Inhaltsverzeichnis

1.	\mathbf{Einl}	eitung	; und Aufgabenstellung	3		
2.	Teil	A: Po	ockelseffekt	4		
	2.1.	Theor	e und Messmethoden	4		
		2.1.1.	Doppelbrechung	4		
		2.1.2.	Pockelseffekt	5		
		2.1.3.	Messung mit Sägezahn	6		
		2.1.4.	Messung mit modulierter Gleichspannung	6		
		2.1.5.	Bestimmung des elektrooptischen Koeffizienten	7		
	2.2.	Aufba	u und Durchführung	9		
	2.3.	Auswe	srtung	11		
		2.3.1.	Bestimmung des Dämpfungsfaktors	11		
		2.3.2.	Sägezahnmethode	13		
		2.3.3.	Modulierte Gleichspannung	14		
		2.3.4.	Bestimmung des elektrooptischen Koeffizienten	16		
3.	Teil	B: Fa	radaveffekt	17		
	3.1.	Theor	ie	17		
	3.2.	Aufba	u und Durchführung	19		
	3.3.	Auswe	rtung	21		
		3.3.1.	Bestimmung der Verdet-Konstante	21		
		3.3.2.	Bestimmung des 2ε -Winkels	$\overline{23}$		
4.	Zusa	ammer	nfassung und Diskussion	24		
А.	Abb	oildung	gen	26		
в.	Lite	ratur		26		
C.	Anh	ang		27		
	C.1.	C 1 Zusätzliche Plots				
	C.2. Temperaturabhängigkeit des elektrooptischen Koeffizienten					
	C.3.	Labor	heft	30		

1. Einleitung und Aufgabenstellung

Wenn eine elektromagnetische Welle in ein Medium eintritt in dem ein elektrisches und oder magnetisches Feld herrscht, kann man je nach Medium Veränderungen in der Ausbreitungsrichtung und oder der Polarisationsrichtung/Ebene bemerken.

Diese Effekte kann man in elektrooptische und magnetooptische Effekte einteilen. Zu den elektrooptischen Effekten gehört unter anderem der Pockesleffekt und zu den magnetooptischen der Faradayeffekt. Im Folgenden sollen diese beiden Effekte untersucht werden.

Pockelseffekt

An einer aus vier $NH_4H_2PO_4$ -Kristallen (ADP) bestehende Pockelszelle soll die Halbwellenspannung $U_{\lambda/2}$ gemessen werden um den elektrooptischen Koeffizienten r_{41} zu bestimmen. Dazu sollen die Zägezahnmethode und die modulierte Gleichspannungsmethode verwendet werden.

Faradayeffekt

Die Verdet-Konstante eines Schwerflintstabs soll experimentell über den Drehwinkel der Polarisationsebene von linear polarisiertem Licht einer Natriumdampflampe bei verschiedenen Magnetfeldstärken mittels eines Halbschattenpolarimeters bestimmt werden. Weiter soll der 2ε -Winkel bestimmt werden.

2. Teil A: Pockelseffekt

2.1. Theorie und Messmethoden

Der Inhalt der folgenden Unterkapitel ist, sofern nicht anderes angegeben aus [1] und [2] entnommen. In ihnen werden die für die Untersuchung des Pockelseffekts wichtigen theoretischen Grundlagen behandelt.

2.1.1. Doppelbrechung

In optisch anisotropen Kristallen kommt es zu dem Effekt der Doppelbrechung. Die Beschreibung dieses Effekts orientiert sich an [5] und [4]. Dabei trennt sich ein linear polarisierter Lichtstrahl in zwei senkrecht zueinander polarisierte Lichtstrahlen auf. Sie werden ordentlicher und außerordentlicher Strahl genannt. Der Grund dafür ist, dass in anisotropen Medien der Brechungsindex von der Ausbreitungsrichtung und der Polarisation eines einfallenden Lichtstrahls abhängt. Abbildung 1 zeigt dies.



Abb. 1: Der ordentliche Strahl (o) ist senkrecht zur optischen Achse polarisiert. Die Huygens-Wellen des außerordentlichen (ao) werden elliptisch verformt, da er auch parallele Komponenten besitzt [5].

Trägt man einen Vektor $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z)$ in einem Hauptachsensystem, gebildet aus den drei Brechungsindizes, (n_1, n_2, n_3) auf, so bildet der Endpunkt des Vektors einen Ellipsoiden

$$\frac{n_x^2}{n_1^2} + \frac{n_y^2}{n_2^2} + \frac{n_z^2}{n_3^2} = 1$$
(2.1)

(aus [4]). Dies erklärt auch die elliptischen Huygens-Wellen in Abbildung 1. In Abbildung 2 ist exemplarisch ein Indexellipsoid dargestellt.



Abb. 2: (a) Darstellung eines dreidimensionalen Indexellipsoiden und (b) als zweidimensionale Projektion nach [4].

Ein Lichtstrahl, welcher polarisiert war, als er in ein anisotropes Material eintrat, spaltet sich also in zwei orthogonal zueinander polarisierte Strahlen auf. Auf Grund der verschiedenen Brechungsindizes und der damit verbundenen Ausbreitungsgeschwindigkeiten, besitzen die beiden Strahlen eine Phasenverschiebung, wenn sie das Medium verlassen. Wenn es möglich ist, beide Strahlen am gleichen Ort austreten zu lassen, so verändert sich also die Art und Richtung der Polarisation in Abhängigkeit von der Länge des Mediums.

