

Inhaltsverzeichnis

1. Theoretische Grundlagen	4
1.1. Therschema Quecksilber	4
1.2. Hanle-Effekt	5
1.2.1. Semiklassische Erklärung	5
1.2.2. Quantenmechanische Erklärung	6
1.3. Linienverbreiterung	7
1.3.1. Unschärferelation	7
1.3.2. Dopplereffekt	7
1.4. Coherence Narrowing	7
2. Versuchsaufbau	9
2.1. Resonanzzelle und Kühlung	9
2.2. Magnetfeld	10
2.3. Strahlengang	10
2.4. Detektor und Messgerät	10
3. Durchführung	12
4. Auswertung	13
4.1. Umrechnung der Spannung in Magnetfeld	13
4.2. Bestimmung der Lebensdauer mithilfe von Lorentzkurven und Dispersionskurven	14
4.2.1. 0° - invertierte Lorentzkurve	14
4.2.2. 90° -Lorentzkurve	18
4.3. 45° -Dispersionskurve	20
5. Zusammenfassung	23
A. Fehlerfortpflanzung	25
B. Graphen Fehlerdiskussion	27
B.1. Winkelkorrektur	27
B.2. Verwendung einer addierten Wurzelfunktion bei der Messreihe mit 0°	29
C. Gefittete Kurven	30
C.1. 0° -Einstellung	30
C.2. 90° -Einstellung	32
C.3. 45° -Einstellung	35
D. Messdaten	37

Abbildungsverzeichnis

1.1.	Thermschema von Quecksilber [VER]	4
1.2.	Präzessionsbewegung eines Oszillators mit geringer (links) und starker Dämpfung (rechts) [VER]	5
1.3.	Lorentzkurve der Intensität in Funktion des angelegten Magnetfeldes in der 0°-Einstellung [VER]	6
2.1.	Schematischer Aufbau der benutzten Kühleinheit [VER]	9
2.2.	Schematischer Aufbau der Versuchsanordnung [VER]	10
4.1.	Beispielhaftes Schaubild für den Zusammenhang zwischen Zeit und Magnetfeld .	13
4.2.	Messdaten bei der 0°-Einstellung und bei -16 °C als Beispiel für eine Anpassung einer invertierten Lorentzkurve	15
4.3.	Ermittlung der tatsächlichen Lebensdauer bei der 0°-Einstellung durch Extrapolation der Lebensdauern zum Druck von 0 Pa	16
4.4.	Messdaten bei der 90°-Einstellung und bei -11 °C als Beispiel für eine Anpassung einer Lorentzkurve	18
4.5.	Ermittlung der tatsächlichen Lebensdauer bei der 90°-Einstellung durch Extrapolation der Lebensdauern zum Druck von 0 Pa	19
4.6.	Ermittlung der tatsächlichen Lebensdauer bei der 90°-Einstellung durch Extrapolation der Lebensdauern zum Druck von 0 Pa mithilfe einer addierten Wurzelfunktion	20
4.7.	Dispersionskurve bei der Temperatur -11 °C	21
4.8.	Ermittlung der tatsächlichen mittleren Lebensdauer bei der 45°-Einstellung durch Extrapolation der Lebensdauern zum Druck 0 Pa	22
A.1.	PyROOT-Code zur Ermittlung der Varianzen	26
B.1.	$7^\circ \equiv 1^\circ$ Einstellung bei 15 °C	27
B.2.	$6^\circ \equiv 0^\circ$ Einstellung bei 15 °C	28
B.3.	$5^\circ \equiv -1^\circ$ Einstellung bei 15 °C	28
B.4.	$3^\circ \equiv -3^\circ$ Einstellung bei 15 °C	29
B.5.	Verwendung einer addierten Wurzelfunktion bei der Messreihe bei 0° zur Überprüfung eines anderen Zusammenhangs als angenommen	29

Tabellenverzeichnis

5.1.	Ermittelte mittlere Lebensdauern	23
A.1.	Vergleich der Unsicherheiten bei vollständiger Fehlerfortpflanzung s_{kor} und Annahme von fehlerfreien Parametern s_{inkor} bei der Winkeleinstellung 0°	25

1. Theoretische Grundlagen

1.1. Thermeschema Quecksilber

In Abbildung 1.1 ist das Thermeschema von Quecksilber abgebildet.

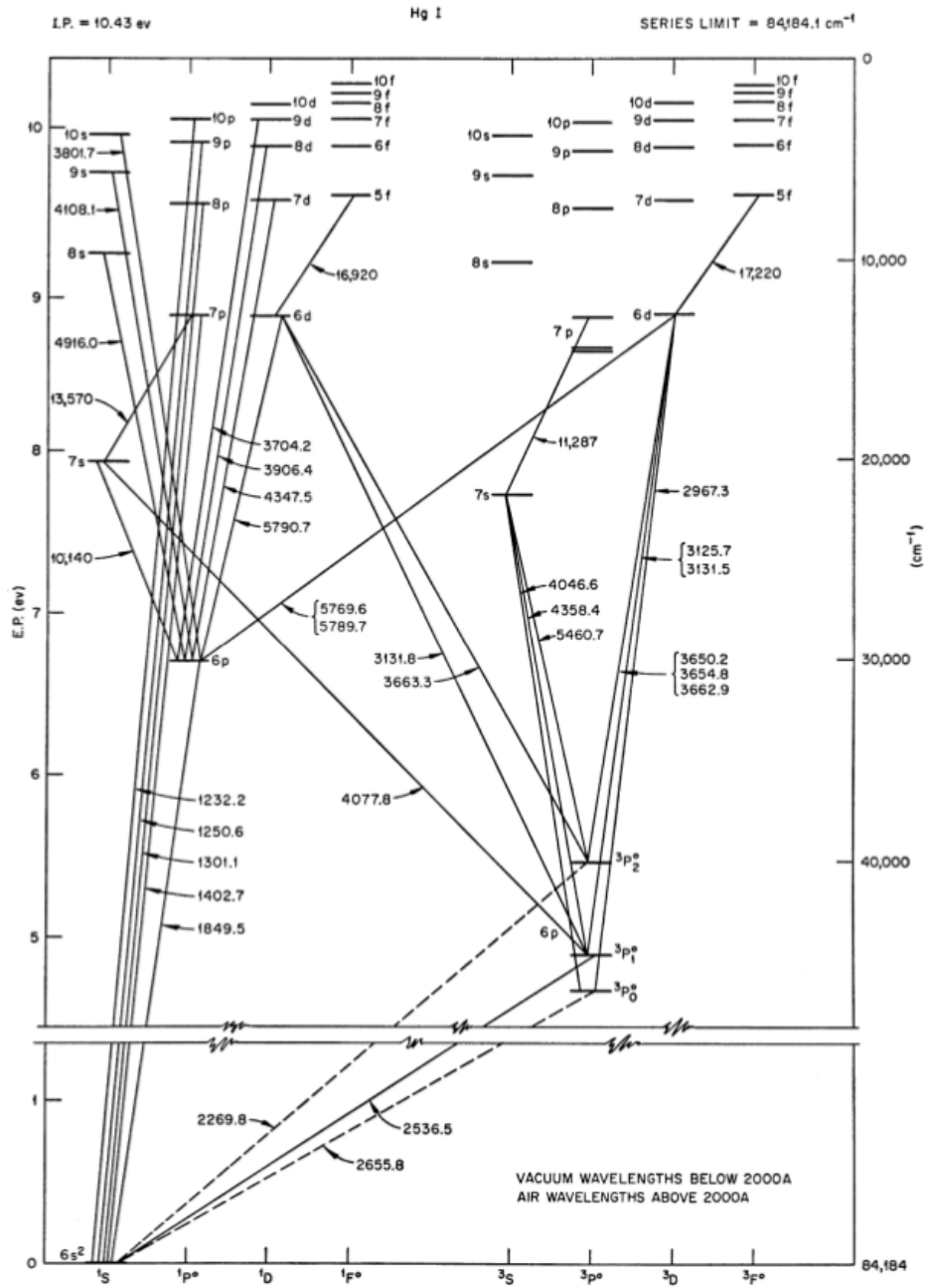


Abbildung 1.1.: Thermeschema von Quecksilber [VER]

1.2. Hanle-Effekt

Der in diesem Versuch untersuchte Hanle-Effekt kann auf 2 verschiedene Art-und Weisen erklärt werden. Beide Erklärungen werden im Folgenden behandelt.

1.2.1. Semiklassische Erklärung

Klassisch kann das Elektron als gedämpfter harmonischer Oszillator dargestellt werden, der durch linear polarisiertes Licht angeregt wird. Durch diese Anregung schwingt das äußerste Elektron zuerst parallel zur Polarisationsrichtung des Lichts bis es anschließend zur Ruhe kommt. Nun wird der Ansatz gemacht, das Elektron als einen zur Polarisationsrichtung parallel ausgerichteten oszillierenden Dipol zu beschreiben. Dieser besitzt das Abstrahlverhalten

$$I \propto \sin^2(\Phi) \quad (1.1)$$

wobei Φ der Winkel zwischen Dipolachse und Beobachtungsrichtung ist. Daraus folgt, dass es bei $\Phi = 0$ keinen Abstrahlung gibt. Durch ein zur Polarisationsrichtung orthogonales B-Feld kann man das Elektron um das B-Feld präzedieren lassen. Durch ein stärkeres Magnetfeld erhöht sich die Winkelgeschwindigkeit dieser Präzession, wodurch ein größerer Winkelbereich abgedeckt werden kann, bevor das Elektron sich abgeregt hat. Dies wird in Abbildung 1.2 dargestellt.

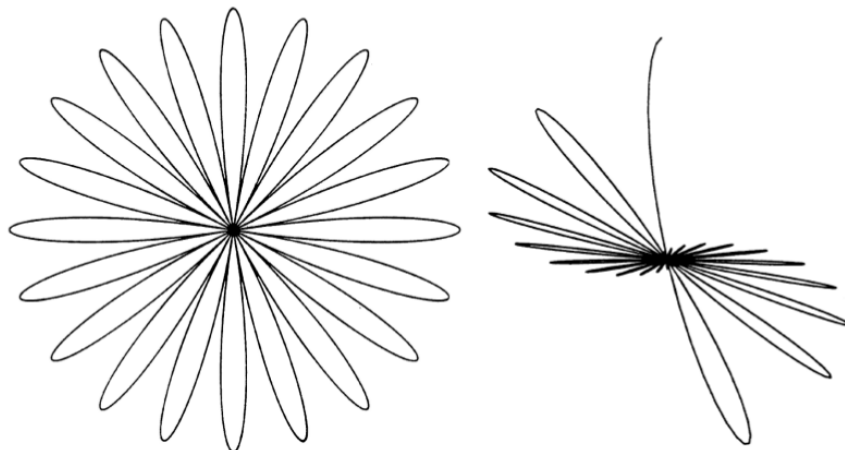


Abbildung 1.2.: Präzessionsbewegung eines Oszillators mit geringer (links) und starker Dämpfung (rechts) [VER]

Der Zerfall des Elektrons in den Grundzustand folgt einem exponentiellen zeitlichen Verlauf

$$e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (1.2)$$

wobei τ die mittlere Lebensdauer des angeregten Zustands ist. Mit diesem Zusammenhang und durch Integration über die gesamte Zeit kann man die Intensität der Abstrahlung des Atoms

$$I = C \int_0^{\infty} \sin^2(\Phi) e^{-\frac{t}{\tau}} dt \quad (1.3)$$

ausdrücken. Man kann Φ auch zeitabhängig ausdrücken, als Produkt der Zeit und der Larmor-Frequenz ω_L , womit man

$$I = C \int_0^{\infty} \sin^2(\omega_L t) e^{-\frac{t}{\tau}} dt \quad (1.4)$$

erhält. Bei der 90° -Einstellung gilt zum Zeitpunkt $t = 0$ $\Phi = 0$ und daher gilt für I

$$I = C\tau \frac{(2\omega_L\tau)^2}{1 + (2\omega_L\tau)^2} \quad (1.5)$$

wohingegen bei der 0° -Einstellung ist bei $t = 0$, $\Phi = \frac{\pi}{2}$ und damit

$$I = C\tau \left(1 - \frac{(2\omega_L\tau)^2}{1 + (2\omega_L\tau)^2}\right). \quad (1.6)$$

Diese beiden Funktionen entsprechen einer invertierten- bzw. normalen Lorentzkurve. Da diese nicht normierbar sind, muss die volle Breite bei halber Höhe (FWHM, Abbildung 1.3) benutzt werden um die mittlere Lebensdauer zu bestimmen. Laut [VER] muss also folgende Formel

$$\tau = \frac{\hbar}{gJ\mu_B B_{FW}} \quad (1.7)$$

benutzt werden.

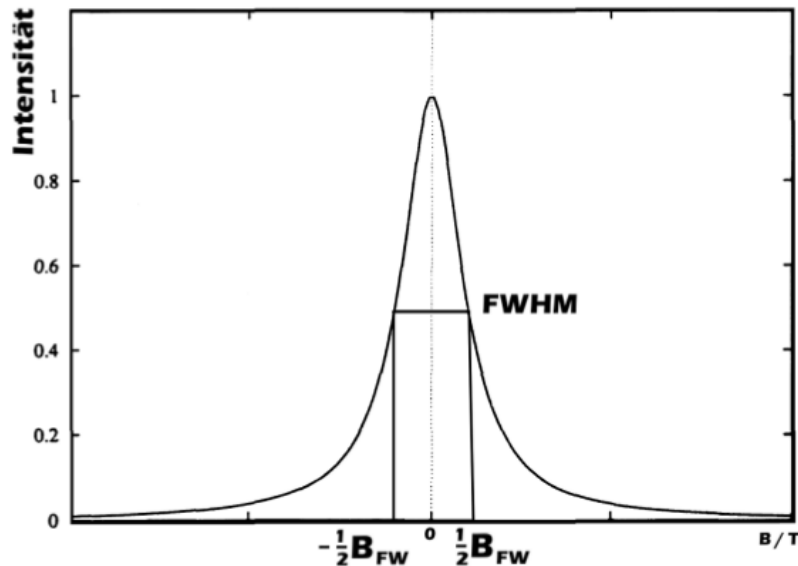


Abbildung 1.3.: Lorentzkurve der Intensität in Funktion des angelegten Magnetfeldes in der 0° -Einstellung [VER]

1.2.2. Quantenmechanische Erklärung

Durch eine quantenmechanische Beschreibung, können nicht nur 3P_1 sondern auch der 3P_0 und 3P_2 Zustand besetzt werden. Diese zerfallen unter Aussendung von links- oder rechtszirkular polarisiertem Licht. Im Normalfall sind diese Zustände entartet was zu destruktiver Interferenz und daher zu einer minimalen Intensität führt. Durch anlegen eines externen Magnetfeldes, kann diese Entartung aufgehoben werden. Diese Aufspaltung wird durch den Zeemann-Effekt hervorgerufen und verhindert die Interferenz der Zustände, wodurch man diese energetisch unterscheiden kann. Anschließend wird die mittlere Lebensdauer des 3P_1 Zustands mit der Breitformel bestimmt, welche das gleiche Ergebnis wie die Semiklassische-Erklärung liefert. Nähere Erklärungen zur Breit-Formel können in [BREIT] nachgelesen werden.

