

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	3
1 Einleitung	5
2 Physikalische Grundlagen	6
2.1 Semi-klassische Erklärung des Hanle-Effekts	6
2.2 Quantenmechanische Erklärung des Hanle-Effekts	7
2.3 Die Breit-Formel	8
2.4 Anwendung der Breit-Formel auf den Versuch	9
2.5 Dampfdruck und Coherence Narrowing	10
3 Aufbau und Durchführung	12
3.1 Aufbau	12
3.2 Durchführung	13
3.2.1 Vorüberlegungen	13
3.2.2 Kalibrierung	13
3.2.3 Fehlerbestimmung des Oszilloskops	13
3.2.4 Streuungsmessung	14
3.2.5 Aufwärmvorgang	14
3.2.6 Abkühlvorgang	14
4 Auswertung	15
4.1 Fehlerbestimmung des Oszilloskops	15
4.2 Bestimmung der Standardabweichung der Lebensdauer	15
4.3 Auswertung der Aufwärm- und Abkühlmessung	17
4.4 Extrapolation der Lebensdauer	21
5 Diskussion	23
A Anhang	27
Abbildungsverzeichnis	27
Tabellenverzeichnis	30
Literaturverzeichnis	51

In Tabelle 1 ist eine Übersicht über alle in diesem Versuchsprotokoll verwendeten Symbole gegeben.

Größensymbol	Bedeutung
A	Intensität
a_1, \dots, a_6	Konstanten
α	Winkel zwischen Polarisations- und z -Achse
$ a\rangle, b\rangle$	Zustände
\mathbf{B}, B	Magnetische Flussdichte
C	Konstante
e	Eulersche Zahl
\mathbf{D}	Dipoloperator
d	Lageparameter
\mathbf{E}	Elektrisches Feld
\mathbf{f}, \mathbf{g}	Polarisationsrichtungen
ϕ	Winkel zwischen Dipolachse und Beobachter
f, g	Übergangsmatrizen
g_J	Lande-Faktor
Γ	Dämpfungsterm
\hat{H}	Hamiltonoperator
i	Imaginäre Einheit
χ^2	Reduziertes Chi-Quadrat
κ	Faktor zwischen Stromstärke und Magnetfeld
$ m\rangle$	Grundzustand
m_J	Drehimpulsmagnetquantenzahl
$\boldsymbol{\mu}$	Magnetisches Moment
$ \mu\rangle$	Angeregter Zustand
μ_B	Bohrsches Magneton
P	Wahrscheinlichkeit
R	Gesamtintensität
\mathbf{r}	Ortsvektor
T	Temperatur
T_c	Kritische Temperatur
ω	Kreisfrequenz
ω_L	Larmorfrequenz
p	Druck
p_c	Kritischer Druck
Ψ	Wellenfunktion
s_x	Unsicherheit auf die Messgröße x
σ	Standardabweichung
t	Zeit
τ	Lebensdauer
I	Intensität, Stromstärke
U	Spannung
V	Kovarianzmatrix
\aleph, \beth	Regressionsparameter
x, y, z	Koordinaten

Tabelle 1: Symbole, die in diesem Versuchsprotokoll verwendet wurden.

1 Einleitung

Der nach Wilhelm Hanle benannte Hanle-Effekt beschreibt die Beeinflussung der Abstrahlintensität von durch Licht angeregten Atomen durch ein in eine bestimmte Richtung angelegtes äußeres magnetisches Feld und ist ein Spezialfall der quantenmechanischen „level crossing“-Theorie. Genutzt wird dieser Effekt in der Atomphysik bei spektrographischen Untersuchungen und dabei insbesondere bei der Bestimmung von Lebensdauern angeregter Zustände. In diesem Experiment wird der Hanle-Effekt ausgenutzt, um die Lebensdauer des 3P_1 -Zustands von Quecksilber zu bestimmen. Da die Lichtlaufzeit durch Absorption und Re-Emission innerhalb eines dichten Mediums gegenüber dem Vakuum verlängert erscheint, werden dabei Messreihen bei verschiedenen Temperaturen und damit Drücken durchgeführt, um die Lebensdauer des 3P_1 -Zustandes für eine Dichte von $0 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ zu extrapolieren.

2 Physikalische Grundlagen

Die folgenden Ausführungen entstammen hauptsächlich der dem Versuch zugrunde liegenden Anleitung [1] sowie dem Staatsexamen [2].

2.1 Semi-klassische Erklärung des Hanle-Effekts

Trifft eine elektromagnetische Welle auf ein Quecksilberatom, so wird eines der äußeren Elektronen der s-Schale angeregt. Das Atom kann dann als oszillierender elektrischer Dipol beschrieben werden, dessen Dipolachse parallel zur Polarisationsrichtung zeigt. Die Intensität I der Quecksilber-Abstrahlung hängt maßgeblich von zwei Komponenten ab: Die Abstrahlcharakteristik eines oszillierenden Dipols ist proportional zu $\sin \phi$, wobei ϕ den Winkel zwischen Dipolachse und Beobachter darstellt. Ferner wird das Zurückfallen des Quecksilberatoms in den Grundzustand durch einen Exponentialterm der Art $\exp\{-t/\tau\}$ modelliert, wobei τ die Lebensdauer des Zustandes bezeichnet. Die Gesamtintensität der Abstrahlung eines einzelnen Atoms erhält man nun bis auf unwesentliche Konstanten durch Integration über die eben genannten Größen

$$I = C \cdot \int_0^{\infty} \sin^2(\phi(t)) e^{-t/\tau} dt, \quad (1)$$

wobei C eine Konstante ist und ϕ als Funktion der Zeit geschrieben wurde: Legt man nämlich ein äußeres magnetisches Feld senkrecht zur Dipolachse an, so übt dieses ein Drehmoment auf das System aus. Das System fängt an, in einer Ebene senkrecht zur magnetischen Flussdichte \mathbf{B} zu präzedieren, was einen magnetischen Dipol induziert. Für das magnetische Dipolmoment $\boldsymbol{\mu}$ des Systems lässt sich folgende Bewegungsgleichung herleiten:

$$\frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt} = \omega_L \cdot \left(\boldsymbol{\mu} \times \frac{\mathbf{B}}{B} \right). \quad (2)$$

Dabei ist $\omega_L = g_J \frac{\mu_B}{\hbar} B$ die Larmorfrequenz, die die Präzessionsfrequenz des Drehimpulses beschreibt. Die grobe Geometrie ist in Abb. 1 skizziert.

Falls zum Zeitpunkt $t = 0$ die Polarisationsrichtung des einfallenden Lichts, welche auch der Dipolachse entspricht, parallel zur Beobachtungsrichtung, so folgt aus $\phi(0) = 0$ damit $\phi(t) = \omega_L t$. Dadurch kann man die Gesamtintensität unter Benutzung von Gleichung (1) berechnen:

$$I = C \cdot \int_0^{\infty} \sin^2(\omega_L t) e^{-t/\tau} dt = \frac{C\tau}{2} \left(\frac{(2\omega_L\tau)^2}{1 + (2\omega_L\tau)^2} \right). \quad (3)$$

Dies stellt eine invertierte Lorentz-Kurve bezüglich $2\omega_L\tau$ dar. Die geometrische Konfiguration wird in Anlehnung an den Winkel zwischen Polarisationsrichtung und z-Achse 90°-Einstellung genannt.

