalibrierung

Für das verwendete Gitter 1, ist der aus der Kalibrierung berechnete Wert  $g_1' = (142,2 \pm 0,6)\frac{1}{\text{mm}}$  sehr nah an der angegebenen Gitterkonstante  $g_{1\text{Lit}}' = 140\frac{1}{\text{mm}}$ . Der Wert ist relativ gesehen nicht stark abweichend, dennoch liegt er signifikant daneben, wenn man die Herstellerangabe für das Gitter als exakt annimmt. Dies spricht für einen systematischen Fehler, dessen Auswirkung ebenfalls signifikant ist. Worin dieser Fehler besteht, ist aber nicht eindeutig zu bestimmen.

---

<sup>2</sup>[Wik23a]

### 4.2.2 Spektrum Quecksilberdampfampe

Die Literaturwerte<sup>3</sup> der bei uns sichtbaren blauen, grünen und doppelten orangenen Emissionslinien der Quecksilberdampfampe sind zusammen mit den gemessenen Werten in der nachfolgenden Tabelle dargestellt.

Vergleich mit Literaturwerten		
Spektrallinien	Messwerte in nm	Literaturwerte in nm
Blau	$426,4 \pm 1,8$	435,83
Cyan	$480,7 \pm 1,3$	491,60
Grün	$531,5 \pm 1,6$	546,07
Orange 1	$560,5 \pm 1,9$	576,96
Orange 2	$563,2 \pm 1,9$	579,07

Wie in der Tabelle zu sehen ist sind alle unsere Messwerte etwas zu klein. Zudem wird die Abweichung für größere Wellenlängen auch größer.

Die Unsicherheiten der Messwerte ergeben sich aus der Unsicherheit  $\Delta\lambda_1$  der Beobachtung der Spektrallinien und aus der Unsicherheit  $\Delta\lambda_2$ , welche aus der Kalibrierung des Gitters und damit aus der verwendeten Gitterkonstante  $g_2$  folgt. Schaut man sich die gemessenen Wellenlängen an, so resultiert die angegebene Unsicherheit der Werte aus  $\Delta\lambda_1$ . Die Verschiebung der Werte im Vergleich zu den Literaturwerten folgt aus der Unsicherheit  $\Delta\lambda_2$ .

### 4.2.3 Spektrale Auflösung

Die Berechnung der spektralen Auflösung aus dem Rayleigh-Kriterium kann hier als Referenz betrachtet werden, welche Auflösung unter optimalen Bedingungen möglich ist. Dass die tatsächliche maximale Auflösung der Wellenlängen die im Versuch erreicht wird, um zwei Größenordnungen größer ist, liegt daran, dass durch den verwendeten Aufbau nur begrenzt scharfe Maxima erzeugt werden. Zudem ist die Genauigkeit der Messung durch händisches ablesen einer Milimeterskala ungenau. Zuletzt ist das Auflösungsvermögen des Auges begrenzt. Ein Abstand von  $\Delta x = 0,15\text{mm}$  gilt als minimaler Abstand, der noch vom Auge unterschieden werden kann<sup>4</sup>. Dieser ist allerdings kleiner als die Auflösung des Versuchs ermöglicht hätte. Also ist es experimentell mit unseren Mitteln unmöglich die theoretisch maximal mögliche spektrale Auflösung zu erreichen.

## 4.3 Verbesserte Methoden

Um die Ablesefehler von Maxima auf dem Schirm zu verringern, könnte man Gitter verwenden, welche keine Fettabdrücke aufweisen. Diese führen dazu, dass das Gitter bei

---

<sup>3</sup>[Wik23b]