1.3. Linienverbreiterung

Durch verschiedene Faktoren sind die Spektrallinien des Übergangs verbreitert.

1.3.1. Unschärferelation

Es gilt die Energie-Zeit-Unschärferelation

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar \quad (1.8)$$

wohingegen in diesem Fall Δt durch τ ersetzt wird. Diese besagt, dass die die Energie und die Zeit eines Teilchens, nur bis auf \hbar genau gleichzeitig bestimmt werden können. Daher ergibt sich eine Energie Unsicherheit von:

$$\Delta E \geq \frac{\hbar}{\tau} \quad (1.9)$$

1.3.2. Dopplereffekt

Der Dopplereffekt ist bei den Geschwindigkeiten, die die Atome im Gas besitzen, nicht zu vernachlässigen. Durch diesen Effekt ändert sich die Frequenz des Lichtes, welches die schnellen Atome aufnehmen. Da die Energie von Photonen linear von der Frequenz abhängig ist, wird auch hier wieder die Spektrallinie verbreitert. Da die Geschwindigkeit aber von der Temperatur und dadurch von der Maxwell-Boltzmann-Verteilung abhängt, hängt auch die Breite der Spektrallinie, also die Energieunsicherheit, mit dieser zusammen. Wir erhalten also als Unsicherheit für die Frequenz

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{c} \sqrt{\frac{kT}{m}} \quad (1.10)$$

und somit auch für die Energie. Hierbei ist k die Stefan-Boltzmann Konstante und m die Masse des Atoms.

1.4. Coherence Narrowing

Die angeregten Elektronen, die sich im 6S-6P-Zustand befinden, regen sich durch Emission eines Photons in den Grundzustand ab. Es ist jedoch sehr gut möglich, dass dieses Photon, bevor es detektiert wird, im Gas selbst wieder ein Elektron anregt, welches sich dann, durch Aussendung eines identischen Photons, wieder abregt. Da beim Messen der mittleren Lebensdauer die Zeit gemessen wird, führt dies zu einer gemessenen Zeit, die länger wäre als die reale. Da dieser Effekt von der Kollision eines Photons mit einem Atom abhängt, ist er bei niedrigem Druck weniger markant. Daher wird um ein möglichst genaues Ergebnis zu erhalten bei mehreren Temperaturen gemessen und anschließend zu 0 Pa extrapoliert.

Der Zusammenhang zwischen Dampfdruck und Temperatur ist nach [VER, S. 7] mit

$$\ln\left(\frac{p}{p_C}\right) = \left(\frac{T_C}{T}\right) \left(a_1 T_r + a_2 T_r^{1,89} + a_3 T_r^2 + a_4 T_r^8 + a_5 T_r^{8,5} + a_6 T_r^9\right) \quad (1.11)$$

mit $T_r = \left(1 - \frac{T_c}{T}\right)$, $p_c = 167$ MPa als kritischer Druck und $T_c = 1764$ K als kritische Temperatur und den Konstanten

$$a_1 = -4.57618368 \quad (1.12)$$

$$a_2 = -1.40726277 \quad (1.13)$$

$$a_3 = 2.36263541 \quad (1.14)$$

$$a_4 = -31.0889985 \quad (1.15)$$

$$a_5 = 58.0183959 \quad (1.16)$$

$$a_6 = -27.6304546 \quad (1.17)$$

gegeben.

2. Versuchsaufbau

In diesem Versuchsaufbau werden verschiedene Komponenten benutzt, deren Funktionsweise für den Versuch elementar sind, weshalb auf diese in diesem Teil nochmal eingegangen wird.

2.1. Resonanzzelle und Kühlung

Um sicherzustellen, dass alle Energien, die für die Übergänge des Quecksilbers benötigt werden, in der einfallenden Strahlung vorhanden sind, wird als Lichtquelle eine Quecksilberdampfampe benutzt. Diese gibt logischerweise das gleiche Spektrum ab, welches von der Quecksilberdampfzelle aufgenommen wird.

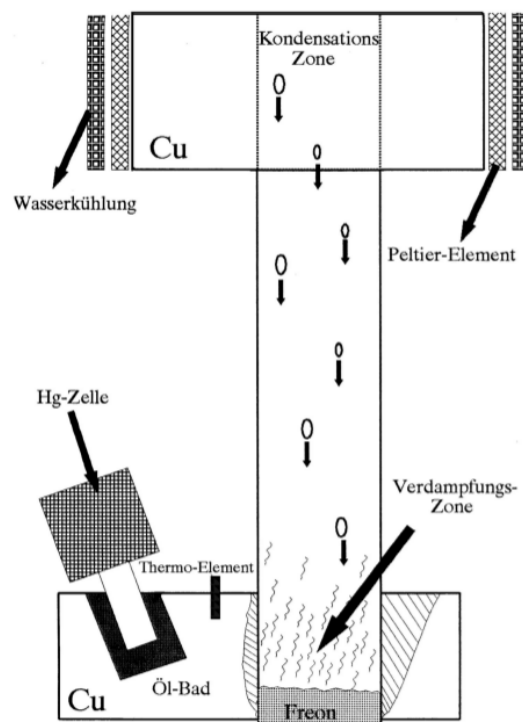


Abbildung 2.1.: Schematischer Aufbau der benutzten Kühleinheit [VER]

Da die Temperatur eine tragende Rolle in diesem Experiment spielt wird sie mit Hilfe einer Peltierkühlung kontrolliert. Diese besteht aus zwei Kupferblöcken die über eine Röhre welche mit Freon gefüllt ist verbunden sind. Der obere Block ist, wie in Abbildung 2.1 dargestellt, mit zwei Peltierelementen verbunden, welche wiederum über eine Wasserkühlung gekühlt werden. Peltierelemente bestehen aus zwei verschiedenen Halbleitern mit unterschiedlichen Austrittsarbeiten der Elektronen aus dem Leitungsband. Durch einen Kontakt dieser beiden Halbleiter verlieren oder gewinnen die Elektronen, je nach Halbleiter, durch eine angelegte Spannung Energie. Dadurch heizt sich die einen Komponente auf, während sich die andere abkühlt. Um eine optimale Kühlung zu erhalten, wird die sich aufheizende Komponente zusätzlich mit Wasser aus der Hausanlage gekühlt. Das Freon entzieht dem unteren Block durch Verdampfen Energie und kühlt ihn somit ab. Anschließend steigt das Freongas nach oben, wo es am oberen Kupferblock

kondensiert und wieder nach unten fließt. Die Resonanzzelle ist über ein Ölbad mit dem unteren Kupferblock verbunden und wird so gekühlt. Es wird Öl benutzt, weil dies ein effizienter Wärmeleiter ist. Am unteren Block ist ein Thermometer angebracht, über welches die Temperatur der Zelle kontrolliert wird. Da diese aber nur der Temperatur des Kupferblocks entspricht, ist dieser Wert nicht zwangsläufig die reelle Temperatur an der Resonanzzelle.

2.2. Magnetfeld

In diesem Versuch wird ein relativ starkes homogenes Magnetfeld benötigt, wodurch sich die Benutzung von Helmholtz-Spulen anbietet. Es werden 3 Helmholtz-Spulen, wie in Abbildung 2.2 zu sehen ist, benutzt, wobei zwei zur Ausgleichung des Erdmagnetfeldes eingesetzt werden, wobei deren Spannungen am Anfang bei der Kalibration eingestellt werden und dann während des Experiments konstant gehalten werden. Die letzte Spule ist an den Rampengenerator angeschlossen und erzeugt dementsprechend ein zeitlich konstant zunehmendes Magnetfeld an der Resonanzzelle. Dieser Generator fährt mit einer konstanten Rate einen Bereich von -1A bis 1A ab.

2.3. Strahlengang

Wie in Abbildung 2.2 zu sehen, ist hinter der Dampfampe zuerst eine Linse zur Fokussierung angebracht. Danach ist ein Interferenzfilter angebracht, um sicherzustellen, dass nur die Strahlung durchgelassen wird, die dem 6S-6P-Zustand angehört. Anschließend ist ein Polarisator vor einer letzten Linse angebracht. Dieser wird zur Bestimmung der Polarisation des einfallenden Lichtes benutzt. Durch einen falsch eingeklebten Polarisationsfilter ist die 0° -Einstellung des Geräts nicht bei 0° , sondern besitzt einen Offset.

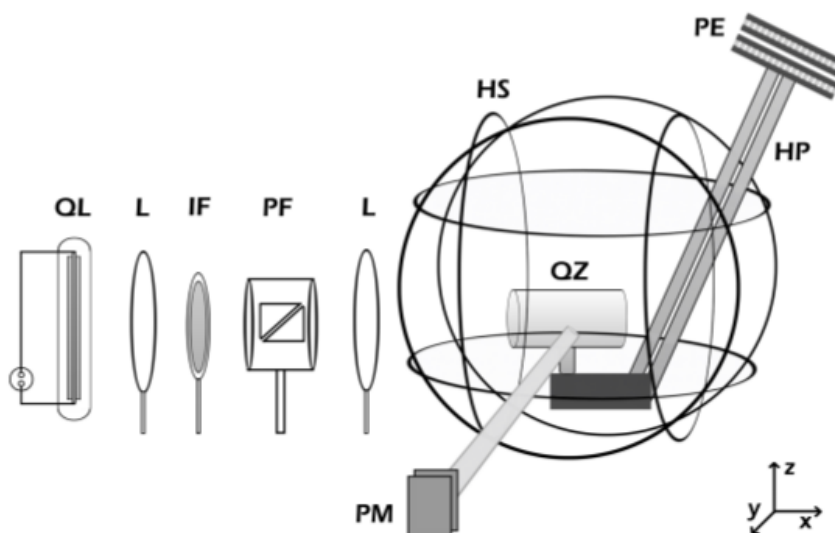


Abbildung 2.2.: Schematischer Aufbau der Versuchsanordnung [VER]

2.4. Detektor und Messgerät

Als Detektor wird in diesem Versuch ein Photomultiplier benutzt. Die Funktionsweise eines solchen besteht darin, dass das ausgesendete Photon zuerst durch einen Lichtleiter, in diesem Fall ein poliertes Alurohr, auf eine Photokathode geleitet wird. Dort schlägt das Photon mittels

des Photoeffekts ein oder mehrere Elektronen aus der Kathode. Diese werden dann mittels einer Dynode beschleunigt, und wieder auf eine Photokathode gelenkt, wo die Elektronen wiederum andere Elektronen raus schlagen welche wiederum von einer Dynode mit einer höheren Spannung beschleunigt werden. Durch dieses Vorgehen wandelt der Photomultiplier im Grunde ein Lichtsignal in ein zu diesem Signal proportionales und verstärktes elektrisches Signal um. Typischerweise erhält man so eine Verstärkung des Signals von bis zu 10^6 . Die Signale des Photomultipliers werden mit Hilfe eines Speicheroszilloskops gemessen und mit Hilfe einer Computer Software ausgelesen werden.

3. Durchführung

In dem ersten Schritt musste die Wasserkühlung der Peltierelemente eingeschaltet werden. Vor der Justierung wurde die Zelle auf -18°C runtergekühlt und einige Minuten gewartet um sicher zu gehen, dass auch die Zelle und nicht nur der Block diese Temperatur hat.

Anschließend mussten Photomultiplier und Helmholtz-Spulen justiert werden. Als Erstes wurden dazu die beiden Helmholtz-Spulen, die zur Abschirmung installiert sind, justiert. Dazu wurden alle Ströme auf 0A gestellt und die Polarisator-Einstellung bei der 90° -Einstellung so gewählt, dass die Intensitäten des Photomultipliers bei -1A und 1A an der Spule, die am Rampengenerator angeschlossen ist, gleich war. Dabei haben wir einen Offset von 6° in positive Richtung festgestellt. Anschließend wurde der Schalter der dritten Helmholtz-Spule auf intern gestellt. Dies führt zu einem konstanten Strom von einem Ampere in dieser Spule. Als nächsten Schritt wurden die Ströme der anderen beiden Spulen so gewählt, dass die Intensität des Signals minimal wurde. Dazu wurde für die Spule in y-Richtung der Strom auf $-0,0181\text{ A}$ und der für die z-Richtung auf $-0,2437\text{ A}$ eingestellt.

Für die anschließenden Messungen wurden zuerst bei -18°C einige Messungen für 90° , 0° und 45° durchgeführt um eine Quelle zur Fehlerabschätzung zu bekommen und um die Einstellungen des Photomultipliers, also die „RANGE“ und die Verstärkung, feinzustimmen. Dazu muss die Amplitude des Photomultipliers zwar maximal sein, darf aber nicht in Sättigung übergehen. Außerdem wurde die Durchlaufzeit des Rampengenerators auf 30 Sekunden eingestellt.

Die Messungen wurden bei Temperaturen für -17°C bis 6°C in ein Grad Schritten durchgeführt. Dabei wurde die Messung erst gestartet wenn die Temperatur mindestens 10 Sekunden konstant blieb. Bei den Messungen wurden immer die 90° und 0° Einstellungen und für einige exemplarische Temperaturen die 45° Einstellungen gemessen. Als Abschluss wurden bei 15°C und 16°C zwecks Fehleranalyse einige Messungen gemacht. Am Schluss wurde erst der Strom der Peltierelemente abgestellt, und anschließend die Wasserkühlung abgedreht.