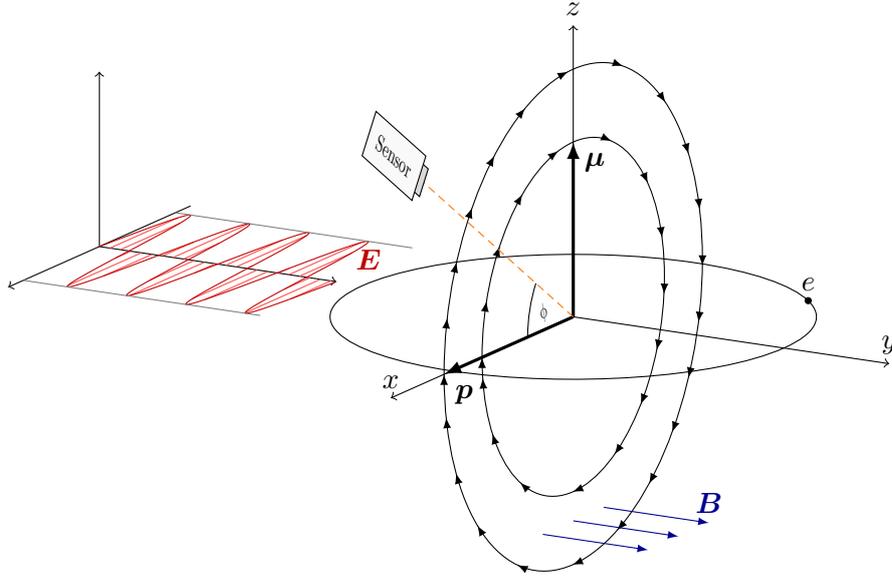


Abbildung 1: Grobe Darstellung der geometrischen Zusammenhänge bei der Präzessionsbewegung eines Elektrons zur semi-klassischen Erklärung des Hanle-Effekts.

Ist hingegen bei $t = 0$ die Polarisationsrichtung des einfallenden Lichts senkrecht zur Beobachtungsrichtung, folgt stattdessen $\phi(t) = \omega_L t + \frac{\pi}{2}$ und somit

$$I = C \cdot \int_0^{\infty} \cos^2(\omega_L t) e^{-t/\tau} dt = \frac{C\tau}{2} \left(2 - \frac{(2\omega_L\tau)^2}{1 + (2\omega_L\tau)^2} \right), \quad (4)$$

was einer normal orientierten Lorentz-Kurve entspricht.

Für einen beliebigen Winkel α zwischen Polarisationsrichtung und z -Achse erhält man dagegen gerade

$$I = C \cdot \int_0^{\infty} \cos^2(\omega_L t + \alpha) e^{-t/\tau} dt = \frac{C\tau}{2} \left(\frac{1 + (2\omega_L\tau)^2 + \cos(2\alpha) - 2\tau\omega_L \sin(2\alpha)}{1 + (2\omega_L\tau)^2} \right). \quad (5)$$

Ein in unserem Versuch verwendeter Spezialfall ist die 45° -Konfiguration. Die Intensität lautet dann:

$$I = \frac{C\tau}{2} \left(1 - \frac{2\omega_L\tau}{1 + (2\omega_L\tau)^2} \right). \quad (6)$$

2.2 Quantenmechanische Erklärung des Hanle-Effekts

Aus Sicht der Quantenmechanik ist der Hanle-Effekt ein Spezialfall des allgemeineren „level crossings“, das hier bei einer magnetischen Flussdichte von $B = 0$ auftritt. Für einen Zustand, dessen Gesamtdrehimpulsquantenzahl J nicht verschwindet, sind ohne ein äußeres magnetisches Feld die Zeemann-Niveaus der m_J -Zustände entartet.

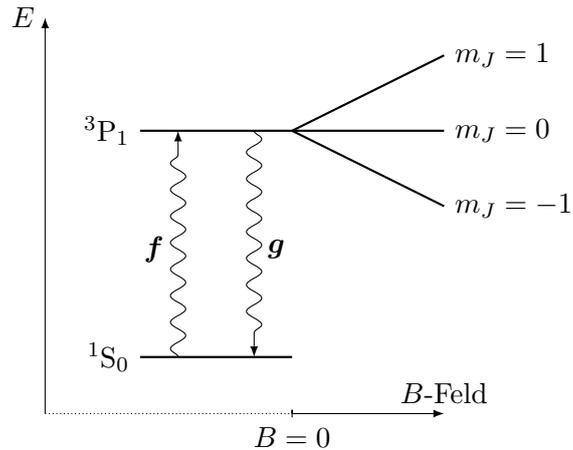


Abbildung 2: Aufhebung der Entartung der Zeemann-Niveaus des 3P_1 -Zustandes mit schematischer Darstellung der Resonanzfluoreszenz. Dabei wird das einfallende Photon mit f und das emittierte Photon mit g markiert.

Die Energien dieser lassen sich also energetisch nicht unterscheiden. Durch Anlegen eines äußeren magnetischen Feldes B wird diese Entartung aufgehoben (siehe Abb. 2). Für große magnetische Felder können zwei angeregte Zustände b und c separat in den Grundzustand zurückfallen. Emittiert Zustand b dabei Licht der Form $A_b \cos \omega_b t$ und c Licht der Form $A_c \cos \omega_c t$, so beobachtet man als Intensität bis auf Konstanten gerade $A_b^2 + A_c^2$. Ist allerdings das magnetische Feld gering genug, so interferieren beide Zustände miteinander und es kommt zur kohärenten Überlagerung. Die beobachtete Intensität ist dann proportional zu $(A_b + A_c)^2$.

Der Hanle-Effekt kann daher als Interferenzphänomen der bei $B = 0$ energetisch entarteten Zustände gesehen werden, das als Intensitätszuwachs beobachtet wird, wenn man das magnetische Feld von negativen zu positiven Werten variiert.

2.3 Die Breit-Formel

Ein für die quantenmechanische Beschreibung nützlicher Zusammenhang ist über die Breit-Formel gegeben. Diese beschreibt im Rahmen der Resonanzfluoreszenz die Emissionsrate von Photonen der Polarisationsrichtung g , die von einem System emittiert werden, das mit Photonen der Polarisationsrichtung f angeregt wurde.