2.1.2. Pockelseffekt

Beim Pockelseffekt verändert ein äußeres elektrisches Feld die Brechung im Medium. Dies liegt daran, dass die Dielektrizitätskonstante von der Stärke des elektrischen Feldes abhängt. Wenn man eine Taylorentwicklung von D(E) durchführt, so erhält man

$$D = aE + bE^2 + cE^3 + \dots (2.2)$$

$$\epsilon = \frac{\partial D}{\partial E} = a + 2bE + 3cE^2 + \dots, \qquad (2.3)$$

wobei a, b und c Konstanten sind. Da ϵ proportional zu \sqrt{n} ist, haben Änderungen der Dielektrizitätskonstante durch das elektrische Feld auch Einfluss auf den Brechungsindex. Dies nennt man elektrooptischen Effekt. Besitzt der zu untersuchende Kristall ein Symmetriezentrum, so tragen nur die Ordnungen, welche größer als linear sind bei. Dies nennt man Kerr Effekt. Dabei ist der größte Term $3cE^2$. Liegt ein Kristall ohne Symmetriezentrum, wie in diesem Experiment ein ADP-Kristall (Ammoniumdihydrogenphosphat), vor, so dominiert der lineare Term 2bE. Dies heißt Pockelseffekt, man spricht auch vom linear elektrooptischen Effekt. Da in anisotropen Medien der Brechungsindex von der Ausbreitungs- und Polarisationsrichtung abhängt, werden diese unterschiedlich durch das elektrische Feld beeinflusst. Daher ist für diese Materialien ϵ ein Tensor

$$\epsilon_{ij} = a_{ij} + r_{ijk} E_k \tag{2.4}$$

wobe
i r_{ijk} der elektrooptische Koeffizient, ein Tensor dritter Stufe, ist. Auf Grund von symmetrie Eigenschaften der Kristalle kann dies oft vereinfacht werden. In diesem Experiment wird zum Beispiel r_{41} bestimmt.

2.1.3. Messung mit Sägezahn

Auf Grund eines Polarisators vor der Pockelszelle gelangt linear polarisiertes Licht in die Pockelszelle. An diese wird ein Sägezahnsignal mit einer Spannung zwischen 0 V und 500 V angelegt, wobei es eine Frequenz von 40 Hz hat. Hinter der Pockelszelle befindet sich ein Analysator, der nur in eine Richtung polarisiertes Licht passieren lässt. Dadurch verändert sich die Intensität des Lichts hinter dem Analysator in Abhängigkeit von der Spannung, die an die Pockelszelle angelegt ist. Der Analysator ist dabei so eingestellt, dass er nur licht durchlässt, das um 90° anders polarisiert ist, als das Licht hinter dem Polarisator. Auf Grund des Sägezahns misst man mit einer Photodiode ein Minimum und ein Maximum an Intensität. Der gesamte Intensitätsverlauf kann als sinusförmig beschrieben werden. Die Spannungdifferenz, die an die Pockelszelle zwischen diesen Extrema angelegt wird, ist die Halbwellenspannung $U_{\lambda/2}$. Durch trigonometrische Überlegungen kann ermittelt werden, dass das Verhältnis zwischen Halbwellenspannung und der Amplitude des Sägezahns ΔU gleich dem Verhältnis zwischen halber ω und ganzer Wellenlänge des Sinussignals Δt ist. Da die Spannung des Sägezahns um einen Faktor D am Oszilloskop abgeschwächt wird, ergibt sich für die Halbwellenspannung

$$U_{\lambda/2} = \frac{\Delta U}{\Delta t} \omega D. \tag{2.5}$$

2.1.4. Messung mit modulierter Gleichspannung

Eine weitere Messmethode, die in diesem Experiment vorgestellt wird, ist die des differenziellen Abtastens. Bei dieser Methode wird die Spannung an der Pockelszelle manuell, im Idealfall in infinitesimalen Schritten, erhöht. Dieser Gleichspannung wird ein Sinus Signal überlagert. In Abbildung 3 ist diese Methode schematisch dargestellt.



Abb. 3: Schematische Darstellung der Veränderung der sinusmodulierten Gleichspannung nach [1].

Die große zentrale Sinusfunktion ist der Verlauf der Intensität des Lichts nach dem Analysator. Die Sinusfunktionen am unteren Rand des Bildes sind die einlaufenden Modulationen und die kleinen nach rechts laufenden das Ausgangssignal. Auf dem Oszilloskop beobachtet wird das einlaufende Modulationssignal und das Ausgangssignal . Man erkennt, dass es an den Minima und Maxima der Licht Intensität zu einer Verdopplung der Frequenz des Ausgangssignal kommt. Um dies zu erklären wurden in die Abbildung gestrichelte Linien eingetragen. An ihnen erkennt man, wie das modulierende Signal an dem Intensitätsverlauf abgebildet wird. Betrachtet man die Modulation bei der Spannung, die ein Minimum in der Intensität bewirkt, so fällt auf, dass alle Extrema auf Maxima abgebildet werden. Bei der Spannung, bei der man ein Intensitätsmaximum erhält, werden sie zu Minima. Im Bereich zwischen den Intensitätsmaxima werden sie direkt wieder auf die entsprechenden Extrema abgebildet und das Modulationssignal verändert sich nicht. Der Grund dafür liegt darin, dass der Intensitätsverlauf an den Extrema ähnlich einer quadratischen Funktion ist, im Bereich dazwischen jedoch ähnlich einer linearen. Die Differenz zwischen zwei Spannungen mit minimalem Abstand, bei denen solch eine Verdopplung der Frequenz auftritt ist die Halbwellenspannung.

2.1.5. Bestimmung des elektrooptischen Koeffizienten

Um die Veränderungen der Polarisation zu verstehen, muss die Abhängigkeit der Brechung und die resultierende Phasenverschiebung untersucht werden. Der Indexellipsoid eines ADP-Kristalls in einem elektrischen Feld ist näherungsweise

$$\frac{x_1^2}{n_1^2} + 2r_{41}x_2E_1x_3 + \frac{x_2^2}{n_1^2} + 2r_{41}x_1E - 2x_3 + \frac{x_3^2}{n_3^2} + 2r_{63}x_1x_2E_3 = 1.$$
(2.6)

Dabei liegt die Optische Achse im Feldfreien Fall in Richtung der x_3 -Achse. Die von E_2 und E_3 abhängigen Terme fallen weg, wenn das elektrische Feld entlang der x_1 -Achse angelegt wird. Da in diesem Versuch ein 45°-Y-Cut benutzt wird, wird das Koordinatensystem um 45° um die x_1 -Achse gedreht. Daher werden aus x_2 und x_3 nun x'_2 und x'_3 . Nun werden noch die Brechungsindizes n_1 und n_3 zu

$$\frac{1}{n_x^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_3^2} \right) \tag{2.7}$$

zusammengefasst. Durch längere Umformungen (siehe [2]) erhält man für die Brechung

$$\frac{x_1^2}{n_1^2} + \frac{{x'}_2^2}{n_x^2} (1 + r_{41}E_1n_x^2) + \frac{{x'}_3^2}{n_x^2} (1 - r_{41}E_1n_x^2) + {x'}_2{x'}_3 \left(\frac{1}{n_1^3} - \frac{1}{n_3^2}\right) = 1.$$
(2.8)