4. Auswertung

Das Ziel ist die Bestimmung der mittleren Lebensdauer des 6S-6P-Zustandes von Hg. Die verwendeten Winkel beziehen sich auf die notierten in Kapitel D.

4.1. Umrechnung der Spannung in Magnetfeld

Das Magnetfeld einer Spule hängt von der Stromstärke ab. Da aber jedoch lediglich die Spannung auf dem Oszilloskopen aufgenommen wurde, wird angenommen, dass der Wert der Spannung mit der der Stromstärke übereinstimmt¹. Mithilfe des Umrechnungsfaktors² $\kappa = 3.363 \times 10^{-4} \frac{\text{T}}{\text{A}}$ ergibt sich das Magnetfeld zu

$$B = \kappa \cdot I \approx \kappa \cdot U [\text{A}] \quad (4.1)$$

$$U [\text{A}] = U \cdot \frac{\text{A}}{\text{V}} \quad (4.2)$$

Die Unsicherheit wird mithilfe der Streuung der Spannung bzw. der magnetischen Flussdichte ermittelt, die beispielhaft in Abbildung 4.1 zu sehen ist. Die Toleranz wird auf etwa $15 \mu\text{T}$ abgeschätzt, wodurch sich die Unsicherheit durch

$$s_B = \frac{15}{\sqrt{3}} \mu\text{T} \quad (4.3)$$

ergibt. Diese wird für die Magnetfelder in der gesamten Auswertung verwendet, da sie immer gleich und unabhängig von der Temperatur an der Hg-Zelle ist.

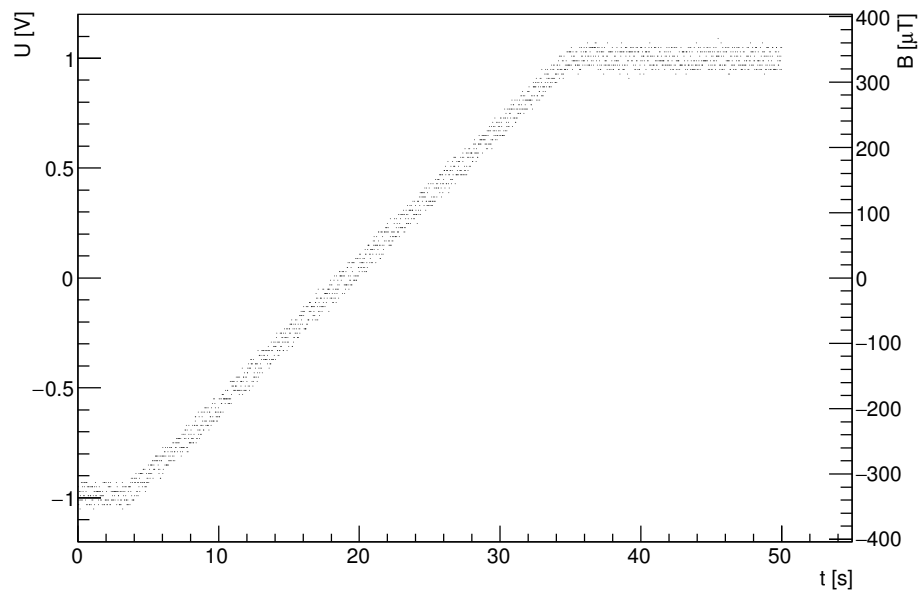


Abbildung 4.1.: Beispielhaftes Schaubild für den Zusammenhang zwischen Zeit und Magnetfeld

¹Fußnote 20, [VER, S. 15]

² [VER, S. 15]

4.2. Bestimmung der Lebensdauer mithilfe von Lorentzkurven und Dispersionskurven

Um die Lebensdauer des 6S-6P-Zustandes zu ermitteln, werden drei verschiedene Kurven bei unterschiedlichen Temperaturen ausgewertet, zwei Lorentzkurven und eine Dispersionskurve. Welche Kurve verwendet wird, hängt von der Einstellung des Polarisators ab. Dieser wird bei den Einstellungen 0° , 45° oder 90° betrachtet, wobei der Winkel zwischen Polarisationsrichtung und z-Achse gemessen wird. Aufgrund von technischen Fehlern sind nicht alle Messdaten verwertbar. Die verwendeten sind im Anhang C zu sehen.

4.2.1. 0° - invertierte Lorentzkurve

Bei der Einstellung 0° wird eine invertierte Lorentzkurve der Form

$$I(B) = p_0 + p_1 \cdot p_2 \cdot \left(1 - \frac{(2 \cdot g_J \cdot \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot (B - p_3) \cdot p_2)^2}{1 + (2 \cdot g_J \cdot \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot (B - p_3) \cdot p_2)^2} \right) \quad (4.4)$$

an die Messdaten angepasst, wobei $g_J = 1.4838$ der Landé-Faktor [VER, S. 19], $\mu_B = 9.274 \times 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}$ das Bohr'sche Magneton [DEM3, S. 150], $\hbar = 1.055 \text{ J s}$ die reduzierte Planck-Konstante [DEM3, S. 587] und die Parameter für

$$p_0 \equiv \text{Offset U-Achse} \quad (4.5)$$

$$p_1 \equiv \text{Normierungskonstante} \quad (4.6)$$

$$p_2 = \tau \equiv \text{Lebensdauer} \quad (4.7)$$

$$p_3 = \mu \equiv \text{Offset B-Achse} \quad (4.8)$$

Anstelle der Intensität wird die gemessene Spannung aufgetragen, was jedoch das Ergebnis nicht beeinflusst. Aufgrund von technischen Fehlern sind nicht alle Datensätze von -17°C bis 6°C vorhanden. Alle vorhandenen können jedoch ausgewertet werden.

Auf die Spannungswerte wird wie schon in (4.3) die Toleranz abgeschätzt und dadurch die Unsicherheit

$$s_U = \frac{5}{\sqrt{3}} \text{V} \quad (4.9)$$

ermittelt. Als Beispiel ist in 4.2 die Messreihe bei einer Temperatur von -16°C mit einer angepassten Lorentzkurve zu sehen.

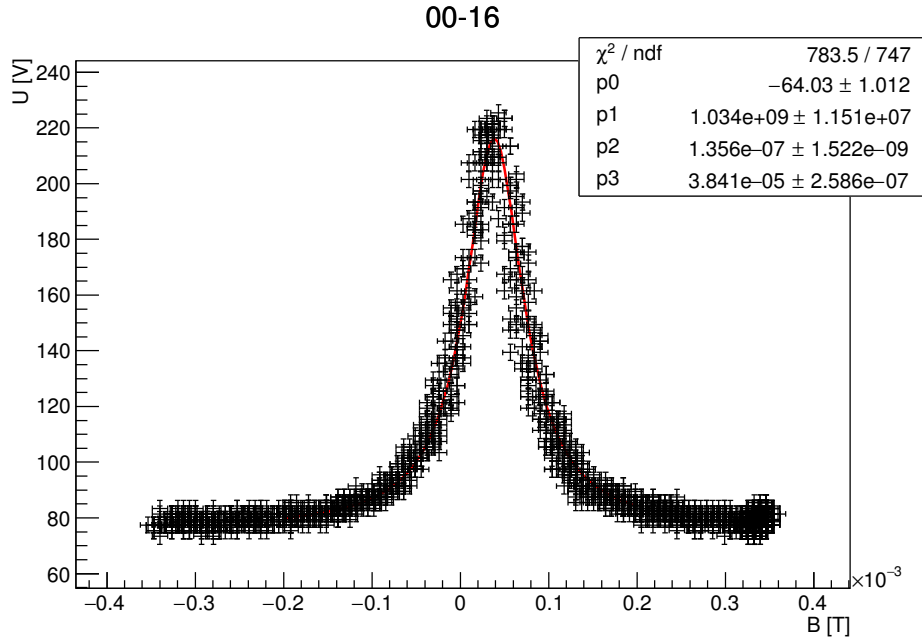


Abbildung 4.2.: Messdaten bei der 0° -Einstellung und bei -16°C als Beispiel für eine Anpassung einer invertierten Lorentzkurve

Das verminderte χ^2 beträgt etwa 1, also scheint die Lorentzkurve den Verlauf in korrekter Weise wiederzugeben. Die ermittelte Lebensdauer liegt bei dieser Temperatur bei $\tau = (135.6 \pm 1.5)$ ns. Dieser liegt weitaus höher als der Nennwert [VER, S. 18] von $\tau_{\text{lit}} = 119$ ns. Aufgrund der Anwesenheit mehrerer Hg-Atome ist dies aber auch zu erwarten (siehe Kapitel 1.4). Um einen Messwert für die tatsächliche Lebensdauer zu erhalten, werden deshalb alle erhaltenen Lebensdauern über den Druck des Quecksilbers aufgetragen, der sich nach (1.11) durch

$$p = p_c \cdot \exp \left[\left(\frac{T}{T_c} \right) \cdot \left(a_1 T_r + a_2 T_r^{1.89} + a_3 T_r^2 + a_4 T_r^8 + a_5 T_r^{8.5} + a_6 T_r^9 \right) \right] \quad (4.10)$$

berechnen lässt. Durch Extrapolation auf den Druck von 0 Pa folgt die tatsächliche Lebensdauer. Die gemessene Temperatur wird in K umgerechnet und eine Toleranz von 0.5 K abgeschätzt. Dadurch ergibt sich dann die vollständige Kovarianzmatrix zu

$$\text{Cov}_{0 \leq i \leq 7} = \begin{pmatrix} 0.08333333 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.002223462 & -0.039761786 & 0.038596482 & -0.057150539 & 0.104904983 & -0.048841224 \\ 0.0 & -0.039761786 & 0.713627443 & -0.693021642 & 1.050624836 & -1.931983155 & 0.901047084 \\ 0.0 & 0.038596482 & -0.693021642 & 0.673047757 & -1.023299883 & 1.882148471 & -0.877990861 \\ 0.0 & -0.057150539 & 1.050624836 & -1.023299883 & 1.805980893 & -3.35831368 & 1.583127006 \\ 0.0 & 0.104904983 & -1.931983155 & 1.882148471 & -3.35831368 & 6.249787823 & -2.948350916 \\ 0.0 & -0.048841224 & 0.901047084 & -0.877990861 & 1.583127006 & -2.948350916 & 1.391862893 \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

Die Varianz auf den Druck ergibt sich aus der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung

$$\sigma_p^2 = \sum_{i,j=0}^7 \frac{\partial p}{\partial a_i} \frac{\partial p}{\partial a_j} \text{Cov}_{i,j} \quad (4.12)$$

wobei hier die Temperatur T als a_0 bezeichnet wird. Prinzipiell kann die Fehlerfortpflanzung auch unter Annahme fehlerfreier Parameter durchgeführt werden, denn die Miteinbeziehung erhöht die Unsicherheit um etwa 0.04%, wie in Tabelle A.1 ersichtlich ist. In Abbildung A.1 ist der dazugehörige Ausschnitt des PyROOT-Codes zu sehen.

Um weitere Unsicherheiten mit einfließen zu lassen, werden statistische und systematische Unsicherheiten durch inkorrekte Winkeleinstellungen überprüft. In den Abbildungen B.1-B.3 sind drei Messungen bei derselben Temperatur zu sehen, bei denen die Winkel 0° und $\pm 1^\circ$ gemessen

wurden. Es ist zu sehen, dass bei 1° die Asymmetrie weitaus ausgeprägter als bei -1° ist. Dies weist darauf hin, dass bei 0° nicht die optimale Kurve zu sehen ist, sondern sie bei einem etwas niedrigeren Winkel zu erwarten ist. Des Weiteren folgt daraus, dass die mittleren Lebensdauern zu hoch ausfallen. Ein Grad lässt die mittlere Lebensdauer etwa 3-4 ns größer oder kleiner ausfallen lassen. In Abbildung B.4, bei der Messung bei -3° , ist eine vergleichbare Asymmetrie wie bei der 1° -Einstellung zu sehen, nur gespiegelt. Dies weist darauf hin, dass es wahrscheinlicher ist, dass die Nullstellung bei -1° liegt.

Damit wird eine zusätzliche systematische Unsicherheit von $s_{\tau,\text{sys}} = 4\text{ ns}$ abgeschätzt und zusätzlich zu den ermittelten Lebensdauern eine statistische Unsicherheit von $s_{\tau,\text{stat}} = 4\text{ ns}$ quadratisch aufaddiert. Diese resultiert daraus, dass auf die Winkeleinstellung am Polarisator eine Unsicherheit von 1° abgeschätzt wird.

Nun wird das Coherence Narrowing durch Anpassung eines Polynoms ersten Grades an die ermittelten Lebensdauern, die über die ermittelten Drücken des Quecksilbers aufgetragen sind, durchgeführt. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.3 zu sehen.

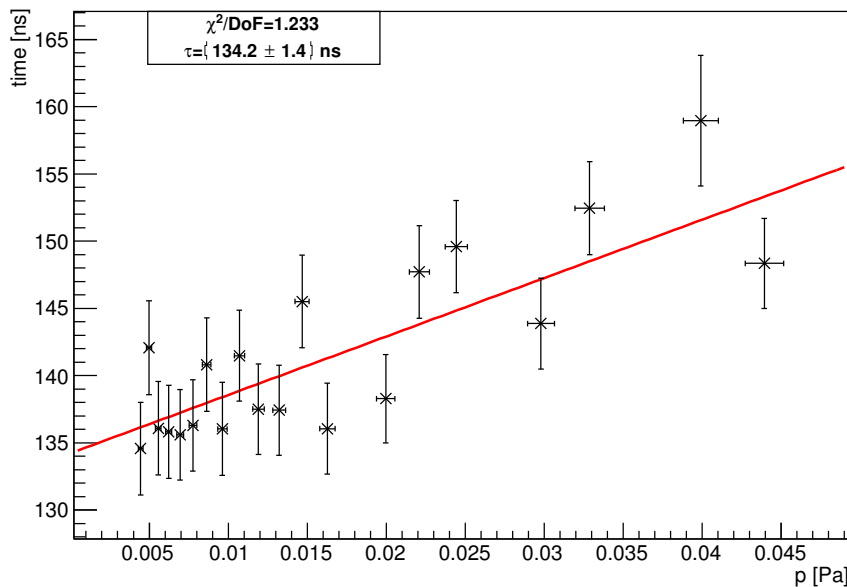


Abbildung 4.3.: Ermittlung der tatsächlichen Lebensdauer bei der 0° -Einstellung durch Extrapolation der Lebensdauern zum Druck von 0 Pa

Mit einem verminderten χ^2 von etwa 1 scheint eine Gerade für diese Stichprobenmenge eine gute Anpassung zu sein. Die Lebensdauer wird hiermit auf $(134.2 \pm 1.4)\text{ ns}$ ermittelt. Diese krasse Diskrepanz zum Nennwert von 119 ns kann nicht durch statistische Fluktuationen erklärt werden. Die systematische Abweichung von 4 ns genügt ebenfalls nicht der Anforderung eines mit dem Nennwert vereinbaren Ergebnisses, sondern es scheinen weitere systematische Unsicherheit zu existieren.