Ausgangspunkt ist ein quantenmechanisches System mit Grundzuständen $|m\rangle$ und angeregten Zuständen $|\mu\rangle$, das sich für $t < 0$ in Ruhe befindet und bei $t = 0$ angeregt wird. In Dipolnäherung ist der Hamiltonoperator, der die Wechselwirkung zwischen System und Photon beschreibt, bis auf Konstanten gegeben durch

$$\hat{H}_{\gamma e} = -\mathbf{D} \cdot \mathbf{E}, \quad (7)$$

wobei \mathbf{D} den Dipoloperator und \mathbf{E} den elektrischen Feldoperator bezeichnet. Da der Dipoloperator neben der Ladung nur vom Ortsvektor \mathbf{r} und das elektrische Feld

proportional zur Polarisationsrichtung \mathbf{f} des einfallenden Photons ist, erhält man unter Vernachlässigung irrelevanter Konstanten

$$\hat{H}_{\gamma e} = \mathbf{r} \cdot \mathbf{f}. \quad (8)$$

Die Wahrscheinlichkeit eines Übergangs des Systems vom Zustand a zum Zustand b ist also bezüglich der Wechselwirkung mit dem Strahlungsfeld durch die Übergangsmatrixelemente $f_{ab} = \langle a | \mathbf{r} \cdot \mathbf{f} | b \rangle$ gegeben. Das ungestörte System befindet sich für $t < 0$ in einem Zustand

$$|\Psi_m\rangle = |m\rangle + \sum_{\mu} f_{\mu m} |\mu\rangle \exp\left\{\left(-i\omega_{\mu} + \frac{\Gamma_{\mu}}{2}\right)t\right\}, \quad (9)$$

wobei ω_{μ} (modulo Konstanten) die Energie des angeregten μ -Zustandes angibt. Die Wechselwirkung mit der Umgebung induziert dissipative Prozesse, die mit durch einen Dämpfungsterm der Art $\Gamma_{\mu} = \frac{1}{\tau_{\mu}}$ beschrieben werden, wobei τ_{μ} die Lebensdauer des jeweiligen Zustands bezeichnet.

Die Wahrscheinlichkeit P eines Übergangs in einen Grundzustand zur Zeit t , der von einem Photon der Polarisation \mathbf{f} hervorgerufen und dabei ein Photon der Polarisation \mathbf{g} emittiert, ist maßgeblich bestimmt durch

$$\begin{aligned} P(\mathbf{f}, \mathbf{g}, t) &= \sum_{mm'} |\langle m' | \mathbf{r} \cdot \mathbf{g} | \Psi_m \rangle|^2 \\ &= \sum_{\substack{mm' \\ \mu\mu'}} f_{m\mu} f_{\mu'm} g_{\mu\mu'} g_{m'\mu'} \exp\{i(\omega_{\mu} - \omega_{\mu'}) - \Gamma_{\mu\mu'}\} t. \end{aligned} \quad (10)$$

Dabei wurden verschiedene Grund- und Anregungszustände als orthogonal angesehen (woraus $g_{mm'} = 0$ und dergleichen folgt) und $\Gamma_{\mu\mu'} = \frac{1}{2}(\Gamma_{\mu} + \Gamma_{\mu'})$ definiert. Treffen nun Photonen mit einer Rate von N auf das System, erhält man die beobachtete Gesamtintensität R bis auf unwesentliche Konstanten als

$$R(\mathbf{f}, \mathbf{g}) = N \int_0^{\infty} P(\mathbf{f}, \mathbf{g}, t) dt = N \sum_{\substack{mm' \\ \mu\mu'}} \frac{f_{m\mu} f_{\mu'm} g_{\mu\mu'} g_{m'\mu'}}{\Gamma_{\mu\mu'} - i(\omega_{\mu} - \omega_{\mu'})}. \quad (11)$$

2.4 Anwendung der Breit-Formel auf den Versuch

Wie bereits in der Einleitung erwähnt, betrachten wir in unserem Experiment den Übergang des 3P_1 -Zustandes von Quecksilber in den 1S_0 -Grundzustand. Der angeregte Zustand spaltet sich – wie in Abb. 2 angedeutet – in drei Zeemann-Niveaus mit $m_J = -1, 0, \text{ und } 1$ auf. Da eine Änderung Gesamtdrehimpulsmagnetquantenzahl um $\Delta m_J = 0$ linear polarisiertes Licht bedingt und nur zirkulares Licht beiträgt, betrachten wir nur zwei angeregte Zustände, die wir mit b und c betiteln. Den Grundzustand taufen wir a . Die Anwendung der Breitschen Formel liefert nun

$$R = \frac{|f_{ab}|^2 |g_{ba}|^2}{\Gamma_b} + \frac{f_{ba} f_{ac} g_{ca} g_{ab}}{\Gamma_{bc} - i(\omega_b - \omega_c)} + \frac{f_{ab} f_{ca} g_{ac} g_{ba}}{\Gamma_{bc} - i(\omega_c - \omega_b)} + \frac{|f_{ac}|^2 |g_{ca}|^2}{\Gamma_c}. \quad (12)$$

Aus der durch den Zeemann-Effekt hervorgerufenen Energieverschiebung der m_J -Niveaus von $m_J g_J \mu_B B$ ergibt sich für den Abstand beider Frequenzen ω_b, ω_c :

$$\Delta\omega = \omega_c - \omega_b = 2m_J g_J \mu_B B. \quad (13)$$

Für schwache Magnetfelder haben wir es mit einer kohärenten Überlagerung zu tun, weswegen wir aus Gleichung (12) bis auf Konstanten

$$R_{\text{koh}} \approx |f_{ab}g_{ba} + f_{ac}g_{ca}|^2 \quad (14)$$

erhalten. Im Fall starker magnetischer Felder sind hingegen die mittleren Terme vernachlässigbar und man erhält

$$R_{\text{sep}} \approx |f_{ab}|^2 |g_{ba}|^2 + |f_{ac}|^2 |g_{ca}|^2. \quad (15)$$

Definiert man nun $A = f_{ba}f_{ac}g_{ca}g_{ab}$ und $\Gamma = \Gamma_{bc}$, lässt sich Gleichung (12) auch als

$$\begin{aligned} R &= R_{\text{sep}} + \frac{A}{\Gamma + i\Delta\omega} + \frac{A^*}{\Gamma - i\Delta\omega} \\ &= R_{\text{sep}} + 2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{A}{\Gamma + i\Delta\omega} \right\} \\ &= R_{\text{sep}} + 2 \operatorname{Re}\{A\} \frac{\Gamma}{\Gamma^2 + (\Delta\omega)^2} \end{aligned} \quad (16)$$

schreiben. Bis auf Konstanten erhält man nun mit $\Gamma = \frac{1}{\tau}$ das bekannte Ergebnis (dabei wurde das Vorzeichen umgekehrt und Eins addiert)

$$R \propto 1 - \frac{1}{1 + (2\omega_L\tau)^2} = \frac{(2\omega_L\tau)^2}{1 + (2\omega_L\tau)^2}, \quad (17)$$

wobei die Larmorfrequenz $\omega_L = \Delta\omega/2$ aus Abschnitt 2.1 verwendet wurde.