Für die Brechungsindizes in den neuen Koordinaten erhält man, vereinfacht durch eine Taylorreihe

$$n'_{x'_2,x'_3} = \frac{n_x}{\sqrt{1 \pm r_{41}E_1 n_x^2}} \approx n_x \pm \frac{1}{2} r_{41} E_1 n_x^3 \tag{2.9}$$

Daraus erhält man für die Phasenverschiebung zwischen ordentlichem und außerordentlichem Strahl in einem Kristall der Länge l

$$\omega t = \frac{2\pi}{\lambda} (n_1 - n_{x_2'})l.$$
(2.10)

Da in diesem Experiment vier ADP-Kristalle hintereinander verwendet werden, wobei das zweite Paar gegenüber dem ersten um 180° gedreht ist, ist die Phasenverschiebung verdoppelt und die natürliche Doppelbrechung kompensiert. Man erhält insgesamt eine Phasenverschiebung um

$$\omega t = \frac{4\pi}{\lambda} r_{41} E_1 n_x^3 l. \tag{2.11}$$

Der elektrooptische Koeffizient lässt sich endlich bei einer Phasenverschiebung von $\pi,$ unter Benutzung von E=U/d mit

$$r_{41} = \frac{\lambda d}{4lU_{\lambda/2}} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_3^2}\right)^3}$$
(2.12)

berechnen. Dabei ist $U_{\lambda/2}$ die sogenannte Halbwellenspannung, die Spannung, bei der sich die Pockelszelle wie ein $\lambda/2$ -Plättchen verhält.

2.2. Aufbau und Durchführung

Versuchsaufbau

Der zur Untersuchung des Pockesleffekt benutzte Aufbau ist in Abbildung 4 dargestellt. Mit ihm kann sowohl die Messung mit einem Sägezahn Signal (U = 0 V bis 500 V, f = 30 Hz), als auch eine differenzielle Messung mit einem Gleichstrom, auf den ein Sinussignal addiert wird, durchgeführt werden, da er einen Schalter besitzt (6), der ein umschalten zwischen den beiden Spannungsarten erlaubt.



Abb. 4: Versuchsaufbau zur Untersuchung des Pockelseffekts [2].

(1) ist ein Helium-Neon-Laser. Dessen Wellenlänge beträgt 632.8 ns. Das Licht trifft auf einen Polarisator (2). Danach kommt es zu einer Pockelszelle (3), einem Analysator (4) und schließlich zu einer Photodiode (5). Der innere Strahlengang der Pockelszelle ist in Abbildung 5 dargestellt.



Abb. 5: Strahlengang in der Pockelszelle [2].

Es werden vier Kristalle benötigt. Der Grund dafür ist, dass der zweite den außerordentlichen Strahl mit dem ordentlichen überlagert und das zweite Paar die natürliche Doppelbrechung kompensiert. Das linear polarisierte Licht, das auf die Pockelszelle trifft wird dabei zuerst elliptisch, dann kreisförmig bevor es wieder elliptisch und am Ende linear polarisiert. Dabei ist die Polarisation am Anfang orthogonal zu der am Schluss. Das Signal der Photodiode wird verstärkt an ein Oszilloskop weitergeleitet.

Durchführung

Nachdem wir sichergestellt hatten, dass der Laserstrahl gerade auf den Polarisator traf, und im Photomultiplier ankam, konnten wir mit dem Experiment beginnen. Wir begannen damit, dass wir den Schalter, welcher regelt, was für eine Spannung an der Pockelszelle anliegt, auf die Position 'Sägezahn' stellten. Am Oszilloskop wurde das Sägezahn Signal, vom Teiler um einen Faktor von ca. 100 verkleinert, sowie die Ausgangsspannung der Diode angezeigt. Beide Kanäle wurden in Momentaufnahmen am Computer aufgenommen und abgespeichert. Bei dieser Messung musste am Oszilloskop die Methode DC-Kopplung gewählt werden. Um eine höhere Genauigkeit zu erreichen, führten wir diese Messung sechs Mal durch. Als nächstes nutzten wir die andere Schalterstellung, so das eine Gleichspannung (zwischen 0V und 300V) an der Pockelszelle anlag. Dieser ist eine Sinusmodulation überlagert. Um nur die Modulation zu sehen, wurde das Oszilloskop hier auf AC-Kopplung gestellt. Angeschlossen waren das Photodiodensignal, sowie die modulierte Spannung. Durch Variation der Gleichspannung wurden drei Spannungen ermittelt, bei denen das Photodiodensignal die doppelte Frequenz der Sinusmodulation besaß. Für jede dieser Spannungen nahmen wir drei Messwerte auf. Um die tatsächliche Sägezahnspannung zu ermitteln, wurde schließlich noch das Sinussignal ohne Gleichspannung mit und ohne Dämpfung an das Oszilloskop angeschlossen. Die daraus gewonnenen Daten wurden wiederum auf dem Computer gespeichert.

2.3. Auswertung

Die Auswertung der gemessenen Daten wurde mit Python durchgeführt. Für die Fitfunktionen wurde der least-square-fit curve_fit von dem scipy.optimize Packet benutzt. Im folgenden haben manche Plots keine Fehlerbalken. Das liegt entweder daran, dass sie zu klein sind um sichtbar zu sein, oder sie wurden absichtlich weggelassen um Übersichtlichkeit zu wahren.

2.3.1. Bestimmung des Dämpfungsfaktors

Der im Versuchsaufbau integrierte Teiler verkleinert das Signal um einen Faktor D. Dieser wird aus dem Verhältnis der Amplitude des abgeschwächten Signals A_1 und der des nicht abgeschwächten A_2 berechnet

$$D = \frac{A_2}{A_1}.$$
 (2.13)

Der Fehler darauf wurde mit gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet

$$s_D = D \cdot \sqrt{\left(\frac{s_{A_1}}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{s_{A_2}}{A_2}\right)^2}.$$
 (2.14)

Die Amplituden wird ermittelt, indem die Funktion

$$f(x) = a \cdot \sin(\omega(x+b)) + c \tag{2.15}$$

an die gemessenen Daten gefitted wird. Um zu ermitteln, ob die Funktion zu den Messwerten passt, berechnen wir das reduzierte Chi-Quadrat. Für das gedämpfte Signal beträgt dies $\tilde{\chi}^2 = 0.8$. Für das nicht gedämpfte Signal ist es ebenfalls $\tilde{\chi}^2 = 0.8$. Dabei nehmen wir immer als Fehler 3% des größten Messwertes an. Wir erhalten eine Verstärkung von

$$D = 106.0 \pm 0.2. \tag{2.16}$$

Die Messdaten mit Fits sind in Abbildung 6 und Abbildung 7 zu sehen.