Beispielsweise ist in [VER, S. 13] angegeben, dass die Minimaltemperatur der Temperaturanzeige im Bereich von $[-15^\circ\text{C}, -12^\circ\text{C}]$ zu finden sein sollte - zu Beginn konnte jedoch auf der Temperaturanzeige ein Wert von -18°C abgelesen werden. Unter der Annahme, dass die Anleitung korrekt ist, bedeutet dies, dass die Temperaturanzeige bei niedrigen Temperaturen nicht die korrekte Temperatur anzeigt. Es ist möglich, dass ein Offset von bis zu 6 K dazu zu addieren sind. Bei höheren Temperaturen dagegen schien die Anzeige zu funktionieren, denn zu Ende der Messung betrug die angezeigte Temperatur etwa die Temperatur der Kühleinheit. Damit verschiebt sich die ermittelte Kurve in Abbildung 4.3 für niedrige Drücke in Richtung größerer Drücke, wobei die Verschiebung bei größeren Drücken abnimmt. Dies ergibt eine höhere Stei-

gung und somit einen niedrigeren Achsenabschnitt, beziehungsweise eine niedrigere und damit dem Ergebnis nähere mittlere Lebensdauer. Es ist jedoch sehr schwierig, diesen systematischen Fehler quantitativ zu beschreiben.

Des Weiteren konnte beobachtet werden, dass die Hg-Lampe einen Einfluss auf die Temperaturmessung hatte. Dies liegt wohl an hochfrequenten Signalen, die das Temperaturmessgerät „verunsichern“. Der Einfluss wurde dadurch minimiert, dass das Temperaturmessgerät immer an derselben Stelle liegen blieb. Durch Reflexionen ist es jedoch weiterhin möglich gewesen, dass der Einfluss eine variierende Temperaturanzeige zur Folge hatte. Diese Systematik ist behebbar, indem die Lampe während der Temperaturmessung ausgeschaltet wird. Da jedoch gerade bei niedrigen Temperaturen der Temperaturumschwung sehr schnell von statten ging, hätte deshalb die Zeitdauer des Anstiegs der Hubspannung verringert werden müssen. Dies hätte jedoch möglicherweise eine schlechtere Auflösung des Signals herbeigerufen, sodass sich gegen diese Messmethode entschieden wurde.

Ebenfalls unbeachtet ist bisher die verzögerte Temperaturänderung des Hg-Dampfes, da die Temperatur nur an dem unteren Kupferblock (in Abbildung 2.1 zu sehen) abgegriffen wurde. Dies ist in Abbildung 4.3 deutlich zu sehen, da bis zu einem Druck von etwa 20 mPa die Messwerte größtenteils miteinander vereinbar sind. Dementsprechend ist es wahrscheinlich, dass sich danach erst das Hg erwärmt. Dagegen sind die Messwerte bei höheren Drücken in zu geringer Anzahl vorhanden um eine aussagekräftige Gerade durch sie durch zu legen - außerdem ist nicht bekannt, welchem Druck sie tatsächlich entsprechen, da die Systematik unbekannt ist. Damit kann lediglich über das Ergebnis ausgesagt werden, dass es in der korrekten Größenordnung liegt.

4.2.2. 90°-Lorentzkurve

Fast analog wie in Kapitel 4.2.1 wird bei einer Polarisator-Einstellung von 90° vorgegangen. Der Unterschied besteht in der Form der Lorentzkurve

$$U(B) = A + C \cdot \tau \cdot \left(\frac{(2 \cdot g_J \cdot \frac{\mu_B}{h} (B - \mu) \cdot \tau)^2}{1 + (2 \cdot g_J \cdot \frac{\mu_B}{h} (B - \mu) \cdot \tau)^2} \right) \quad (4.13)$$

Die Unsicherheiten werden ebenfalls gleich ermittelt. In Abbildung 4.4 ist eine beispielhafte Anpassung zu sehen. Das verminderte χ^2 von etwa 1 suggeriert, dass die Lorentzkurve eine passende Anpassung an die Messdaten sind.

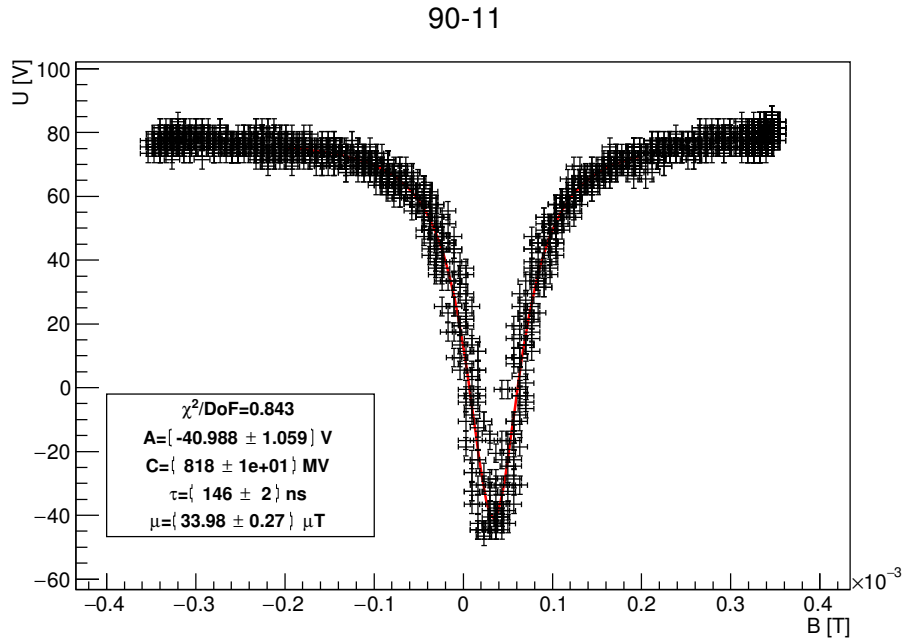


Abbildung 4.4.: Messdaten bei der 90°-Einstellung und bei -11°C als Beispiel für eine Anpassung einer Lorentzkurve

Bei dieser Messreihe wurde leider nicht überprüft, ob die 90°-Lage richtig eingestellt wurde. Bei Annahme eines funktionierenden Polarisators ist die Lage korrekt, da damit die 0° und die 90°-Einstellung tatsächlich einen Winkel von 90° einschließen³. Der statistische Fehler von $s_{\tau, \text{stat}} = 4 \text{ ns}$ wird übernommen, da die Form dieselbe, lediglich invertiert, ist, wodurch bei einer gleichen Änderung dieselbe Schwankung erwartet wird.

³Siehe angehängtes Laborheft, im Kapitel 4.2.1 wurde festgestellt, dass der Winkel um 1° zu groß gewählt wurde, womit die korrekte 0°-Einstellung bei 5° liegt und die 90°-Einstellung bei 95°

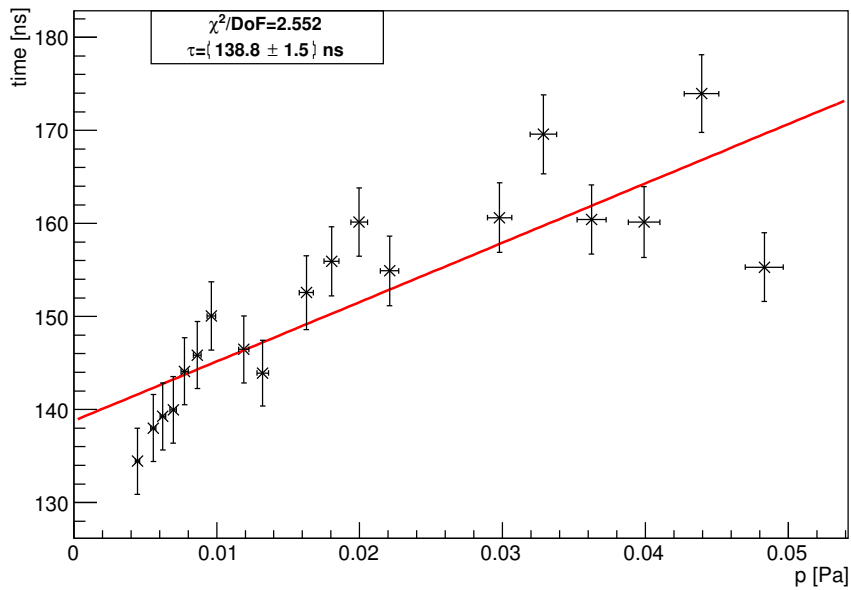


Abbildung 4.5.: Ermittlung der tatsächlichen Lebensdauer bei der 90°-Einstellung durch Extrapolation der Lebensdauern zum Druck von 0 Pa

Wie in Abbildung 4.5 zu sehen ist, liegt die so ermittelte mittlere Lebensdauer bei $\tau = (138.8 \pm 1.5) \text{ ns}$. Aufgrund eines verminderten χ^2 von etwa 2.5 scheint eine Gerade zwar möglicherweise den korrekten Zusammenhang zu beschreiben, aber aufgrund dessen, dass die mittlere Lebensdauer nicht mit dem Nennwert von $\tau_{\text{lit}} = 119 \text{ ns}$ vereinbar ist und der Verlauf eher einer Wurzelfunktion ähnelt, ist in 4.6 eine Anpassung einer Funktion der Form

$$\text{time} = \tau + p_1 \cdot p + \sqrt{p_2 \cdot p} \quad (4.14)$$

zu sehen. Die Wurzelfunktion stammt aus der Überlegung, dass die Temperatur des Quecksilbers sich langsamer ändert als die des Kupfers. Tatsächlich verringert sich dadurch das verminderte χ^2 in Richtung 1, das heißt, der Zusammenhang scheint wahrscheinlicher zu sein. Die damit erhaltene Lebensdauer ist mit $\tau = (101 \pm 8) \text{ ns}$ innerhalb des 2σ -Bereichs vereinbar.

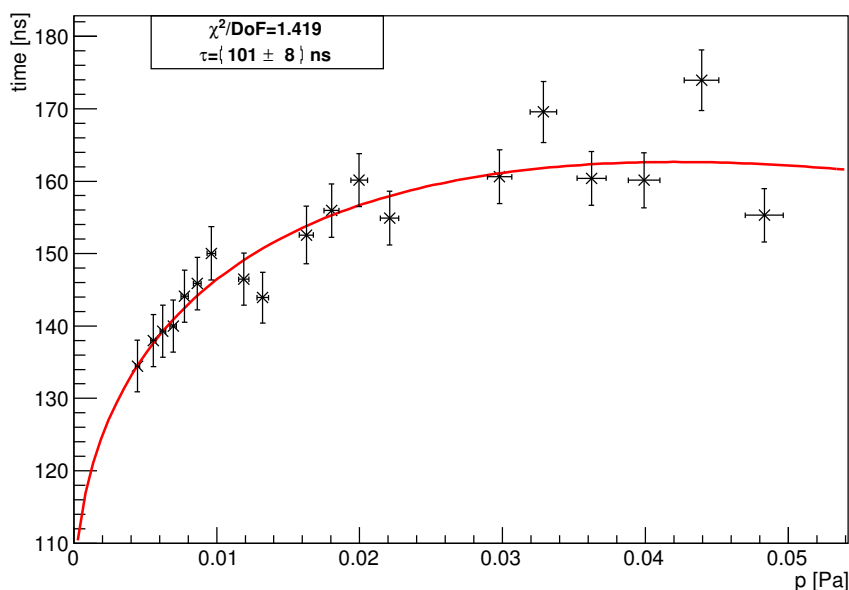


Abbildung 4.6.: Ermittlung der tatsächlichen Lebensdauer bei der 90°-Einstellung durch Extrapolation der Lebensdauern zum Druck von 0 Pa mithilfe einer addierten Wurzelfunktion

Die Anpassung für die 0°-Einstellung ist in Abbildung B.5 zu sehen. Sie liefert allerdings hier kein Ergebnis, das vereinbar mit dem Nennwert ist und auch das verminderte χ^2 erhöht sich, sodass der Zusammenhang dort unwahrscheinlicher ist. Dies lässt sich möglicherweise dadurch erklären, dass das Quecksilber nicht so lange kalt bleibt, wie in Kapitel 4.2.1 angenommen wird, sondern die gleichbleibende gemessene mittlere Lebensdauer zufälligerweise durch falsche Winklereinstellungen resultieren, wie sie dort auch diskutiert werden. Des Weiteren wurde die 90°-Einstellung immer nach der 0°-Einstellung aufgenommen, sodass das Quecksilber länger Zeit hatte, sich anzupassen. Daraus folgt, dass in Abbildung 4.6 die retardierte Temperatur durch die Wurzelfunktion möglicherweise qualitativ der korrekte Ansatz ist, wodurch sich der Nennwert besser mit dem Messergebnis vereinbaren lässt. Des Weiteren ist es möglich, dass durch die Wurzelfunktion ebenfalls die Systematik der Temperaturmessung mit einbezogen wird, sodass das Messergebnis nicht mehr in Richtung niedriger Zeiten korrigiert werden muss.