2.5 Dampfdruck und Coherence Narrowing

Wird ein von einem angeregten Atom emittiertes Photon von einem weiteren Atom der Probe absorbiert, so wird letzteres davon angeregt. Diesen Effekt nennt man auch „Coherence Narrowing“. Dies führt dazu, dass dieses nach dem Zerfall des Anregungszustands ebenfalls ein Photon der gleichen Art emittiert, welches von dem ursprünglichen Photon ununterscheidbar ist. Dadurch erscheint die Lebensdauer des Zustandes verlängert. Um diese Beeinträchtigung der Messung zu eliminieren, führt man den Versuch bei verschiedenen Drücken des Gases durch, um so auf $0 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ zu extrapolieren.

Der Druck ist als solches in unserem Versuch nicht messbar. Deswegen geht man den Umweg über die messbare Temperatur T , aus welchem sich der Druck p des Quecksilberdampfes über eine empirische Formel berechnen lässt:

$$\log \frac{p}{p_c} = \frac{T}{T_c} \cdot \left(a_1 T_r + a_2 T_r^{1,89} + a_3 T_r^3 + a_4 T_r^8 + a_5 T_r^{8,5} + a_6 T_r^9 \right) \quad (18)$$

Dabei ist $T_r = 1 - \frac{T}{T_c}$, T_c die kritische Temperatur und p_c der kritische Druck. Diese Größen sind mit den Konstanten a_1 bis a_6 in der Auswertung (siehe Abschnitt 4.3) zu finden.

3 Aufbau und Durchführung

3.1 Aufbau

Für die Anregung des 3P_1 -Zustands von Quecksilber, dessen Lebensdauer in diesem Versuch bestimmt werden soll, ist Licht derselben Art zu verwenden: Für die Bestrahlung der Quecksilberprobe verwendet man daher eine Quecksilberdampfampe (mit QL in Abb. 3 gekennzeichnet), die an ein hochfrequentes Hochspannungsnetzteil angeschlossen ist. Das Licht wird dann über eine Linse (L) fokussiert und dann über einen Intensitätsfilter (IF) gefiltert. Dort wird die benötigte Wellenlänge von $\lambda = 253,7 \text{ nm}$ aus dem restlichen Lampenspektrum gefiltert. Anschließend trifft das Licht auf einen doppelbrechenden Polarisationsfilter (PF) und eine weitere Linse (L), die das Licht in die Quecksilberresonanzzelle (QZ) mit der Quecksilberprobe fokussiert. Die Quecksilberzelle selber ist auf einer Wärmesenke aus Kupfer montiert und umgeben von drei Helmholtzspulenpaaren (HS), die eine Justage des Magnetfeldes in alle drei Raumrichtungen ermöglichen. Gekühlt wird die Quecksilberzelle über Peltierelemente (PE), die über Heat-Pipes (HP) mit dieser verbunden sind. Da für die Kühlung große Ströme benötigt werden, welche ein störendes Magnetfeld erzeugen, befindet sich die Kühlung weit außerhalb von der Zelle. Die Intensität des von der Quecksilberprobe emittierten Lichtes wird von einem Photomultiplier (PM) gemessen, welcher mit der Rampenspannung, die an der Helmholtzspule in x -Richtung anliegt, an einem Oszilloskop abgelesen werden kann. Nicht dargestellt in Abbildung 3 ist ein Thermometer, mit dem die Temperatur der Zelle abgelesen werden kann.

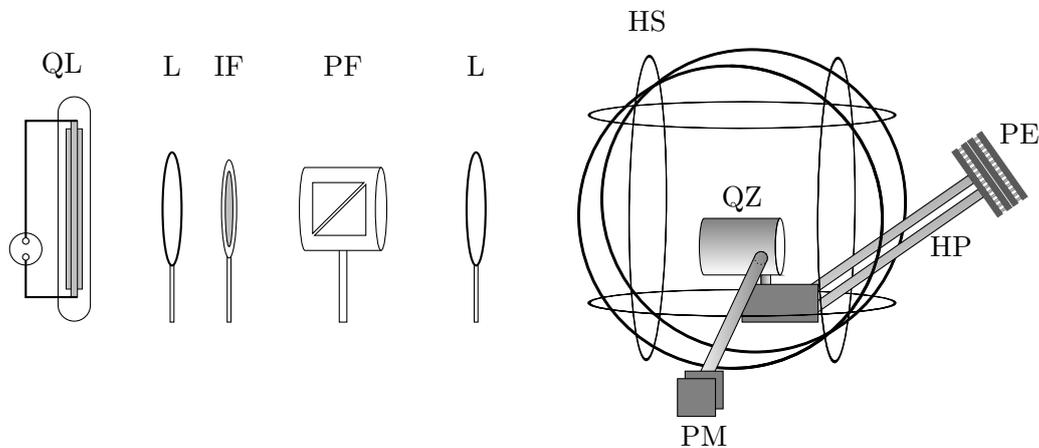


Abbildung 3: Schematische Darstellung der einzelnen Komponenten des Versuchsaufbaus, adaptiert von der Anleitung [1].

3.2 Durchführung

3.2.1 Vorüberlegungen

Vor dem Start der eigentlichen Messung wurde überlegt, wie die zur Verfügung stehende Messzeit genützt werden solle. Da wir den Effekt des Coherence Narrowings, was in Abschnitt 2.5 bereits angesprochen wurde, möglichst gering halten wollten und wir die Kühlung als relativ träge einschätzten, begannen wir damit, den Versuchsaufbau auf -10 °C herunterzukühlen, um daraufhin die Kalibrierung zu starten und am ersten Versuchstag mit einer Aufwärmmessung fortzufahren. Da der Aufbau zu Beginn des zweiten Versuchstags Raumtemperatur innehatte, beschlossen wir, an diesem Tag mit einer Abkühlmessung zu starten.

3.2.2 Kalibrierung

Zunächst wurde eine Kalibrierung der Messapparaturen und des restlichen Aufbaus durchgeführt. Dafür wurde an der Regelung des Photomultipliers der Stromstärkenabzug (suppression) auf ca. 10^{-6} A gesetzt und die Feineinstellung so justiert, dass auf dem Oszilloskop ein Signal sichtbar war, nachdem die Lampe mit Heizung eingeschaltet wurde. Danach galt es, den Polarisator derart einzustellen, dass beim Durchfahren der Stromrampe eine wohlgeformte Lorentzkurve, wie sie bei der 0° -Einstellung zu erwarten ist, auf dem Oszilloskop erkennbar war; bei uns war dies der Fall bei einer Polarisatoreinstellung von -6° .

Anschließend sollten die Spulenströme eingestellt werden. Dafür stellten wir für den Spulenstrom des Magnetfelds in x -Richtung $I_x = 1\text{ A}$ ein und minimierten dann den Ausschlag des Photomultiplierstroms durch Justage von den Strömen I_y, I_z der Magnetfelder in y - und z -Richtung. Anschließend wurde der Polarisator so eingestellt, dass das 90° -Signal gut erkennbar war. Daraufhin wurden alle Ströme auf Null gesetzt und die Symmetrie der Lorentzkurve beim Durchfahren der Rampe durch Variation des Polarisatorwinkels optimiert. Nun waren erneut I_y und I_z nachzuregeln, sodass die Intensität des Photomultiplierstroms minimiert wird. Diese Schritte wurden von uns so oft wiederholt, bis keine Verbesserung des Signals mehr erreicht werden konnte. Dies war bei uns der Fall bei $I_y = 0,0191\text{ A}$ und $I_z = -0,2712\text{ A}$.