Abb. 6: Gedämpftes Signal mit Sinus-Funktion aus Gleichung 2.15.



Abb. 7: Ungedämpftes Signal mit Sinus-Funktion aus Gleichung 2.15.

2.3.2. Sägezahnmethode

Das Ziel ist nun, die Halbwellenspannung

$$U_{\lambda/2} = \frac{\Delta U}{\Delta t} \omega D \tag{2.17}$$

zu bestimmen. Exemplarisch sind die Ergebnisse einer Messung in Abbildung 8 dargestellt. Die übrigen Messungen können im Anhang eingesehen werden. An die Messwerte des Signals wird die Funktion

$$f(x) = a \cdot \sin\left(\pi \frac{x+b}{\omega}\right) + c \tag{2.18}$$

angepasst. Der Abstand zwischen Minimum und Maximum der Verteilung ω ist einer der Parameter und kann direkt bestimmt werden. Durch Mittlung der ω von den sechs Messungen und gaußsche Fehlerfortpflanzung des aus der Kovarianz-Matrix gewonnenen Fehlers erhält man

$$(0.007180 \pm 0.000004)$$
s. (2.19)



Abb. 8: Messwerte der Sägezahnmethode mit Fit der Gleichung 2.18.

Die reduzierten Chi-Quadrat aller Sägezahn Messungen sind in Tabelle 1 aufgelistet. Es fällt auf, dass sie größer als eins sind, also eine gewisse Diskrepanz zwischen den gemessenen Werten und der Funktion liegt.

Tab. 1: $\tilde{\chi}^2$ zwischen den Daten der Sägezahn Messung und Gleichung 2.18.

 ΔU und Δt werden durch Ablesen des Anfangs ($U_{\min} \& t_{\min}$) und des Endes ($U_{\max} \& t_{\max}$) der Rampe des Sägezahns ermittelt

$$\Delta U = U_{\max} - U_{\min} \tag{2.20}$$

$$\Delta t = t_{\max} - t_{\min} \tag{2.21}$$

Die abgelesenen Werte stehen in Tabelle 2.

Messung	U_{\min} [V]	$U_{\rm max}$ [V]	t_{\min} [s]	$t_{\rm max}$ [s]
1	-1.04	3.88	0.0029	0.0174
2	-1.04	3.88	0.0029	0.0172
3	-1.04	3.88	0.0029	0.0172
4	-1.04	3.88	0.0029	0.0172
5	-1.04	3.88	0.0029	0.0171
6	-1.04	3.84	0.0029	0.0171

Tab. 2: Abgelesene Werte des Sägezahn Signals.

Als Fehler auf die abgelesen Werte wird $s_U = 0.05$ V und $s_t = 0.0005$ s angenommen. Dies ist durch leichte Variation beim Ablesen gerechtfertigt. Der Fehler auf ein ΔU bzw. Δt ist also $s_{dU} = \sqrt{2}s_U$ bzw. $s_{dt} = \sqrt{2}s_t$. Da sechs Messungen durchgeführt wurden, muss dieser Wert noch durch $\sqrt{6}$ dividiert werden. Der Fehler berechnet sich also mit

$$s_{\Delta U} = \frac{\sqrt{2}s_U}{\sqrt{6}} \tag{2.22}$$

$$s_{\Delta t} = \frac{\sqrt{2}s_t}{\sqrt{6}}.\tag{2.23}$$

Die Spannungs- und Zeitdifferenzen werden ebenfalls gemittelt. Man erhält

$$\Delta U = (4.913 \pm 0.030) \,\mathrm{V} \tag{2.24}$$

$$\Delta t = (0.0142 \pm 0.0003) \,\mathrm{s.} \tag{2.25}$$

Damit sind alle Werte zusammen um $U_{\lambda/2}$ mit Gleichung 2.17 zu berechnen. Das Resultat ist

$$U_{\lambda/2} = (262 \pm 6) \,\mathrm{V}.$$
(2.26)

Den Fehler erhält man durch gaußsche Fehlerfortpflanzung

$$s_{U_{\lambda/2}} = U_{\lambda/2} \sqrt{\left(\frac{s_{\Delta U}}{\Delta U}\right)^2 + \left(\frac{s_{\Delta t}}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{s_{\omega}}{\omega}\right)^2 + \left(\frac{s_D}{D}\right)^2}.$$
(2.27)

2.3.3. Modulierte Gleichspannung

Im zweiten Teil des Versuchs wurde die Halbwellenspannung bestimmt, indem eine mit einem Sinus modulierte Gleichspannung gemessen wurde. Dabei wurden die Spannungen bestimmt, bei denen sich die Frequenz des Sinus verdoppelt. In Abbildung 9 ist exemplarisch eine Messung an einem Minimum des Signals der Photodiode, in Abbildung 10 eine an einem Maximum dargestellt.



Abb. 9: Gemessenes Signal und anliegende Sinus-Spannung bei einem Minimum.



Abb. 10: Gemessenes Signal und anliegende Sinus-Spannung bei einem Maximum, wobei über mehrere Messdurchgänge integriert wurde.

Wir haben zwei Minima und ein Maximum gefunden. Um ein besseres Ergebnis zu bekommen, maßen wir die Spannung um jedes Extremum fünf Mal. Die resultierenden Spannungen stehen in Tabelle 3.

	Minimum [V]	Minimum [V]	Maximum [V]
1	209.4	-294.0	-46.3
2	210.1	-295.4	-46.6
3	209.9	-295.0	-47.8
4	209.5	-295.4	-47.3
5	209.3	-295.4	-47.1

Tab. 3: Gemessene Spannungen an Extrema.