4.3. 45°-Dispersionskurve

An die aufgenommenen Messdaten bei der 45°-Einstellung wird eine Dispersionskurve der Form

$$U(B) = p_0 + p_1 \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{2 \cdot g_J \cdot \frac{\mu_B}{h} \cdot (B - p_3) \cdot p_2}{\left(1 + \left(2 \cdot g_J \cdot \frac{\mu_B}{h} \cdot (B - p_3) \cdot p_2 \right)^2 \right)} \right) \quad (4.15)$$

mit denselben Parameterbezeichnungen wie in (4.4) angepasst. Eine Kurve ist in Abbildung 4.7 zu sehen. Aufgrund eines verminderten χ^2 von etwa 2 scheint die Dispersionskurve den Verlauf korrekt wiederzugeben. Es besteht allerdings die Möglichkeit, dass die 45°-Einstellung nicht richtig, sondern um 1° zu niedrig gewählt wurde⁴. Die mittlere Lebensdauer ist mit (62.4 ± 0.5) ns weitaus niedriger als der Nennwert. Dies verstärkt die Annahme eines zu geringen

⁴Diese Annahme resultiert daraus, dass dann die Einstellung auch wirklich 45° unter bzw. über der 90° bzw. 0°-Einstellung läge

Winkels, da bei der 0° -Einstellung ein zu geringer Winkel ebenfalls zu einer geringeren mittleren Lebensdauer führte. Aufgrund der Form der Dispersionskurve ist es wahrscheinlich, dass der Effekt verstärkt wird, sodass sich die mittlere Lebensdauer drastisch verringert, da bei der (invertierten) Lorentzkurve sich die Breite, die mit der mittleren Lebensdauer antiproportional zusammenhängt, undrastischer durch eine Asymmetrie beeinflussen lassen.

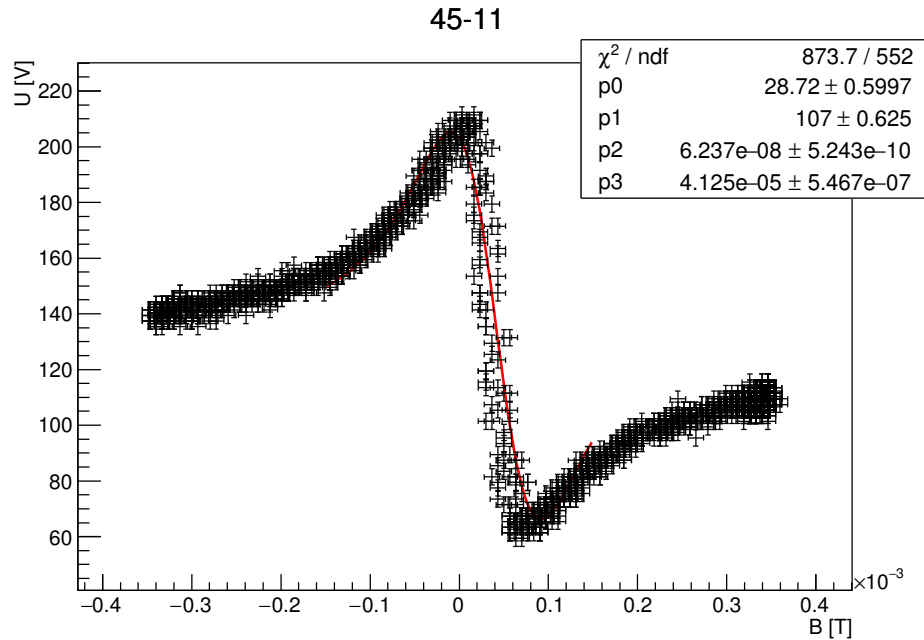


Abbildung 4.7.: Dispersionskurve bei der Temperatur -11°C

In Abbildung 4.8 ist die Anpassung einer Gerade an die ermittelten Lebensdauern, die über dem Druck aufgetragen sind, zu sehen. Die so ermittelte tatsächliche Lebensdauer von (67.2 ± 3.3) ns ist nicht mit dem Nennwert von 119 ns verträglich. Dies ist auch zu erwarten, da wahrscheinlich ein zu geringer Winkel verwendet wurde, der das Messergebnis stark beeinflusst hat. Da keine Kontrolle der Effekte von unterschiedlichen Winkeleinstellungen im Bereich 45° durchgeführt wurden, lässt sich über die Systematik keine Aussage treffen.

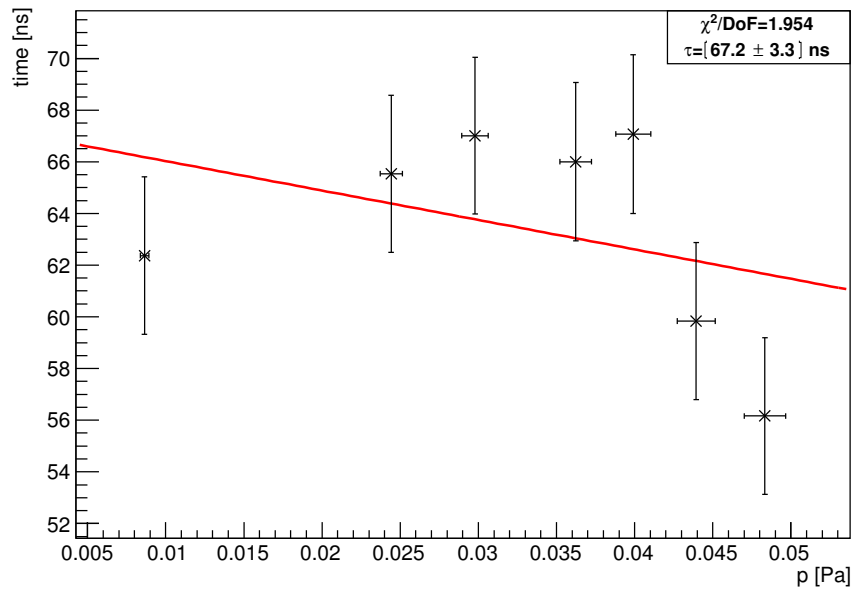


Abbildung 4.8.: Ermittlung der tatsächlichen mittleren Lebensdauer bei der 45°-Einstellung durch Extrapolation der Lebensdauern zum Druck 0 Pa

5. Zusammenfassung

Es wurden durch drei verschiedene Messreihen die mittlere Lebensdauer des 6S-6P-Zustandes ermittelt. Die so ermittelten mittleren Lebensdauern sind in Tabelle 5.1 zu sehen.

Tabelle 5.1.: Ermittelte mittlere Lebensdauern

Messreihe	τ
0°	(134.2 ± 1.4) ns
90° Gerade	(138.8 ± 1.5) ns
90° Gerade und Wurzel	(101 ± 8) ns
45°	(67.2 ± 3.3) ns
Nennwert	119 ns

Lediglich der Messwert bei der Anpassung der Form einer Gerade mit addierter Wurzelfunktion liefert ein vereinbares Ergebnis mit dem Nennwert. Die restlichen Messwerte sind zwar nicht mit dem Nennwert vereinbar, liegen aber alle in der richtigen Größenordnung. Dies wurde größtenteils durch Asymmetrien, die durch inkorrekte Winkeleinstellungen resultierten, und der inkorrekten Temperaturanzeige begründet. Nicht berücksichtigt wurden externe Magnetfelder, die das Messergebnis stark beeinflussen können. Dazu wurden jedoch keine Messungen durchgeführt, sodass nicht gesagt werden kann, ob diese vorhanden waren und wenn ja, zu welcher Zeit und wie lange.

Literaturverzeichnis

- [AM] AMREIM, SIMON, *Halbleiter & Halbleiterdetektoren*, Staatsexamensarbeit. Universität Freiburg, 1. April 2008.
- [VER] *Versuchsanleitung, Fortgeschrittenen Praktikum Teil 1, Lange Halbwertszeiten*, Universität Freiburg, 26. Juni 2012.
- [OC] O.C. KISTNER, A.W. SUNYAR, *Excited States of ^{57}Fe Populated in ^{57}Co Decay*, Physical Review, 139. Ausgabe Nummer 2B, Brookhaven National Laboratory, Upton, New York, 26. Juli 1965
<https://journals.aps.org/pr/pdf/10.1103/PhysRev.139.B295>
- [DEM3] WOLFGANG DEMTRÖDER, *Experimentalphysik 3, Atome, Moleküle und Festkörper*, Springer Verlag, 5. Auflage,
- [BREIT] BREIT, G.: QUANTUM THEORY OF DISPERSION: PARTS VI AND VII , REVIEWS OF MODERN PHYSICS, 05.02.1933

A. Fehlerfortpflanzung

Tabelle A.1.: Vergleich der Unsicherheiten bei vollständiger Fehlerfortpflanzung s_{kor} und Annahme von fehlerfreien Parametern s_{inkor} bei der Winkeleinstellung 0°

T [°C]	s_{kor} [mPa]	s_{inkor} [mPa]	$(s_{kor} - s_{inkor})/s_{inkor}$ [%]
-17.0	12.065	12.061	0.038
-16.0	12.714	12.709	0.038
-15.0	13.392	13.387	0.038
-14.0	14.100	14.095	0.038
-13.0	14.839	14.834	0.037
-12.0	15.611	15.605	0.037
-11.0	16.416	16.410	0.037
-10.0	17.256	17.249	0.037
-9.0	18.131	18.124	0.037
-7.0	19.993	19.986	0.036
-6.0	20.983	20.976	0.036
-5.0	22.013	22.005	0.036
-3.0	24.201	24.192	0.035
-2.0	25.361	25.352	0.035
-1.0	26.566	26.557	0.035
1.0	29.121	29.111	0.034
2.0	30.473	30.463	0.034
4.0	33.334	33.323	0.034
5.0	34.846	34.834	0.033

Der dazugehörige Code ist in Abbildung A.1 zu sehen. $ls1[i]$ bezeichnet die i -te gemessene Temperatur in Kelvin bei der Messung, bei der der Polarisator den Winkel 0° betrug. $matrix[k][kk]$ beschreibt den k, kk -ten Eintrag der Kovarianzmatrix. $lame$ entspricht dem Ergebnis der Fehlerrechnung mit fehlerfreien Koeffizienten. Damit die Funktion erkennbar ist, wurden Zeilennumbrüche eingefügt, die im echten Code nicht zu sehen sind.

```

a=[ls1[i],a1,a2,a3,a4,a5,a6]
var=0
for k in range(0,len(a)):
    for kk in range(0,len(a)):
        comeon=a[kk]
        comeon1=a[k]
        a[kk]="x"
        fun=TF1("fun1","{8}*exp({0}/{1}*
*({2}*(1-{1}/{0})+{3}*(1-{1}/{0})**1.89+{4}*(1-{1}/{0})**2+
+{5}*(1-{1}/{0})**8+{6}*(1-{1}/{0})**8.5+{7}*(1-{1}/{0})**9))
".format(Tc,a[0],a[1],a[2],a[3],a[4],a[5],a[6],pc))
        a[kk]=comeon
        a[k]="x"
        fun1=TF1("fun2","{8}*exp({0}/{1}*
*({2}*(1-{1}/{0})+{3}*(1-{1}/{0})**1.89+{4}*(1-{1}/{0})**2+
+{5}*(1-{1}/{0})**8+{6}*(1-{1}/{0})**8.5+{7}*(1-{1}/{0})**9))
".format(Tc,a[0],a[1],a[2],a[3],a[4],a[5],a[6],pc))
        a[k]=comeon1
        var+=fun.Derivative(a[kk])*fun1.Derivative(a[k])*matrix[k][kk]
    if k==kk==0:
        lame=fun.Derivative(a[kk])*fun1.Derivative(a[k])*matrix[k][kk]

```

Abbildung A.1.: PyROOT-Code zur Ermittlung der Varianzen

B. Graphen Fehlerdiskussion

B.1. Winkelkorrektur

Um zu überprüfen, ob die Winkel richtig gewählt wurden, wurden mehrere Messungen bei einer (nahezu) stabilen Temperatur von 15 °C durchgeführt. Bei dieser Temperatur sollte sich die HG-Zelle etwa so verhalten wie das Temperaturmessgerät es anzeigt, da bei hohen Temperaturen der Umschwung länger dauert und somit die Zelle nicht hinterherhinkt. Die Messungen wurden bei -3°, -1°, 0° und +1° durchgeführt.