3.2.3 Fehlerbestimmung des Oszilloskops

Da sowohl die Bestimmung des Rampenstroms als auch die Intensitätsmessung über das Oszilloskop durchgeführt werden, ist eine korrekte Bestimmung der Fehler von enormer Wichtigkeit.

Die Bedienungsanleitung des von uns verwendeten Oszilloskops [4] suggeriert einen Gerätefehler von 3%. Da sich dieser Fehler allerdings nur auf das Oszilloskop bezieht und Fehler auf die restliche Elektronik, welche sich in zusätzlichem Rauschen widerspiegeln, vernachlässigt, entschieden wir uns, den obigen Gerätefehler mit der Standardabweichung einer Rauschmessung zu verrechnen: Dafür nahmen wir innerhalb von drei Messreihen für insgesamt 150 s mit dem Oszilloskop Signale auf, nach-

dem wir den Rampenstrom auf $I_x = 1$ A gesetzt haben. Vom Photomultipliersignal und von dem Rampenstrom wird dann in der Auswertung die Standardabweichung bestimmt, welche dann mit dem Gerätefehler verrechnet wird (siehe Abschnitt 4.2).

3.2.4 Streuungsmessung

Nach erfolgreicher Kalibrierung wurde dann eine weitere Messung zur besseren Bestimmung der Unsicherheiten gemacht. Dafür wurde bei einer Temperatur von $T = -10^\circ$ auf dem Polarisator die 0° -Einstellung vorgenommen und dann bei einer Rampendauer von 30 s insgesamt 15 Messungen zur Bestimmung der Lebensdauer durchgeführt. Dabei sollen später aus der Streuung der Lebensdauern Rückschlüsse auf die Unsicherheit auf die Lebensdauern gezogen werden.

Am Ende des zweiten Versuchstag wiederholten wir eine ähnliche Messreihe bei einer Temperatur von $T = 6^\circ$ bei gleicher Polarisatoreinstellung, um die Streuung auch bei einer anderen Temperatur quantifizieren zu können.

3.2.5 Aufwärmvorgang

Nach der Messung der Streuung wurde dann der Peltierstrom schrittweise gesenkt, sodass sich die Temperatur der Zelle verringert. Für jeden Peltierstrom notierten wir die zugehörige Temperatur und nahmen Messungen der 0° -, 45° - und 90° -Signale auf. Diese wurden am Oszilloskop mit der Rampe aufgezeichnet und dann am Computer als Tabellendatei abgespeichert. Da später auf eine Dichte von $0 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ extrapoliert werden soll, wählten wir am Anfang eine Temperaturschrittweite von 1 K, die wir dann durch eine dementsprechende Erhöhung der Peltierstromschrittweite bei steigender Temperatur erhöhten, um ein möglichst großes Spektrum abzufahren. Zwischen Einstellungen des Peltierstroms stellten wir sicher, stets über 30 min zu warten, um der Trägheit des Kühlsystems entgegenzukommen.

Die Messung des Aufwärmvorgangs startete somit bei $T = -10^\circ\text{C}$ und endete bei $T = 11^\circ\text{C}$.

Bei der Nachregelung des Peltierstroms fiel uns auf, dass dieser für ca. 15 min nach Einstellen des neuen Wertes nachreguliert werden musste. Um eine Beeinflussung des Thermometers durch das hochfrequente Hochspannungsnetzteil der Quecksilberdampfampe auszuschließen, schalteten wir dieses vor jeder Temperaturmessung kurzzeitig aus.

3.2.6 Abkühlvorgang

Am nächsten Versuchstag nahmen wir eine Messreihe auf, bei der wir die Temperatur verringerten. Dabei fingen wir bei $T = 21^\circ\text{C}$ an und erhöhten langsam den Peltierstrom, wobei wir auch hier 30 min zwischen den Messungen warteten. Die Messung des Abkühlvorgangs beendeten wir schließlich bei $T = 6^\circ\text{C}$.

4 Auswertung

4.1 Fehlerbestimmung des Oszilloskops

Wie in Abschnitt 3.2.3 bereits erwähnt wurde, nahmen wir drei Messreihen mit einer Dauer von jeweils 50 s auf, um die Streuung der Werte des Oszilloskops zu bestimmen. Die Standardabweichung der Spannung U , die vom Photomultiplier herrührt, sowie die Standardabweichung des Rampenstroms I lassen sich aus diesen Messungen zu

$$\begin{aligned}\sigma_U &= 1,40 \cdot 10^{-2} \text{ V} \\ \sigma_I &= 2,21 \cdot 10^{-3} \text{ A}\end{aligned}\tag{19}$$

bestimmen. Da der Fehler auf den Rampenstrom, welcher Werte von -1 A bis 1 A annehmen kann, verhältnismäßig gering ist, kann dieser vernachlässigt werden.

Der Fehler auf die Spannung des Photomultipliersignals wird mit dem Gerätefehler von 3 % folgendermaßen zum Gesamtfehler s_U auf die Spannung verrechnet:

$$s_U = \frac{0,03 \cdot U + \sigma_U}{2}.\tag{20}$$

Die Fehler wurden hierbei gemittelt und nicht quadratisch addiert, da bei der Bestimmung der Standardabweichung der Gerätefehler bereits miteinspielt und somit nicht doppelt verrechnet werden soll.

Hier und im Folgenden wird der Rampenstrom I aus der Spannung U_{Rampe} , die das Oszilloskop anzeigt, mit

$$I = U_{\text{Rampe}} \cdot 1 \frac{\text{A}}{\text{V}}\tag{21}$$

bestimmt.

4.2 Bestimmung der Standardabweichung der Lebensdauer

Um den Fehler auf die Lebensdauern besser quantifizieren zu können, wurden am Anfang des Versuchs 15 Messungen bei einer Temperatur von -10 °C und am Ende des Versuchs 10 Messungen bei einer Temperatur von 6 °C durchgeführt. Sämtliche Messungen wurden bei der 0° -Konfiguration aufgenommen.

Um die Lebensdauern zu bestimmen, wird dabei zunächst das Spannungssignal des Photomultipliers auf die Stromstärke der Rampe aufgetragen. Dies ist in Abbildung 4 exemplarisch gezeigt. Die Unsicherheit auf die Spannung wird dabei nach Gleichung (20) berechnet.