Diese Messwerte werden jeweils gemittelt. Dann werden die Spannungsdifferenzen zwischen den Minima und den Maxima berechnet, die dann wieder gemittelt werden. Das Resultat ist das gesuchte $U_{\lambda/2}$. Der Fehler auf die Messwerte ist $s_{U,\text{mes}} = 0.5$ V. Durch gaußsche Fehlerfortpflanzung berechnet sich der Fehler auf die Halbwellenspannung mit

$$s_{U_{\lambda}} = \frac{s_{U,\text{mes}}}{\sqrt{5}}.$$
(2.28)

Als Halbwellenspannung erhalten wir

$$U_{\lambda/2}(252.34 \pm 0.10) \,\mathrm{V}. \tag{2.29}$$

2.3.4. Bestimmung des elektrooptischen Koeffizienten

Aus den beiden in den vorherigen Kapiteln bestimmten Halbwellenspannungen

$$U_{\lambda/2,1} = (262 \pm 6) \,\mathrm{V} \tag{2.30}$$

$$U_{\lambda/2,2} = (252.34 \pm 0.10) \,\mathrm{V} \tag{2.31}$$

kann der elektrooptische Koeffizient r_{41} bestimmt werden. Dies geschieht mit

$$r_{41} = \frac{\lambda d}{4lU_{\lambda/2}} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_3^2} \right) \right)^{3/2}, \qquad (2.32)$$

aus [2]. $\lambda = 632.8 \,\mathrm{nm}$ ist die Wellenlänge des verwendeten Lasers. $d = 2.4 \,\mathrm{mm}$ ist die Kantenlänge der Kristalle in der Pockelszelle und $l = 20 \,\mathrm{mm}$ deren Länge. Der Brechungsindex in x/y-Richtung ist $n_1 = 1.522$ und der in z-Richtung $n_3 = 1.477$. Durch Einsetzen erhalten wir für den elektrooptischen Koeffizienten

$$r_{41,1} = (21.5 \pm 0.5) \cdot 10^{-12} \,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{V}},\tag{2.33}$$

$$r_{41,2} = (22.336 \pm 0.009) \cdot 10^{-12} \,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{V}}.$$
(2.34)

3. Teil B: Faradayeffekt

3.1. Theorie

Die physikalischen Zusammenhänge basieren auf [1] und [2], sofern nicht anders angegeben.

Der Faradayeffekt

Bei dem Faradayeffekt handelt es sich um einen magentooptischen Effekt. Wenn linear polarisiertes Licht auf ein Medium trifft indem ein Magnetfeld parallel zur Ausbreitungsrichtung des Lichts herrscht, resultiert das in einer Drehung der Polarisationsebene des einfallenden Lichts in Abhängigkeit von dem Magnetfeld und einigen Material-Konstanten.

Das kann man sich dadurch erklären, indem man linear polarisiertes Licht als Superposition von links und rechts drehendem, zirkular polarisiertem Licht auffasst. In vielen Medien ist der Brechungsindex nicht nur von der Wellenlänge der einfallenden elektro-magnetischen Welle, sondern auch von der Polarisationsrichtung dieser abhängig. D.h., dass die beiden gegenläufigen Zirkularwellen jeweils einen anderen Brechungsindex und damit Grad der Brechung erfahren.

Treten die Wellen wieder aus dem Medium aus und betrachtet man dann wieder die Überlagerung beider, so hat sich die Richtung der resultierenden, linearen Polarisation um einen Winkel α verändert. Dieser Winkel α lässt sich durch

$$\alpha = l \cdot H \cdot V \tag{3.1}$$

beschreiben, wobei l die Länge des Mediums (hier 150 mm), H die anliegende Magnetfeldstärke und V die Verdet-Konstante ist. V hängt nicht vom Magnetfeld oder der Länge des Mediums ab, aber von der Wellenlänge/Frequenz des Lichtes.

Das H-Feld einer Spule

Das H-Feld einer idealen (langen) Spule, d.h. Durchmesser \ll Länge, berechnet sich mit

$$H = \frac{N \cdot I}{L},\tag{3.2}$$

wobe
iNdie Anzahl der Windungen ist, I die angelegte Stromstärke und
 L die Länge der Spule ist. Bei dem in diesem Versuch benutzen Aufbau haben wi
rN=3600und $L=175\,\rm mm$ und würden

$$H = 20571 \frac{1}{\mathrm{mm}} \cdot I \tag{3.3}$$

erhalten. Damit würde sich Gleichung 3.1 in

$$\alpha_{\text{ideal}} = 3086 \cdot V \cdot I \tag{3.4}$$

verändern.

In diesem Versuch liegt allerdings keine ideale Spule vor, weswegen Gleichung 3.4 nicht verwendet werden kann.

Das H-Feld einer realen Spule berechnet sich durch das Biot-Savart-Gesetzt (nach [4])

$$dH = \frac{1}{4\pi} \frac{I \cdot \sin(\theta) \cdot dl}{r^2}.$$
(3.5)

Integriert wird dies von -L/2 bis L/2 und vom inneren r_1 bis zum äußeren Radius r_2 der Spule (Daten davon stehen in [2]). Betrachten man das Magnetfeld auf der optischen Achse, braucht

man H(z). Wir erhalten

$$H(z) = \frac{I \cdot N}{2 \cdot L \cdot (r_2 - r_1)} \left[\left(\frac{L}{2} - z\right) \cdot \ln \frac{r_2 + \sqrt{\left(\frac{L}{2} - z\right)^2 + r_2^2}}{r_1 + \sqrt{\left(\frac{L}{2} - z\right)^2 + r_1^2}} + \left(\frac{L}{2} + z\right) \cdot \ln \frac{r_2 + \sqrt{\left(\frac{L}{2} + z\right)^2 + r_2^2}}{r_1 + \sqrt{\left(\frac{L}{2} + z\right)^2 + r_1^2}} \right]$$
(3.6)

Für ein Medium der Länge lerhalten wir also

$$l \cdot H = \int_{-l/2}^{l/2} H(z) \mathrm{d}z. \tag{3.7}$$

Setzt man die Werte für den in diesem Versuch benutzten Schwerflintstab aus [2]ein, erhält man schließlich

$$\alpha_{\text{real}} = 2556 \cdot V \cdot I. \tag{3.8}$$

3.2. Aufbau und Durchführung

Aufbau

Der Versuch ist nach [2] aufgebaut. In Abbildung 11 ist ein Photo des Aufbaus dargestellt.



Abb. 11: Aufbau des Faraday Versuchs nach [2].