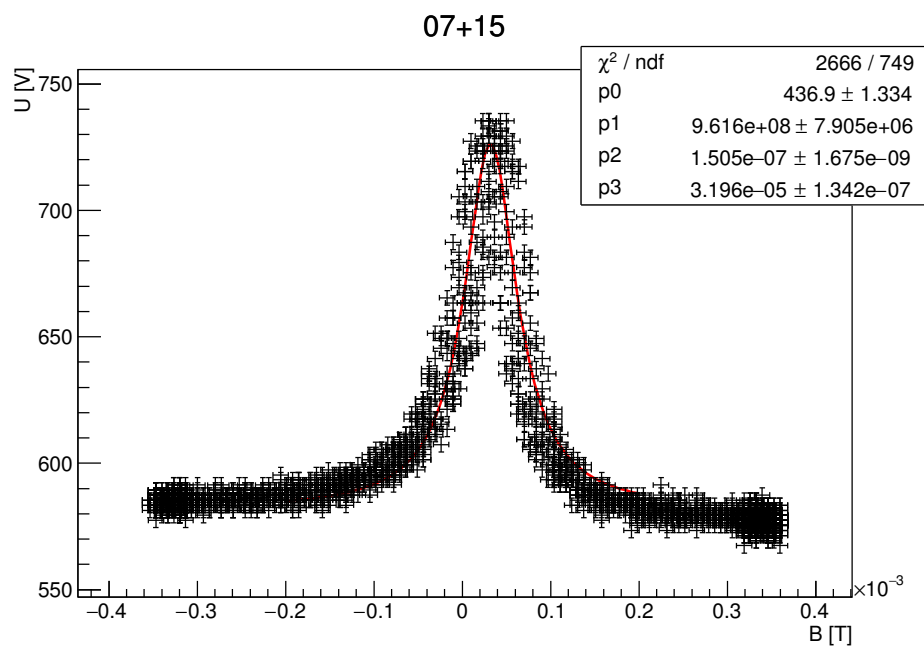


Abbildung B.1.: 7° ≡ 1°Einstellung bei 15 °C

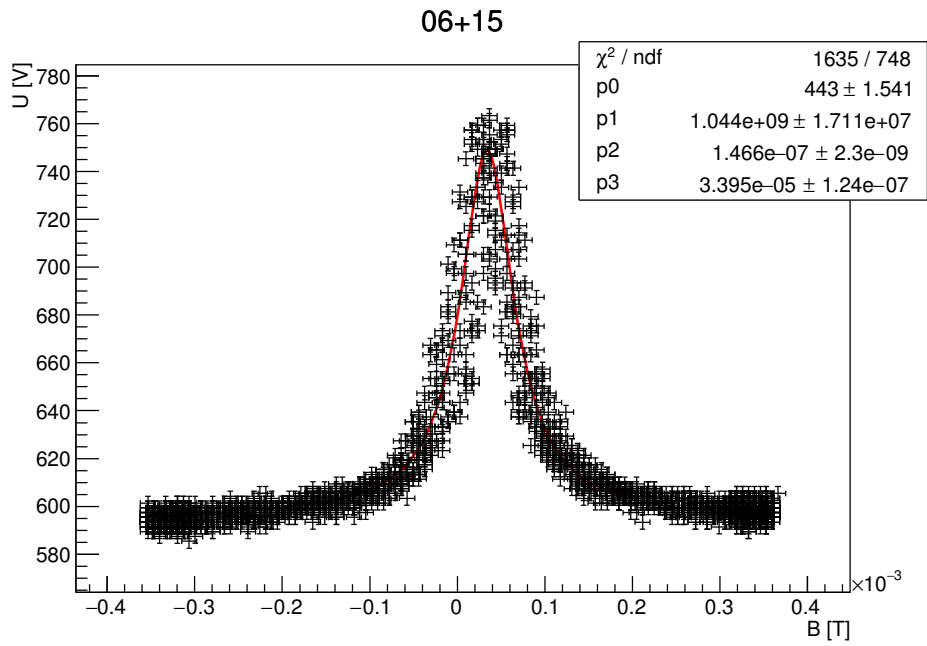


Abbildung B.2.: $6^\circ \equiv 0^\circ$ Einstellung bei 15°C

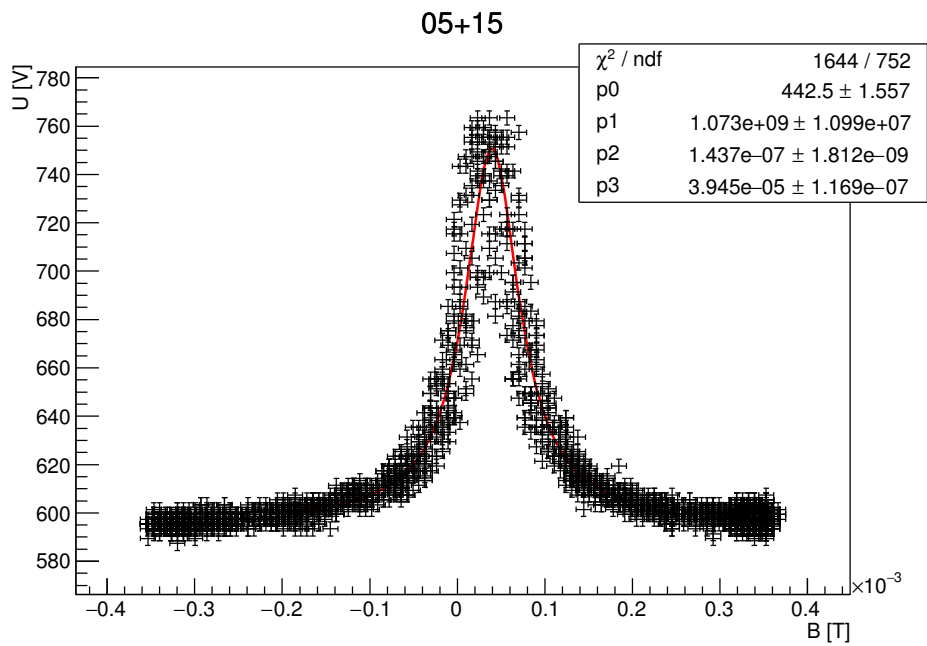


Abbildung B.3.: $5^\circ \equiv -1^\circ$ Einstellung bei 15°C

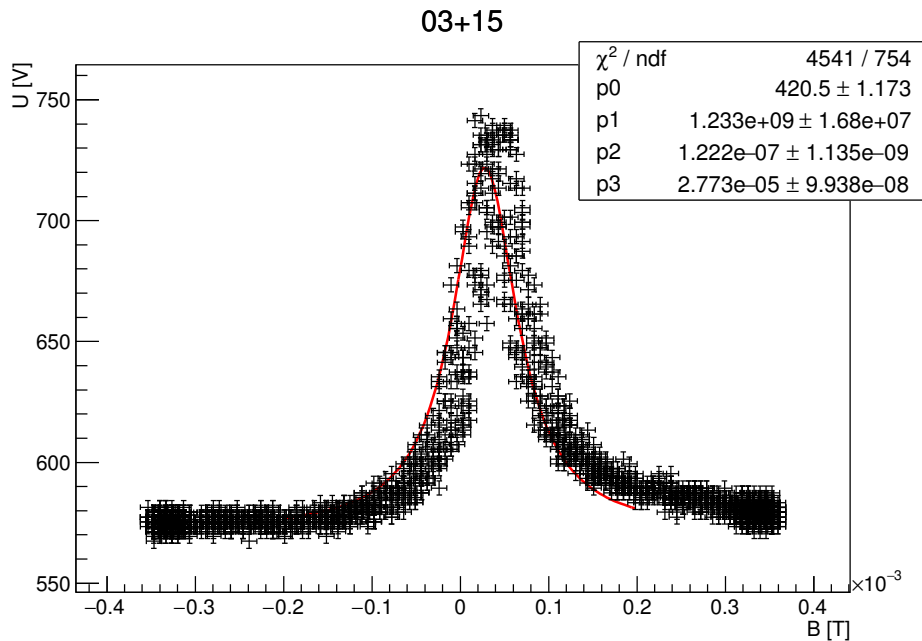


Abbildung B.4.: $3^\circ \equiv -3^\circ$ Einstellung bei 15°C

B.2. Verwendung einer addierten Wurzelfunktion bei der Messreihe mit 0°

In Abbildung B.5 ist dieselbe Anpassung wie in Abbildung 4.6 zu sehen. Das verminderte χ^2 erhöht sich jedoch im Vergleich zur Anpassung einer Geraden wie es in Abbildung 4.3 zu sehen ist. Der Verlauf erinnert hier auch nicht an eine Wurzelfunktion.

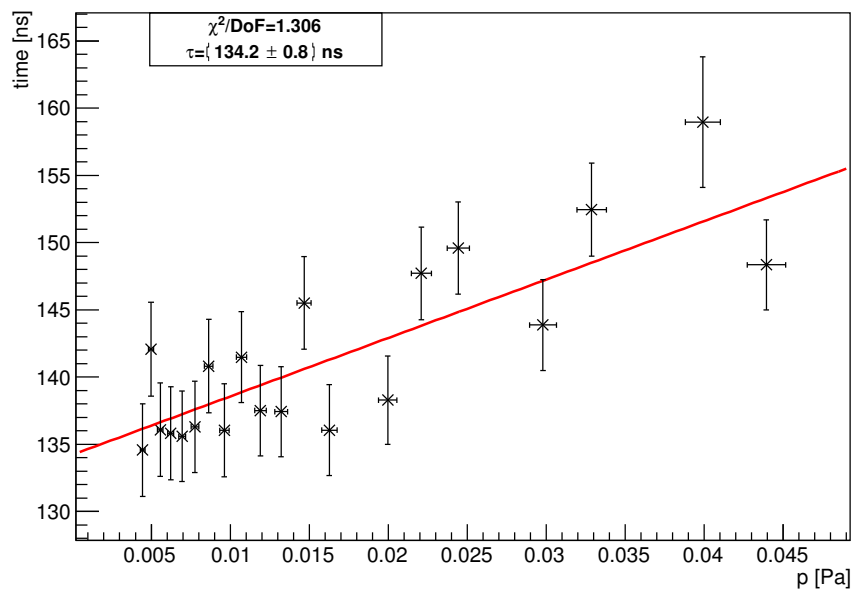
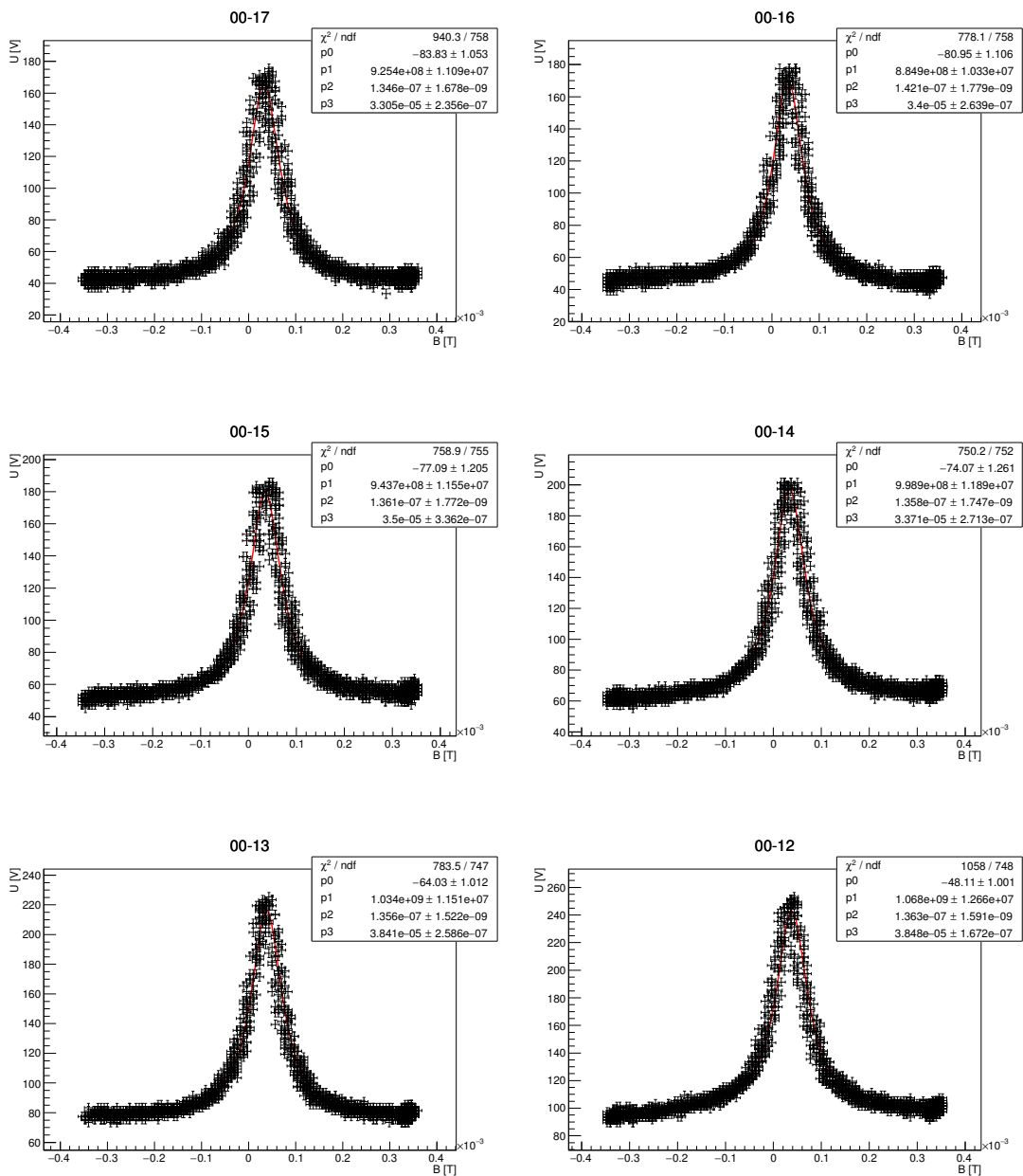