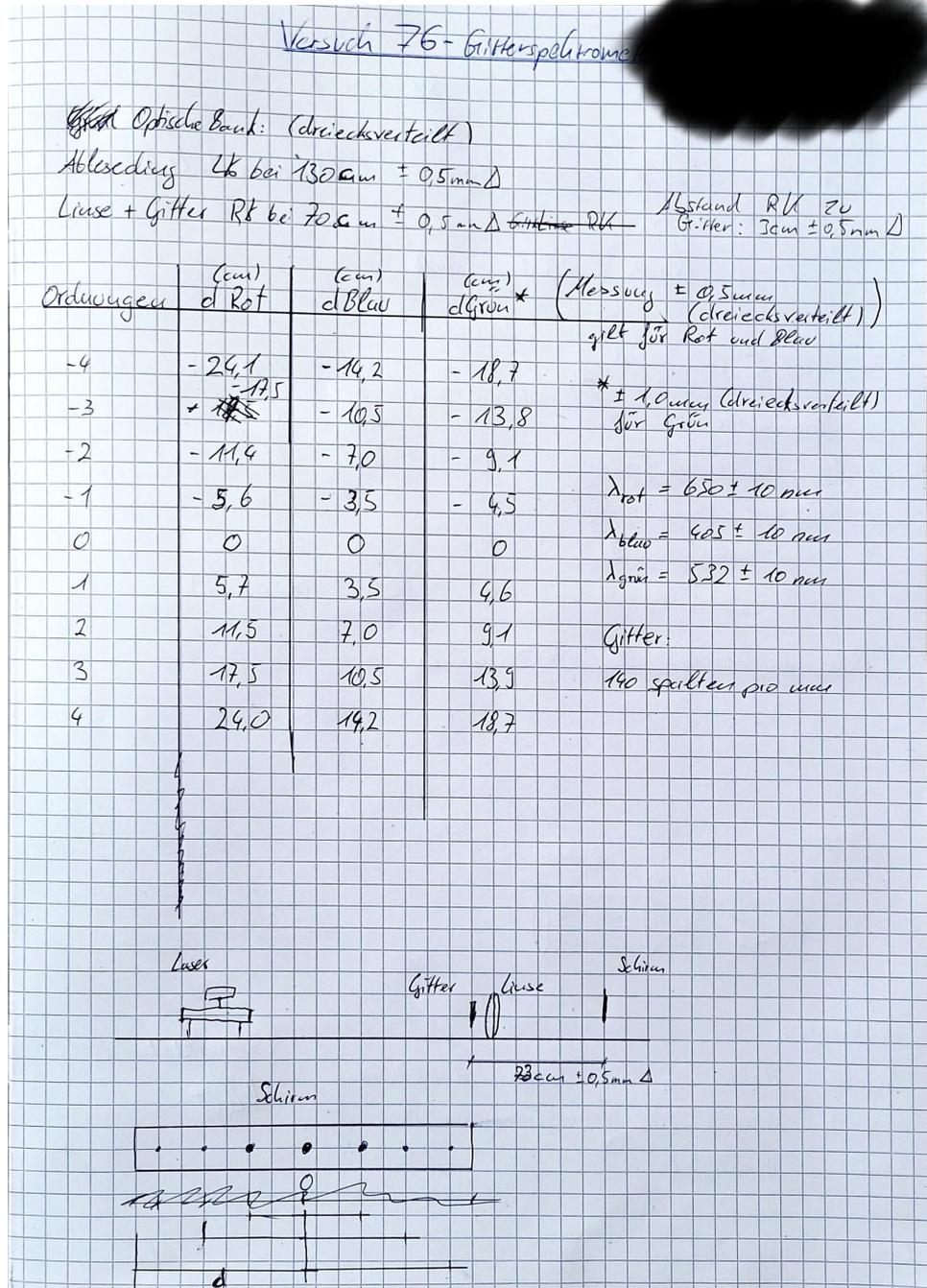
<sup>4</sup>[Wik24]

Bestrahlung mit einem Laser durchbrennt und bei der Beugung kein scharfes Bild mehr entsteht, sondern ausgedehnte, verwaschene Maxima. Irgend

Schirmt man die Gasentladungslampe besser ab, sodass in dem Raum außer dem Emissionsspektrum auf dem Schirm alles komplett dunkel ist, könnte man eventuell noch weitere Spektrallinien erkennen, oder die vorhandenen Linien besser sehen.

## 5 Anhang

### 5.1 Rohdaten mit Vortestat



## 2-te Kalibrierung

R2-Linse bei 90 cm

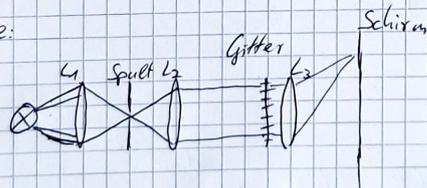
Ordnung	Rot [cm]	Grün [cm]	Blau [cm]	
-1	-27,2 <del>-39,7</del>	-20,3	-15,0	(dreiecksverteilt $\pm 0,5 \text{ mm}$ )
0	0	0	0	
1	26,8 39,2	20,1	14,9	

Gasentladung:

	Ordnungen	-1	0	1	
d Blau-mitte [cm]	<del>Abstand auf Schirm</del>	-23,6	0	23,2	( $\pm 0,5 \text{ mm}$ )
d Blau-außen [cm]		-27,1	0	26,8	( $\pm 1,0 \text{ mm}$ )
d Grün [cm]		-30,7	0	30,3	( $\pm 0,5 \text{ mm}$ )
d Orange-mitte [cm]		-32,9	0	32,4	( $\pm 0,5 \text{ mm}$ )
d Orange außen [cm]		-33,1	0	32,6	( $\pm 0,5 \text{ mm}$ )

Beleuchtungsbreite:  $2 \text{ cm} \pm 2 \text{ mm} \Delta$

Skizze:



Abstände:

Lampe	$d = 0$	Gitter	$d = 67,4 \text{ cm}$
Linse 1	$d = 13,4 \text{ cm}$	Schirm	$d = 130 \text{ cm}$
Spalt	$d = 20,3 \text{ cm}$		
Linse 2	$d = 32,4 \text{ cm}$		
Linse 3	$d = 70,4 \text{ cm}$		

Abbildung 5: Rohdaten

## 5.2 Erklärung zur Autorenschaft

Alle auf der Titelseite genannten Autoren haben in gleichen Teilen zu allen Inhalten dieses Protokolls beigetragen.

### Literatur

- [Sah16] Hans Joachim Eichler; Heinz-Detlef Kronfeld; Jürgen Sahm. *Das neue Physikalische Grundpraktikum*. Springer Spektrum, 2016.
- [Wik23a] Wikipedia. *Gasentladungsröhre*. 21. Okt. 2023. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Gasentladungsr%C3%B6hre> (besucht am 26.02.2024).
- [Wik23b] Wikipedia. *Quecksilberdampflampe*. 3. Dez. 2023. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Quecksilberdampflampe> (besucht am 26.02.2024).
- [Wik24] Wikipedia. *Auflösungsvermögen*. 3. Jan. 2024. URL: <https://de.m.wikipedia.org/wiki/Aufl%C3%B6sungsverm%C3%B6gen> (besucht am 27.02.2024).