Unter Benutzung der Python-Methode `scipy.optimize.curve_fit` [3] wird nun ein Fit basierend auf der Methode kleinster Quadrate der Form

$$U = \frac{C\tau}{2} \left(2 - \frac{[2g_J \frac{\mu_B}{h} \kappa(I - I_0)\tau]^2}{1 + [2g_J \frac{\mu_B}{h} \kappa(I - I_0)\tau]^2} \right) + d\tag{22}$$

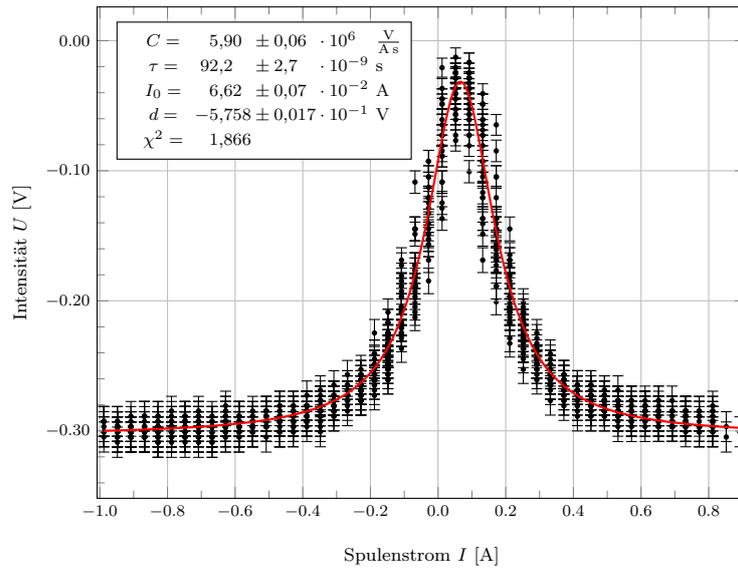


Abbildung 4: Photomultiplier-Spannungssignal aufgetragen auf den Rampenstrom zur Bestimmung der Streuung. Messpunkte sind schwarz markiert, während der Fit mit den in der Graphik angegebenen Parametern rot eingezeichnet ist. Der Wahrung der Übersicht halber wird in den folgenden Abbildungen dieser Art auf die Darstellung der Fehlerbalken verzichtet.

vollzogen, was Gleichung (4) entspricht, wobei ω_L eingesetzt wurde. Dem Fit wurde ebenfalls der über Gleichung (20) berechnete Fehler übergeben. In der obigen Form sind I, U die Oszilloskopsignale und C, τ, I_0 und d über den Fit bestimmte Parameter. Außerdem wurde die in Gleichung (4) angegebene Formel durch die Lagereparameter I_0 und d erweitert. Ferner wurde das Magnetfeld B durch den Strom I mit

$$B = \kappa(I - I_0), \quad \kappa = 3,363 \cdot 10^{-4} \frac{\text{T}}{\text{A}} \quad (23)$$

ausgedrückt und $g_J = 1,4838$ verwendet. Die numerischen Werte für κ und g_J sind der Versuchsanleitung [1] entnommen.

Über die oben beschriebene Methoden wurden alle der insgesamt 25 Streuungsmessungen ausgewertet. Exemplarisch ist ein Datensatz mit Fit in Abbildung 4 gezeigt; die restlichen Datensätze sind im Anhang zu finden (siehe dafür Abbildungen 14 bis 38). Die dort und in Tabelle 5 angegebenen Fehler sind durch die Wurzel der Diagonaleinträge der Kovarianzmatrix bestimmt worden, welche von der Python-Methode ausgegeben wird. Zur Wahrung der Übersicht wird bei allen folgenden Abbildungen auf die Darstellung der Fehlerbalken verzichtet. Um die Güte der Anpassung bewerten zu können, wird zu jedem Fit als Prüfgröße der reduzierte χ^2 -Wert berechnet, welcher bei jeder Graphik im Satz der bestimmten Fitparameter zu finden ist.

Aus den zehn Messungen bei 6°C bzw. den 15 Messungen bei -11°C ergaben

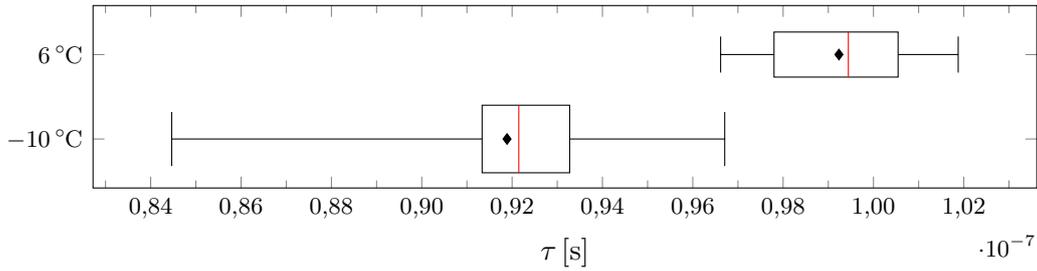


Abbildung 5: Kastengraphik zur Visualisierung der in Abschnitt 4.2 bestimmten Lebensdauern. Aufgrund des geringen Datensatzes beziehen sich die Antennen nicht wie üblich auf das 0,05- bzw. 0,95-Quantil, sondern geben die Lage des Minimums und Maximums an.

sich als Standardabweichungen der Lebensdauern

$$\begin{aligned} 6\text{ °C} : \sigma_{\tau}^{(1)} &= 1,89 \text{ ns} \\ -11\text{ °C} : \sigma_{\tau}^{(2)} &= 2,80 \text{ ns.} \end{aligned} \quad (24)$$

Die Lebensdauern selber sind in der in Abbildung 5 gezeigten Kastengraphik angezeigt. Die Abbildung bestätigt den in Gleichung (24) aufgezeigten Umstand, dass beide Messungen unterschiedlich stark streuen. Da beide Datensätze an vergleichsweise extremen Temperaturen aufgenommen wurden, erscheint es uns als sinnvoll, als Standardabweichung der Lebensdauer den Mittelwert der oben bestimmten Standardabweichungen zu verwenden:

$$\sigma_{\tau} = \frac{\sigma_{\tau}^{(1)} + \sigma_{\tau}^{(2)}}{2} \quad (25)$$

Diese konstruierte Standardabweichung wird in den folgenden Abschnitten benutzt, um den Fehler auf die Lebensdauer zu ergänzen: Da diese ebenfalls durch die oben beschriebene Fitmethode bestimmt werden, welche einen Fehler $s_{\tau, \text{fit}}$ aus der Kovarianzmatrix liefert, bietet es sich an, die Streuung der Messwerte in den Fehler s_{τ} folgendermaßen einfließen zu lassen:

$$s_{\tau} = \sqrt{s_{\tau, \text{fit}}^2 + \sigma_{\tau}^2} \quad (26)$$

Dies soll zur Folge haben, dass die statistische Streuung bei der Bestimmung der Unsicherheiten nicht unterschätzt wird.

4.3 Auswertung der Aufwärm- und Abkühlmessung

Wie bereits in der Durchführung beschrieben wurde, wurden zu verschiedenen Temperaturen jeweils das Signal der 0°, der 45°- und der 90°-Einstellung des Polarisators vermessen. Im Folgenden wird daher kurz beschrieben, wie aus jeder Polarisatoreinstellung die Lebensdauer bestimmt wurde.