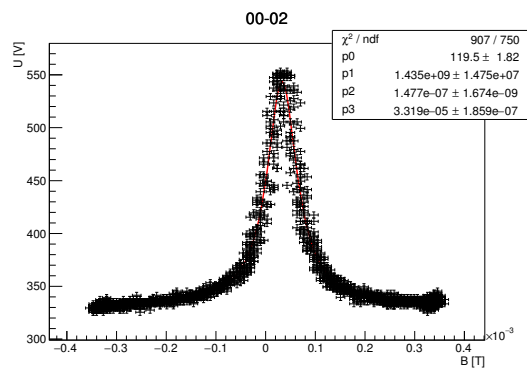
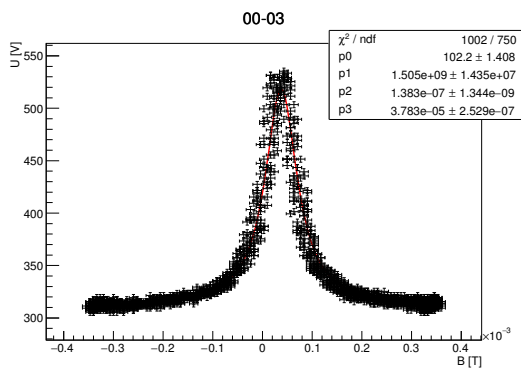
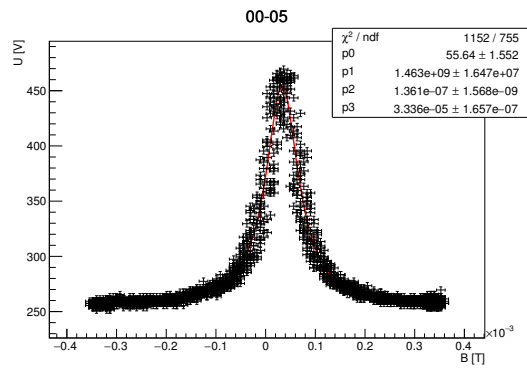
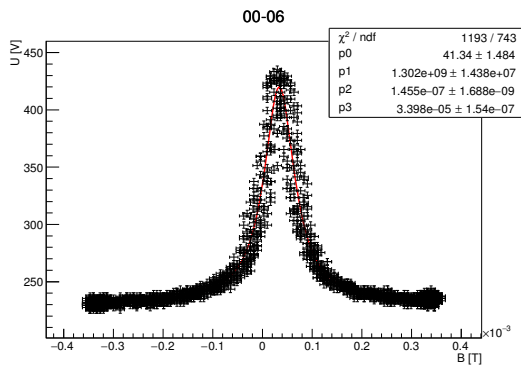
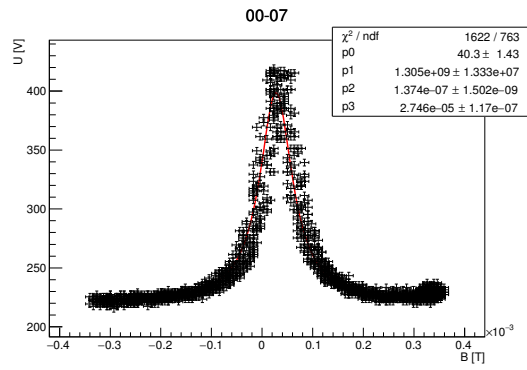
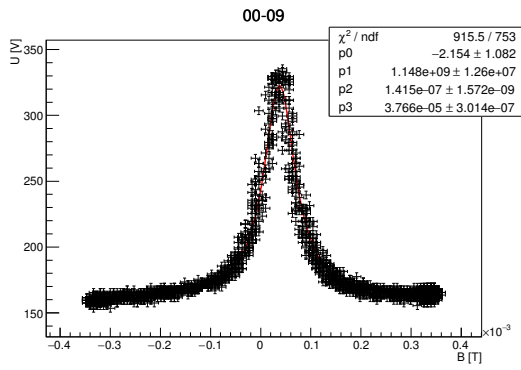
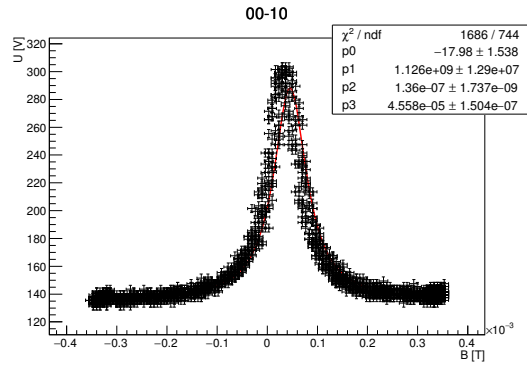
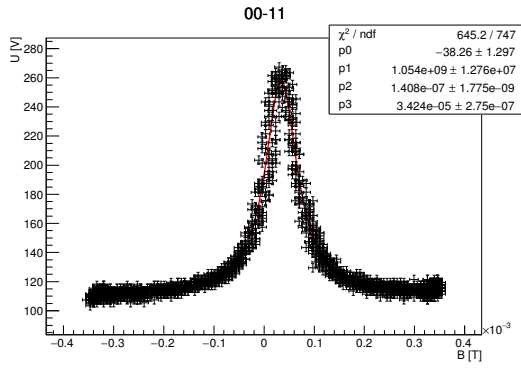
Abbildung B.5.: Verwendung einer addierten Wurzelfunktion bei der Messreihe bei 0° zur Überprüfung eines anderen Zusammenhangs als angenommen

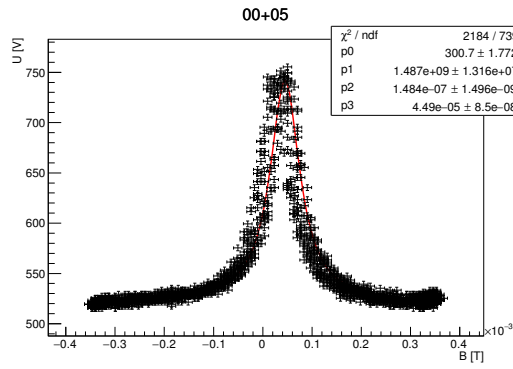
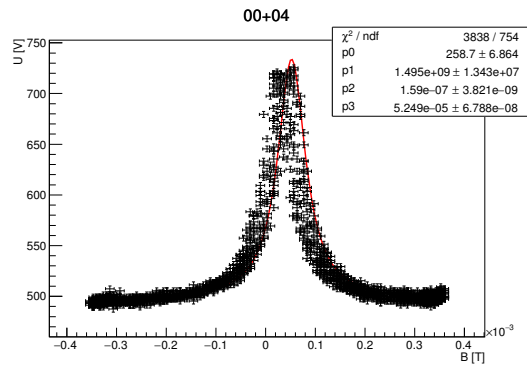
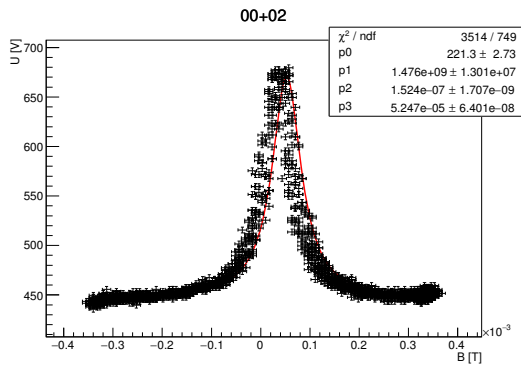
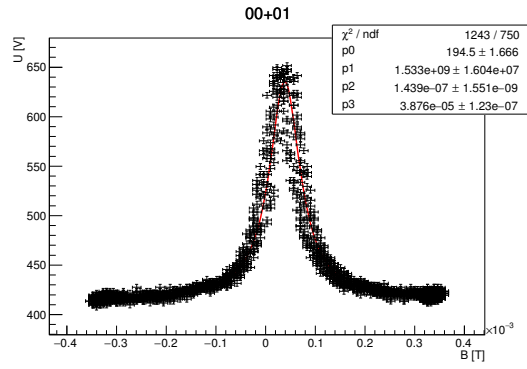
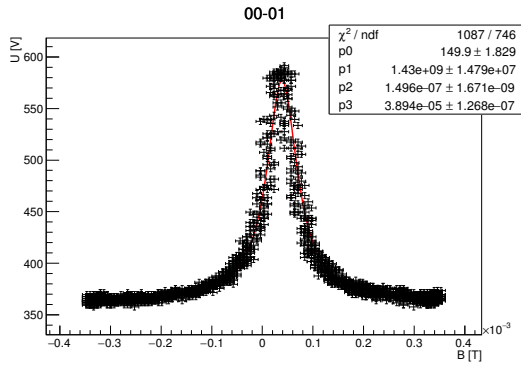
C. Gefittete Kurven

Die Bildüberschriften besitzen die Form „Winkel, Temperatur“.

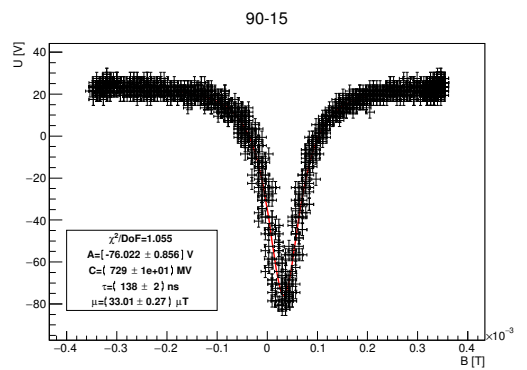
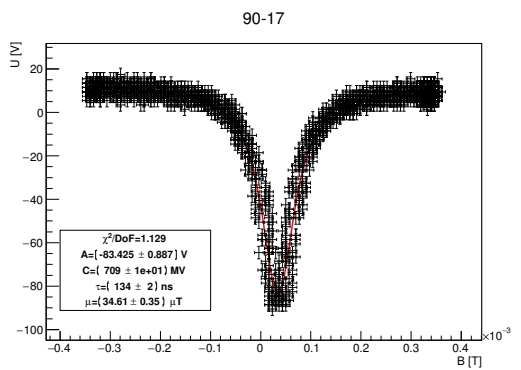
C.1. 0°-Einstellung

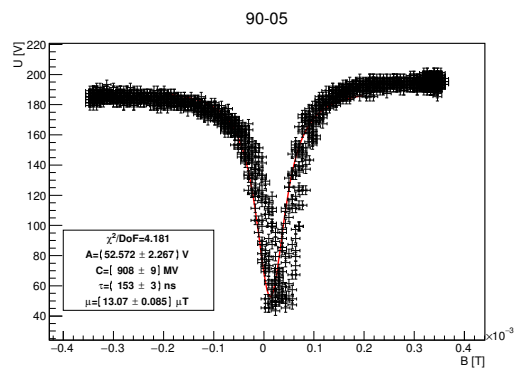
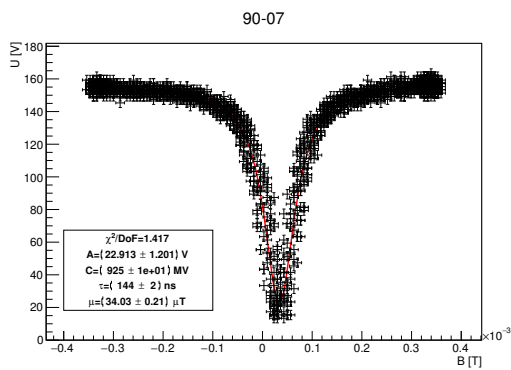
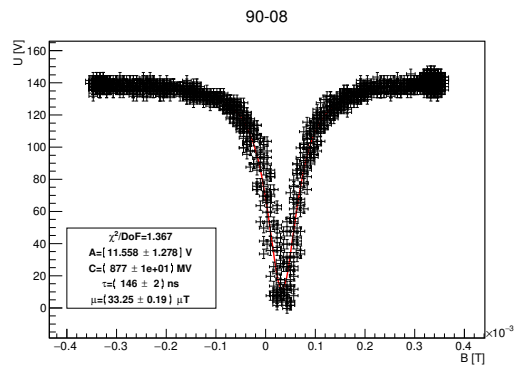
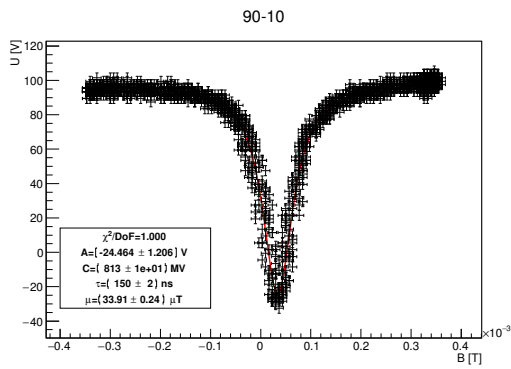
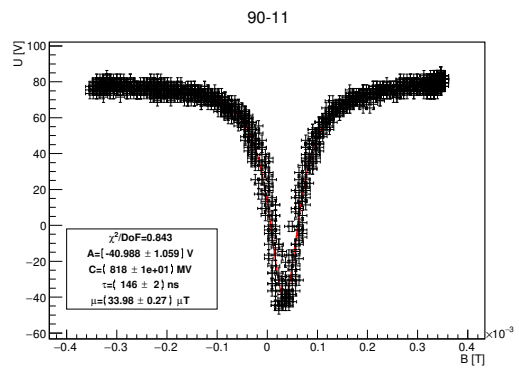
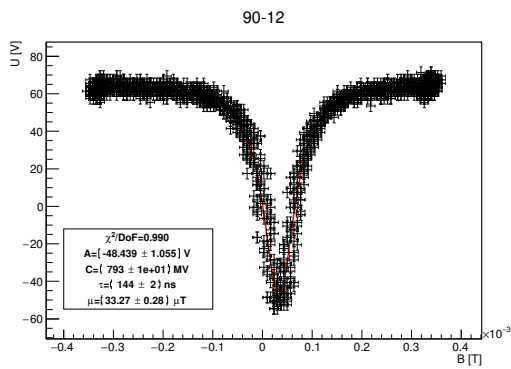
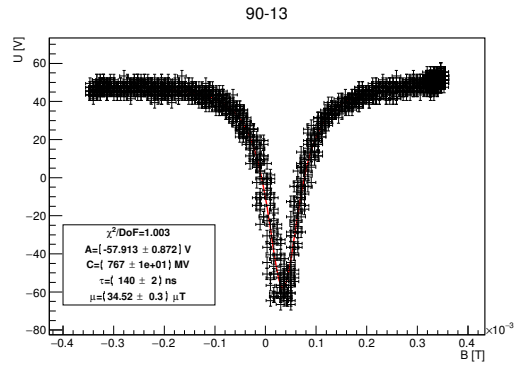
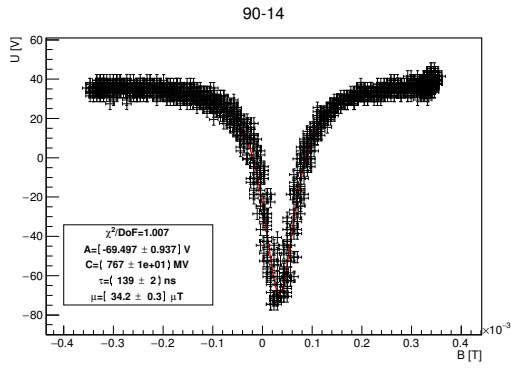