Der Versuch besteht aus eine Spule (2) mit N = 3600 Windungen und einer Länge von L =175 mm. Da durch diese sehr große Ströme von bis zu 5 A durchgeleitet werden, muss diese extern mit einer Wasserkühlung gekühlt werden (1). In der Spule ist ein Schwerflintstab mit einer Länge von $l = 150 \,\mathrm{mm}$. In den Stab wird das linear polarisierte Licht einer Natriumdampflampe (3) geleitet. Am anderen Ende des Stabes/der Spule ist ein Halbschattenpolarimeter (4) angebracht, mittels dessen man die Polarisation des Lichtes nach dem Schwerflintstab untersuchen kann. Dafür muss man durch das Okular (5) schauen. Dort erkennt man drei Helligkeitsbereiche. In dem Halbschattenpolarimeter ist ein drehbarer Polarisator/Analysator angebracht, dessen Winkel mittels der Skala und des Drehrads an (4) einstellbar ist. Da die Skala wie die Skala eines Messschiebers aufgebaut ist, ist es möglich den Winkel bis auf 0.05° genau einzustellen. Da es für das menschliche Auge einfacher ist zwei Helligkeiten zu vergleichen, anstatt eine quantitative Aussage über eine Helligkeit zu treffen, kann man mittels eines Halbschattenpolarimeters sehr genau messen. Durch drehen des Winkels kann man die Helligkeiten der Bereiche so einstellen, dass diese gleich hell bzw. dunkel sind. Hierbei ist zu beachten, dass das menschliche Auge Helligkeiten logarithmisch auflöst, womit man um mehrere Größenordnungen genauer dunkle Helligkeiten anstatt helle Vergleichen kann.

Durchführung

Zu Beginn des Versuchs wurde die Wasserkühlung angestellt, da diese einige Zeit braucht, bevor sie den Aufbau runter gekühlt hat. Die Natriumdampflampe wurde ebenfalls zu Beginn eingeschaltet, da diese ebenfalls einige Zeit braucht um sich auf die richtige Betriebstemperatur zu erwärmen. Nach einiger Zeit kann die eigentliche Messung beginnen. Wir haben die Stromstärke in einem Bereich von -5.00 A bis 5.00 A in 0.5 A Schritten abgefahren. Dabei haben wir jeweils das Halbschattenpolarimeter so eingestellt, dass die 3 Bereiche gleich dunkel waren und dann den eingestellten Winkel notiert. Bei -5.00 A, 0 A und 5.00 A haben wir jeweils noch die 2 ε Messung durchgeführt. Dafür haben wir den äußeren Bereich jeweils so eingestellt, dass er augenscheinlich am dunkelsten war, den Winkel notiert und danach den mittleren Bereich am dunkelsten eingestellt und den Winkel notiert.

3.3. Auswertung

Die Auswertung der gemessenen Daten wurde mit Python durchgeführt. Für die Fitfunktionen wurde der least-square-fit curve_fit von dem scipy.optimize Paket benutzt. Im folgenden haben manche Plots keine Fehlerbalken. Das liegt entweder daran, dass sie zu klein sind um sichtbar zu sein, oder sie wurden absichtlich weggelassen um Übersichtlichkeit zu wahren.

3.3.1. Bestimmung der Verdet-Konstante

Wie in Unterabschnitt 3.2 beschrieben, löst das menschliche Auge Helligkeiten logarithmisch auf, weswegen man eine höhere Genauigkeit der Messung erreicht, wenn man den Winkel bei gleich dunklen Flächen einstellt. Um dies experimentell zu überprüfen haben wir bei -5.00 A die Flächen gleich hell eingestellt und konnten dann 2 Winkel einstellen, bei denen alle Flächen noch gleich hell erscheinen. Bei 118.0° und 85.4° war keine Veränderung zu erkennen, womit wir eine Toleranz von knapp 33° bei hellen Flächen haben. Hingegen ist bei dunkel eingestellten Flächen schon ein Unterschied von 0.5° zu erkennen gewesen. Daher wurden alle Messungen bei den dunklen Flächen durchgeführt.

Für die Bestimmung der Verdet-Konstante werden die gemessenen Daten des Winkels in Abhängigkeit von der Stromstärke aufgetragen in Abbildung 12. An diese Daten wurde die Funktion

$$\alpha(I) = -aI + b \tag{3.9}$$

gefittet. Das negative Vorzeichen in Gleichung 3.9 wurde gewählt um einen positiven Parameter a zu erhalten. Dies hätte auch experimentell vermieden werden können, indem man die genaue Polung des anliegenden Stroms untersucht hätte. Da dies nicht gemacht wurde, haben wir das negative Vorzeichen gewählt. Später geht es uns generell nur um den Betrag der Verdet-Konstante womit das Vorzeichen obsolet wird.

Für die Winkel wurde ein Messfehler von 0.5° gewählt. Anhand der Skala an dem Halbschattenpolarimeter hätten wir einen Fehler von 0.05° gewählt, da diese Skala wie ein Messschieber aufgebaut und somit sehr genau einstellbar ist. Allerdings wollten wir die Ermüdung der Augen und die generelle Unsicherheit der Augen berücksichtigen und wählten daher einen größeren Fehler. Auf die Stromstärke haben wir eine Toleranz von einem halben Digit, also 0.005 A. Diesen müssen wir noch mittels

$$s_I = \frac{0.005 \,\mathrm{A}}{\sqrt{3}} = 0.003 \,\mathrm{A} \tag{3.10}$$

in einen gaußverteilten Fehler umwandeln.



Abb. 12: Die gemessenen Daten für die Stromstärke und des Winkels sind hier aufgetragen und mit einer linearen Funktion gefittet. Da die x und y Fehler fast nicht sichtbar sind wurde exemplarisch in dem zweiten Messpunkt von links der x-Fehler um einen Faktor 100 und der y-Fehler um einen Faktor 5 vergrößert dargestellt. Für das reduzierte χ^2 erhalten wir 0.033.

Aus dem linearen Fit erhalten wir

$$a = (2.585 \pm 0.007) \deg/A,$$
 (3.11)

$$b = (0.36 \pm 0.02) \deg. \tag{3.12}$$

Die Fehler auf a und b stammen aus der Kovarianzmatrix und berechnen sich aus der Wurzel des jeweiligen Diagonalelements der Kovarianzmatrix. Da der Fit ein least-square Fit ist, gehen nirgends die Fehler des Winkels oder der Stromstärke mit ein, wodurch die Fehler auf die Parameter a und b keine fortgepflanzten sind. Da aber die jeweiligen Fehler auf den Winkel und den Strom die gleichen sind, braucht es hier auch keinen Fehler-gewichteten Fit.