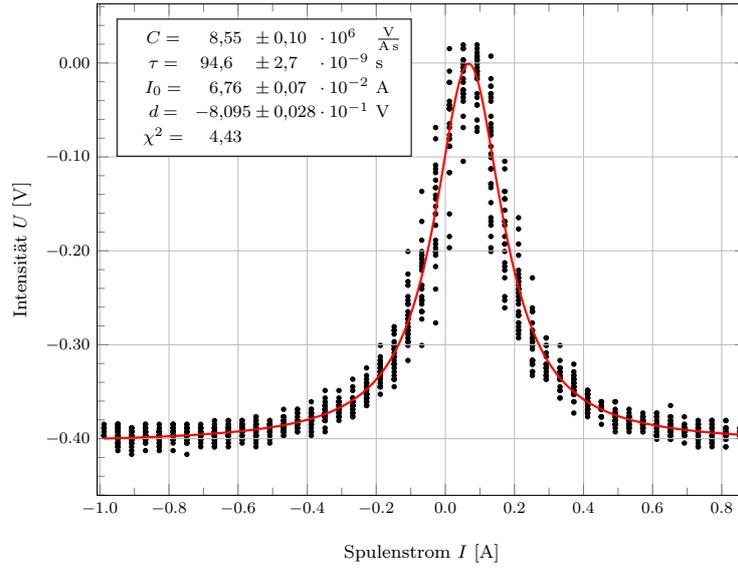


Abbildung 6: Lorentzkurve mit Messdaten bei einer Polarisatoreinstellung von 0° und einer Temperatur von -2°C .

Polarisationseinstellung 0° Für alle Messungen mit einer Polarisatoreinstellung von 0° erhält man wie in Abschnitt 4.2 eine Lorentzkurve, weswegen derselbe Fit (22), der auch in diesem Abschnitt benutzt worden war, verwendet wurde. Der Fehler auf die Lebensdauern wurde dabei nach Gleichung (26) aus der Streuung der Lebensdauern aus den vorangegangenen Streuungsmessungen sowie aus der Kovarianzmatrix der Fitfunktion bestimmt.

Beispielhaft dargestellt ist ein solcher Fit in Abbildung 6. Die Fitresultate mit dem χ^2 -Werten sind mit denen der anderen Polarisatoreinstellungen im Anhang in Tabellen 3 bis 5 zu finden. Die graphische Darstellung sowie die Fits der anderen Messreihen sind ebenfalls im Anhang auffindbar (siehe Abbildungen 39 bis 57).

Polarisationseinstellung 45° Für die Messungen, die bei einer Polarisatoreinstellung von 45° durchgeführt wurden, erhält man anstatt einer Lorentzkurve eine Dispersionskurve, deren Form in Gleichung (6) angegeben ist. Analog zu der 0° -Einstellung wird daher erneut die Python-Methode `scipy.optimize.curve_fit` genutzt, um einen Fit durchzuführen. Die anzupassende Funktion lautet allerdings nun

$$U = \frac{C\tau}{2} \left(1 - \frac{2g_J \frac{\mu_B}{h} \kappa (I - I_0) \tau}{1 + [2g_J \frac{\mu_B}{h} \kappa (I - I_0) \tau]^2} \right) + d, \quad (27)$$

wobei erneut die Lageparameter I_0 und d ergänzt wurden. Die verwendeten Konstanten entsprechen ebenfalls denen, die in Abschnitt 4.2 erwähnt wurden.

Beispielhaft dargestellt ist ein solcher Fit in Abbildung 7. Der Fehler auf die Lebensdauer wurde dabei wie bereits bei der 0° -Einstellung mit der Standardab-

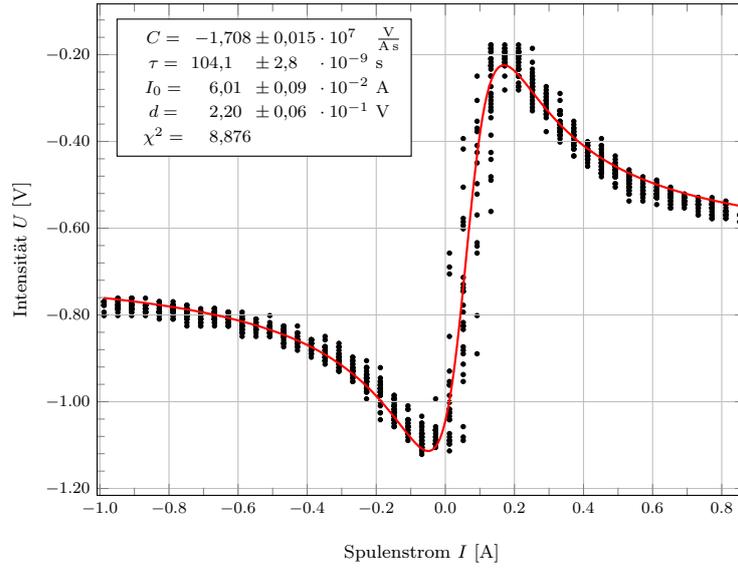


Abbildung 7: Dispersionskurve mit Messdaten bei einer Polarisatoreinstellung von 45° und einer Temperatur von -2°C .

weichung aus der Streueung ergänzt. Die Fitresultate mitsamt χ^2 -Werten sind mit denen der anderen Polarisatoreinstellungen im Anhang in Tabellen 3 bis 5 zu finden. Die Messwerte sowie die Fits der anderen Messungen sind ebenfalls im Anhang auffindbar (siehe Abbildungen 39 bis 57).

Polarisatoreinstellung 90° Die Messungen, die bei einer Polarisatoreinstellungen von 90° durchgeführt wurden, folgen einer umgekehrten Lorentzkurve. Komplet analog zu den vorangegangenen Abschnitten wird also eine Funktion der Form

$$U = \frac{C\tau}{2} \left(\frac{[2g_J \frac{\mu_B}{h} \kappa(I - I_0)\tau]^2}{1 + [2g_J \frac{\mu_B}{h} \kappa(I - I_0)\tau]^2} \right) + d \quad (28)$$

an die Messwerte angepasst. Auch hier wurden zur Überprüfung der Güte der Anpassung reduzierte χ^2 -Werte berechnet; der Fehler auf die Lebensdauern wurde ebenfalls mit der Standardabweichung ergänzt. Ein beispielhafter Fitverlauf ist in Abbildung 8 gegeben. Die Fitergebnisse sind in Tabellen 3 bis 5 aufgeführt. Die Fits der einzelnen Messungen sind graphisch mit den Messwerten in Abbildungen 39 bis 57 aufgetragen.