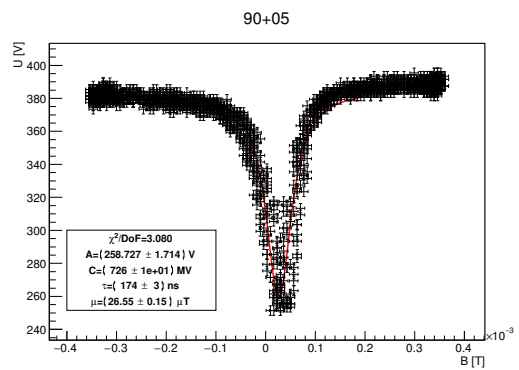
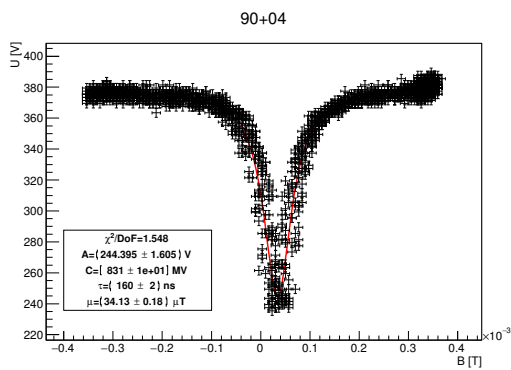
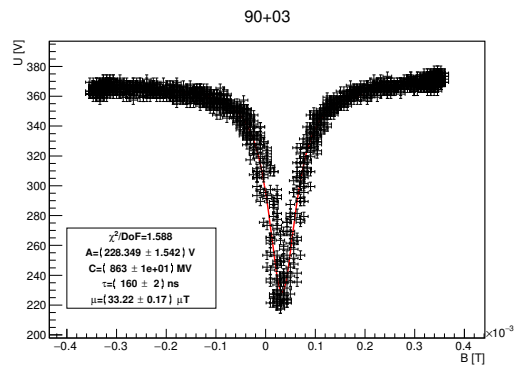
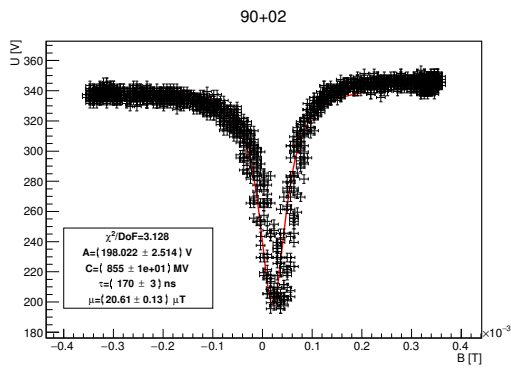
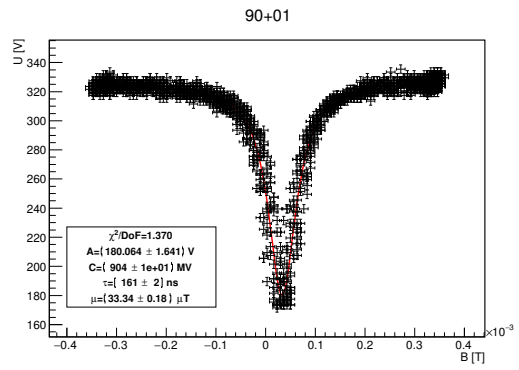
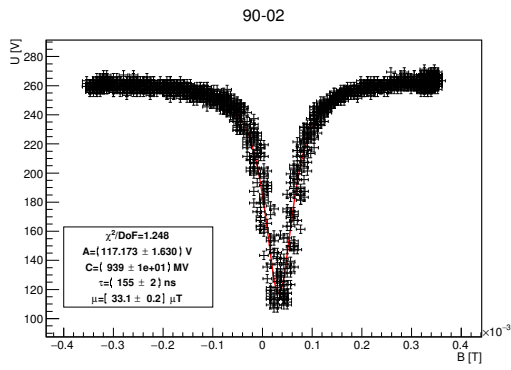
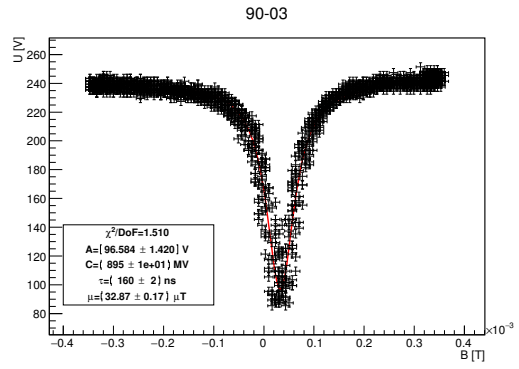
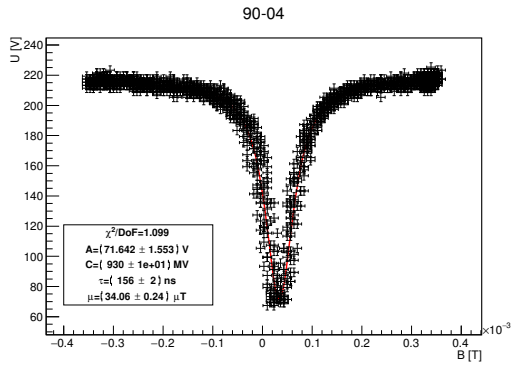


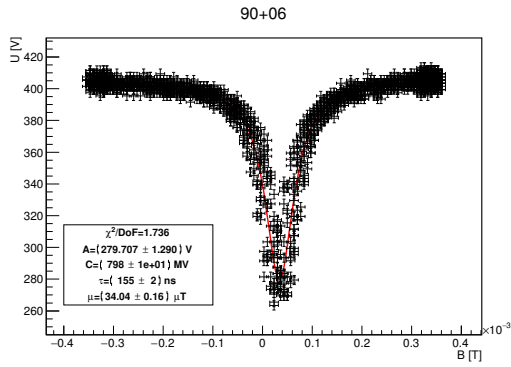


C.2. 90°-Einstellung

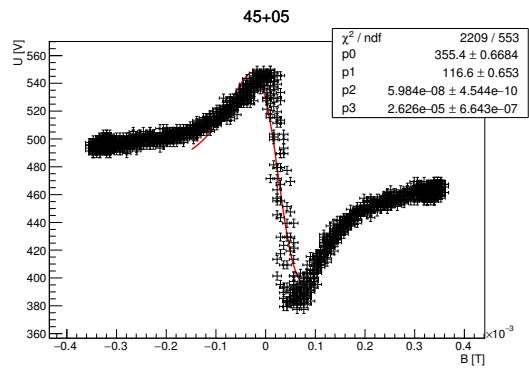
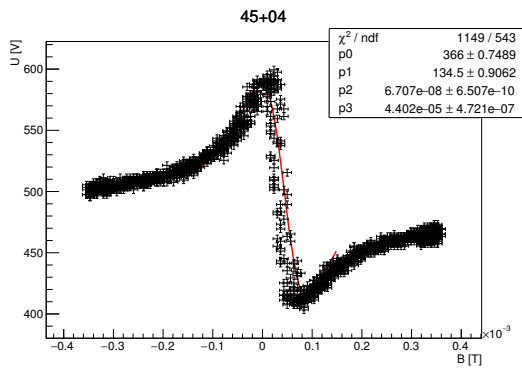
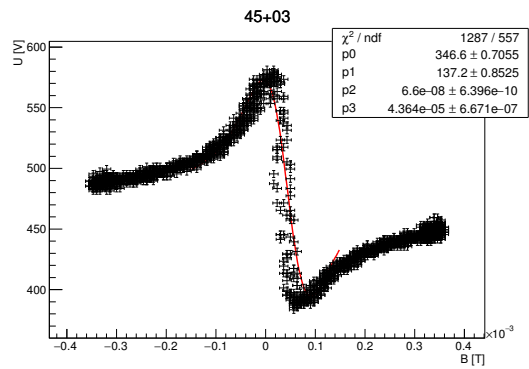
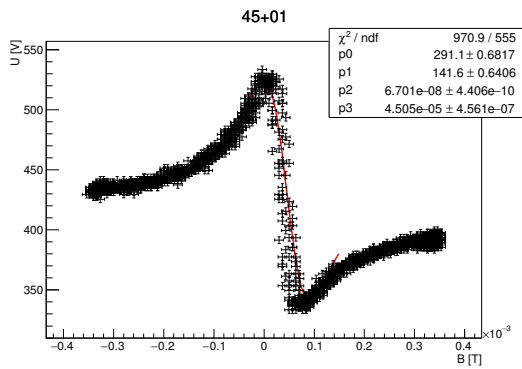
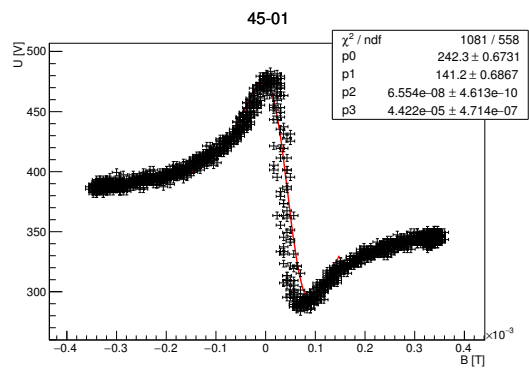
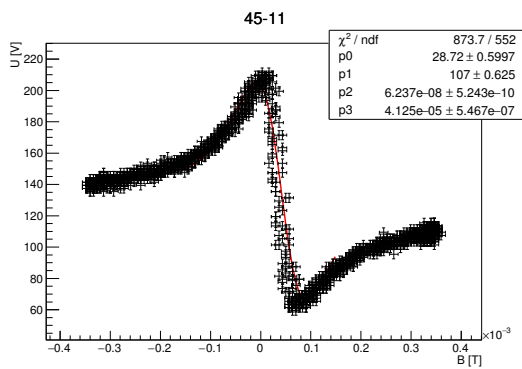




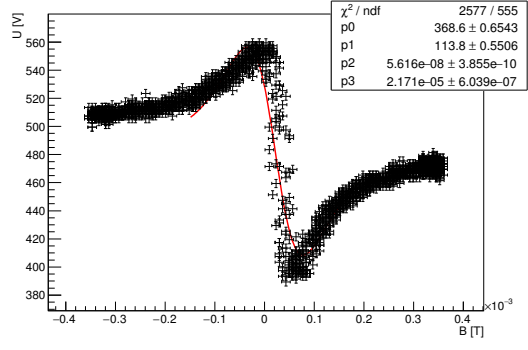




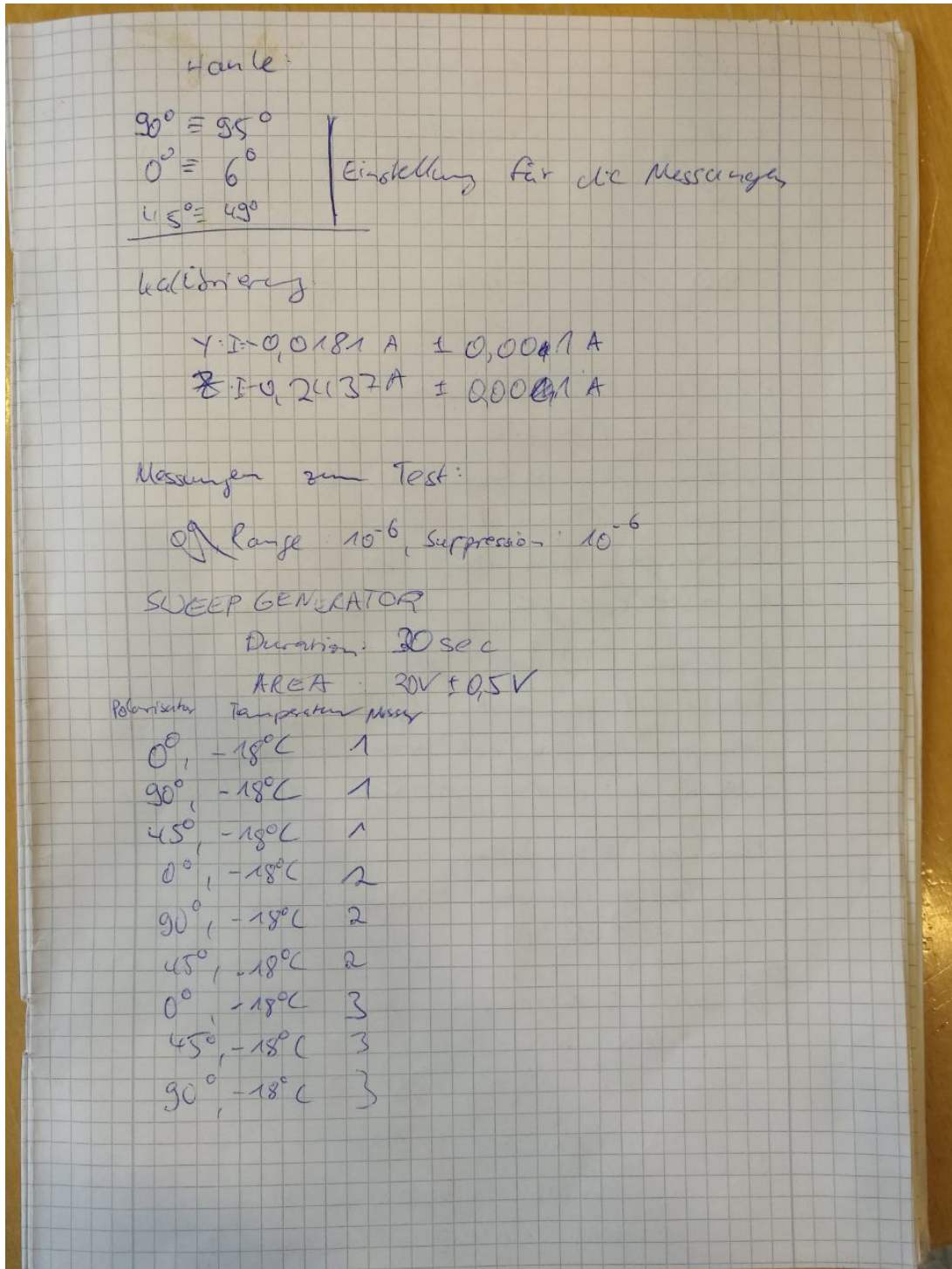
C.3. 45°-Einstellung



45+06



D. Messdaten



Für die Temperaturen

$$-15^{\circ}\text{C} \leq T \leq 6^{\circ}\text{C}$$

werden Daten aufgenommen für die Winkel 0° und 30° .

Exemplarisch auch bei 45° .

Einstellungen wie bei Test.

Fehler auf Winkel: 1°

Fehler auf Temperatur: $0,1$ bis $0,5$ K

Temperatur wird verwendet, wenn mindestens 10 Sekunden konstant

Format der Daten:

"Grad des Polarimeters" "Temperatur".csv
 $\in \{0, 45, 90\}$

2x

Danach: 5 Messungen bei 15°C

Um bei Winkeln

$-3^{\circ}, -1^{\circ}, 0^{\circ}, 1^{\circ}, 3^{\circ}$ zu

Analyse der Asymmetrien

Danach:

erweitert 3 Messungen bei

0° und 16°C zur Untersuchung

der Unterschiede im vgl. zu
den Testmessungen

Handbücher