Als reduziertes χ^2 haben wir 0.033. Daraus schließen wir erstens, dass unser Modell des linearen Zusammenhangs stimmt und zweitens, dass wir unseren Fehler auf den Winkel zu groß gewählt haben, da $\chi^2 \ll 1$. Hätten wir einen Fehler von 0.1° gewählt, hätten wir ein reduziertes χ^2 von 0.83 erhalten.

Mit dem Zusammenhang aus Gleichung 3.8

$$\alpha = 2556 \cdot I \cdot V, \tag{3.13}$$

erhalten wir

$$V = \frac{a}{2556},$$
 (3.14)

$$s_V = \frac{s_a}{2556}.$$
 (3.15)

Schließlich erhalten wir

$$V = (101.1 \pm 0.3) \cdot 10^{-5} \deg/A, \tag{3.16}$$

bzw.

$$V = (0.04829 \pm 0.00012) \frac{\min}{\text{Oe cm}}.$$
(3.17)

Zur Umrechnung der Einheiten wurde verwendet, dass

$$1\,\mathrm{Oe} = \frac{10^3}{4\pi} \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}} \tag{3.18}$$

ist.

Gleichung 3.13 basiert darauf, dass man die verwendete Spule zur Magnetfeld Erzeugung nicht als Ideal betrachtet und genau rechnet. Wenn wir die Spule als Ideal nähern erhalten wir

$$\alpha = 3086 \cdot I \cdot V, \tag{3.19}$$

womit wir

$$V = (0.040\,00 \pm 0.000\,10) \,\frac{\mathrm{min}}{\mathrm{Oe\,cm}} \tag{3.20}$$

erhalten würden. Wir sehen, dass dieser Wert vom genauen um ca. $20\,\%$ abweicht und somit die Näherung nicht rechtfertigt.

3.3.2. Bestimmung des 2ε -Winkels

Für den Winkel 2ε haben wir den Winkel gemessen, bei dem der äußere Bereich im Halbschattenpolarimeter am dunkelsten war und den Winkel, bei dem der mittlere Streifen am dunkelsten war.

Stromstärke [A]	Winkel innen [deg]	Winkel außen [deg]	Betrag der Differenz [deg]
-5	7.1	19.2	12.1
0	-6.0	6.4	12.4
5	-18.1	-6.7	11.4

Tab. 4: Gemessene Winkel und der 2ε Winkel bei verschiedenen Stromstärken I.

Wir sehen, dass die 2ε Winkel ziemlich ähnlich sind. Nur der bei 5 A gemessene weicht von den anderen ab. Allerdings haben wir einen ablese Fehler von 1° gewählt, womit dieser Wert auch wieder mit den anderen übereinstimmt. Als Mittelwert mit fortgepflanztem Fehler erhalten wir

$$2\varepsilon = (11.9 \pm 0.6) \operatorname{deg.} \tag{3.21}$$

4. Zusammenfassung und Diskussion

Bei der Auswertung des Pockelseffekts wurde zuerst der Faktor der Dämpfung mit der der Teiler das Signal abschwächt bestimmt. Dazu wurde das Verhältnis der Amplitude des abgeschwächten und des nicht verkleinerten Signals gebildet

$$D = 106.0 \pm 0.2.$$

Dies entspricht der in [2] als ca.100 gegebene Vergrößerung, je nachdem was für große Abweichungen die Rundung erlaubt. Ansonsten fällt in unseren Fits auf, dass die Funktionen eher eine zu kleine Amplitude haben, was, wenn dies bei der gedämpften überwiegt, zu einer zu großen Dämpfung führt. Weiterhin problematisch ist, dass die Dämpfung nur für eine kleine sinusförmige Spannung überprüft wurde, nicht aber für das Sägezahn Signal der darauf folgenden Messung. Das diese Annahme aber getroffen werden kann, zeigen die Graphen der Sägezahnmethode, in denen der Sägezahn offensichtlich einen sehr linearen Verlauf hat. Mit dieser Dämfungskonstate und der Sägezahnspannung war es möglich die Halbwellenspannung und aus dieser den elektrooptischen Koeffizienten zu berechnen

$$U_{\lambda/2,1} = (262 \pm 6) \,\mathrm{V}$$

$$r_{41,1} = (21.5 \pm 0.5) \cdot 10^{-12} \,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{V}}.$$

Das größte Problem bei dieser Messung ist, dass die gefitteten Funktionen nicht optimal zu den Messwerten passen. Dies kann auf nicht optimale Einstellungen zurück geführt werden, die kein symmetrisches Signal zur Folge hatten.

Beide Werte wurden noch auf eine andere Methode ermittelt, durch differenzielles Abtasten mit einer modulierten Gleichspannung

$$U_{\lambda/2,2} = (252.34 \pm 0.10) \,\mathrm{V}$$
$$r_{41,2} = (22.336 \pm 0.009) \cdot 10^{-12} \,\mathrm{\frac{m}{v}}$$

Die elektrooptischen Koeffizienten kann man mit dem Wert $r_{41,\text{lit}} = 23.4 \cdot 10^{-12} \frac{\text{m}}{\text{V}}$ für 21 °C nach [2] vergleichen. Man erkennt, dass $r_{41,1}$ in einer 4σ -Umgebung liegt. Diese Abweichung kann zum einen mit den nicht optimalen Fitfunktionen erklärt werden. Danach wäre das zur Berechnung benutzte ω nicht optimal gewählt. Zum anderen stellt die Temperatur eine mögliche Quelle der Abweichung dar. Dies wird auch durch $r_{41,2}$ angedeutet. Dies hat einen relativen Fehler von $4.03 \cdot 10^{-4}$, ist aber um 118 Standardabweichungen von $r_{41,\text{lit}}$ entfernt. Wirft man einen Blick auf Abbildung 18 im Anhang, so erkennt man, dass der elektrooptische Koeffizient nicht unerheblich von der Temperatur abweicht, und eine etwas höhere Temperatur einen geringeren Koeffizienten nach sich zieht. Dies kann unsere Systematische Abweichung zu geringeren Werten erklären. Um dies genauer untersuchen zu können wäre jedoch eine Temperaturmessung nötig.

Die Verdet-Konstante für den Schwerflintstab wurde auf

$$V = (0.04829 \pm 0.00012) \frac{\min}{\text{Oe}\,\text{cm}} \tag{4.1}$$

bestimmt. Der Hersteller gibt einen Wert von

$$V_{\text{Hersteller}} = 0.05 \,\frac{\text{min}}{\text{Oe}\,\text{cm}} \tag{4.2}$$

an (nach [2]). Dies ist allerdings kein Literaturwert und der Hersteller gibt auch keine Unsicherheit auf diesen Wert an. Daher sagen die 15σ Abweichung zum Herstellerwert nichts darüber

aus, ob wir den tatsächlichen Wert gemessen haben oder nicht. Auf die Verdet-Konstante haben wir einen relativen Fehler von ca. 0.25%, was bedeutet, dass unser Ergebnis sehr präzise ist. Allerdings können wir nicht sagen, ob wir einen systematischen Fehler haben oder nicht. Am ehesten würde man einen bei dem Ablesen des Winkels erwarten, d.h. das auf der Skala 0° nicht 0° sind. Generell ist über den Fehler auch zu sagen, dass dieser sich nicht aus dem Ablesefehler vom Winkel oder der Unsicherheit der Stromstärke fortpflanzt, sondern nur aus der Fitfunktion stammt.

Desweiteren konnten wir die Verdet-Konstante durch Näherung der Spule zu einer idealen Spule zu

$$V_{\text{N\"aherung}} = (0.04000 \pm 0.00010) \frac{\min}{\text{Oe}\,\text{cm}}$$
(4.3)

bestimmen. Wir sehen, dass dieser Wert von dem genau gerechneten um ca. 20%abweicht, womit diese Näherung nicht gerechtfertigt ist.

Den Winkel 2ε konnten wir aus drei Einzelmessungen zu

$$2\varepsilon = (11.9 \pm 0.6) \deg \tag{4.4}$$

bestimmen. Er hat einen relativen Fehler von ca. $5\,\%$ und ist somit nicht sehr genau. Man hätte den Fehler verringern können indem man öfters gemessen hätte.

A. Abbildungen

1.	Ordentlicher und außerordentlicher Strahl	4
2.	Zwei- und drei-dimensionale Darstellung des Indexellipsoiden	5
3.	Schematische Darstellung der Veränderung der sinusmodulierten Gleichspannung.	6
4.	Versuchsaufbau zur Untersuchung des Pockelseffekts	9
5.	Strahlengang in der Pockelszelle.	9
6.	Gedämpftes Signal mit Sinus-Funktion aus Gleichung 2.15.	12
7.	Ungedämpftes Signal mit Sinus-Funktion aus Gleichung 2.15	12
8.	Messwerte der Sägezahnmethode mit Fit der Gleichung 2.18	13
9.	Gemessenes Signal und anliegende Sinus-Spannung bei einem Minimum	15
10.	Gemessenes Signal und anliegende Sinus-Spannung bei einem Maximum	15
11.	Aufbau des Faraday Versuchs	19
12.	Linearer Verdet Plot	22
13.	Messwerte der Sägezahnmethode von Messung zwei mit Fit	27
14.	Messwerte der Sägezahnmethode von Messung drei mit Fit	28
15.	Messwerte der Sägezahnmethode von Messung vier mit Fit	28
16.	Messwerte der Sägezahnmethode von Messung fünf mit Fit	29
17.	Messwerte der Sägezahnmethode von Messung sechs mit Fit	29
18.	Daten für r_{231} während des Erhitzens.	30

B. Literatur

- B. Hermann, Elektrooptischer Effekt und Faraday-Effekt, Zulassungsarbeit zur wissenschaftlichen Prüfung für das Lehramt an Gymnasien, Physikalisches Institut der Universität Freiburg i. Br, Januar 1977
- [2] T. Wilbois, M. Köhli, Versuchsanleitung Fortgeschrittenen Praktikum Teil 1 Faraday- und Pockelseffekt
- [3] Volker Wirth, Temperaturabhängige elektrooptische und elektrostriktive Untersuchungen an kristallen mit ferroischen Phasenumwandlungen, Dissertation, p. 65f (1999)
- [4] W. Demtröder, Experimentalphysik 2, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013
- [5] D. Meschede ed.: Gerthsen Physik, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2015

C. Anhang

C.1. Zusätzliche Plots



Abb. 13: Messwerte der Sägezahnmethode von Messung zwei mit Fit.



Abb. 14: Messwerte der Sägezahnmethode von Messung drei mit Fit.



Abb. 15: Messwerte der Sägezahnmethode von Messung vier mit Fit.



Abb. 16: Messwerte der Sägezahnmethode von Messung fünf mit Fit.



Abb. 17: Messwerte der Sägezahnmethode von Messung sechs mit Fit.



C.2. Temperaturabhängigkeit des elektrooptischen Koeffizienten

Abb. 18: Daten für r_{231} während des Erhitzens, aus [3]. Das r_{231} entspricht dem in diesem Protokoll behandelten r_{41} .

C.3. Laborheft

-			70,70,70
-	1	Farpock	
-			
-			
-			
	-		
1	anday		
	1. (1) 1 00 0 1	CI C . 7	
du	hells, hell (1)	Stram LAS	Win Kell
		- 5 00	
1			13,4
	hr	5,03	een or () be ly
		3,00	Dr. So, 45 7 glich hell
	Distiglizer 16	3° , Hellste 104,08	
	Duskel angen	: 73,20 \$ bei - 5,9	2A für 2E-Bestimmum
	Dunkel inner	: 7, 10]	
	6	- 4, 4 3	
72	6	- 5,00	10,7
-	5	- 3,50	3, 3
	4	3,00	8,7
		- 84, 50	6,83
	b	- 2,00	
	L		7.7
	L	-05	
	- 5	0.00	05
	4		
-			
-	Dunkel dupen	: 6,60	Skiela Speringt
	Dunkel inner:	174,00	2 visiles 0° cm/ 780°
	6	0,50	773,7
	6	1,00	777,9
	6	7,50	776,5
	6	2,00	775,7
	0	2 (2)	773,7
	6	3 50	-7292
	6	6 20	169 a
4	4	450	-168.6
	5	5,00	167.6
10			
-	Dunkel angsen	773,30	
	Dunkel immen	767, 3	Fekle:
			Soundal unerran
			Swinkel = 0,050
			\$ 5hm = 0.00 SA
		++-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+	┼╌┽╍┽╌┽╴┽╌┽╌┽╌┽╌┽╌┽╌┽╌┽╌┽╌┽╌┽╌┽╶┽
1			