Bestimmung des Drucks aus der Temperatur Um den Effekt des Coherence Narrowing auszugleichen, werden die Lebensdauern gegen eine Dichte von $0 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, was einem Druck von 0 Pa entspricht, extrapoliert. Dafür muss für jede Lebensdauer-messung letzterer aus der Temperatur bestimmt werden. Ist T die Temperatur und

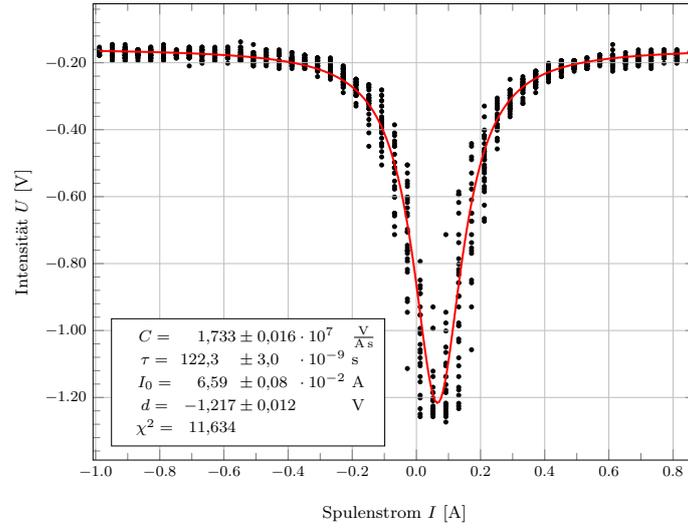


Abbildung 8: Lorentzkurve mit Messdaten bei einer Polarisatoreinstellung von 90° und einer Temperatur von -2°C .

$T_r = 1 - \frac{T}{T_c}$, so erhält man einen Druck p von

$$p = p_c \exp\left\{\frac{T_c}{T} \cdot \left(a_1 T_r + a_2 T_r^{1,89} + a_3 T_r^3 + a_4 T_r^8 + a_5 T_r^{8,5} + a_6 T_r^9\right)\right\}, \quad (29)$$

wobei $T_c = 1764\text{K}$ die kritische Temperatur und $p_c = 1,67 \cdot 10^5\text{Pa}$ der kritische Druck ist. Ferner sind die obigen Koeffizienten gegeben durch

$$\begin{array}{lll} a_1 = -4,576\,183\,68 & a_2 = -1,407\,262\,77 & a_3 = 2,362\,635\,41 \\ a_4 = -31,088\,998\,5 & a_5 = 58,018\,395\,9 & a_6 = -27,630\,454\,6. \end{array}$$

Zunächst nahmen wir die obigen Koeffizienten als fehlerlos an. Über Gaußsche Fehlerfortpflanzung lässt sich die Unsicherheit auf den Druck folgendermaßen berechnen:

$$s_p = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial T} s_T\right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial T_r} s_{T_r}\right)^2},$$

mit $s_{T_r} = -\frac{s_T}{T_c}$,

$$\frac{\partial p}{\partial T} = p \cdot \left(-\frac{T_c}{T^2}\right) \left(a_1 T_r + a_2 T_r^{1,89} + a_3 T_r^3 + a_4 T_r^8 + a_5 T_r^{8,5} + a_6 T_r^9\right)$$

und $\frac{\partial p}{\partial T} = p \cdot \frac{T_c}{T} \left(a_1 + 1,89 \cdot a_2 T_r^{0,89} + 3a_3 T_r^2 + 8a_4 T_r^7 + 8,5 \cdot a_5 T_r^{7,5} + 9a_6 T_r^8\right).$

(30)

Da in der Anleitung auch eine Kovarianzmatrix der Koeffizienten $a_i, i = 1, \dots, 6$ gegeben war, überlegten wir uns, eine alternative Unsicherheit s'_p unter Miteinbezug der Kovarianzen auf die Koeffizienten durchzuführen. Dafür definierten wir eine

erweiterte Kovarianzmatrix $(V_{ij})_{\substack{i=1,\dots,8 \\ j=1,\dots,8}}$ komponentenweise:

$$V_{ij} = \begin{cases} \text{cov}(a_i, a_j), & \text{falls } \min\{i, j\} \leq 6 \\ s_T^2, & \text{falls } i = j = 7 \\ s_{T_r}^2, & \text{falls } i = j = 8 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (31)$$

Mit dem Gradientenvektor

$$\begin{aligned} \nabla p &= \left(\frac{\partial p}{\partial a_1} \quad \frac{\partial p}{\partial a_2} \quad \frac{\partial p}{\partial a_3} \quad \frac{\partial p}{\partial a_4} \quad \frac{\partial p}{\partial a_5} \quad \frac{\partial p}{\partial a_6} \quad \frac{\partial p}{\partial T} \quad \frac{\partial p}{\partial T_r} \right)^\top \\ &= \left(\frac{p_{T_c}^{T_c} T_r}{T} \quad \frac{p_{T_c}^{T_c} T_r^{1,89}}{T} \quad \frac{p_{T_c}^{T_c} T_r^2}{T} \quad \frac{p_{T_c}^{T_c} T_r^8}{T} \quad \frac{p_{T_c}^{T_c} T_r^{8,5}}{T} \quad \frac{p_{T_c}^{T_c} T_r^9}{T} \quad \frac{\partial p}{\partial T} \quad \frac{\partial p}{\partial T_r} \right)^\top \end{aligned} \quad (32)$$

erhält man die alternative Unsicherheit s'_p auf den Druck über Matrix-Vektormultiplikation:

$$s'_p = \sqrt{\nabla p^\top \cdot V \cdot \nabla p}. \quad (33)$$

Diese Art der Berechnung der Unsicherheit erschien uns allerdings aus dem folgenden Grund ungeeignet: Für eine Temperatur von 20 °C, die mit einer Unsicherheit von $s_T = 1$ K versehen ist, erhält man¹

$$p = 171,26 \text{ } \mu\text{Pa}, \quad s_p = 32,49 \text{ } \mu\text{Pa}, \quad s'_p = 2830,67 \text{ } \mu\text{Pa}. \quad (34)$$

Die Abschätzung der Unsicherheit unter Einbezug der Kovarianzen der Koeffizienten liefert einen vielfach höheren Wert als der Bestwert, weswegen diesem jegliche Aussagekraft entzogen wird. Damit sehen wir diese Form der Berechnung der Unsicherheit als ungeeignet an und verwenden im Folgenden die Unsicherheit s_p .

4.4 Extrapolation der Lebensdauer

Um die tatsächliche Lebensdauer τ zu bestimmen, werden die einzelnen Messungen der verfälschten Lebensdauern auf den zugehörigen Druck aufgetragen. Die Unsicherheiten auf den Druck wurden dabei auf die oben beschriebene Weise bestimmt, wobei von einer statistischen Unsicherheit auf die Temperatur von $s_T = 1$ K ausgegangen wird. Dies soll für jede der drei Polarisierungseinstellungen separat passieren. Daraufhin soll eine Ausgleichsgerade der Form

$$p_i = \aleph + \tau_i + \beth, \quad (35)$$

wobei \aleph und \beth zu bestimmen sind, durch die Messpunkte (p_i, τ_i) gelegt werden, um anhand des τ -Achsenabschnittes \beth die Lebensdauer zu bestimmen. Da die Unsicherheiten des Druckes stark variieren und daher nicht zu vernachlässigen sind, genügt

¹Aus naheliegenden Gründen wird hierbei auf eine korrekte Rundung verzichtet.

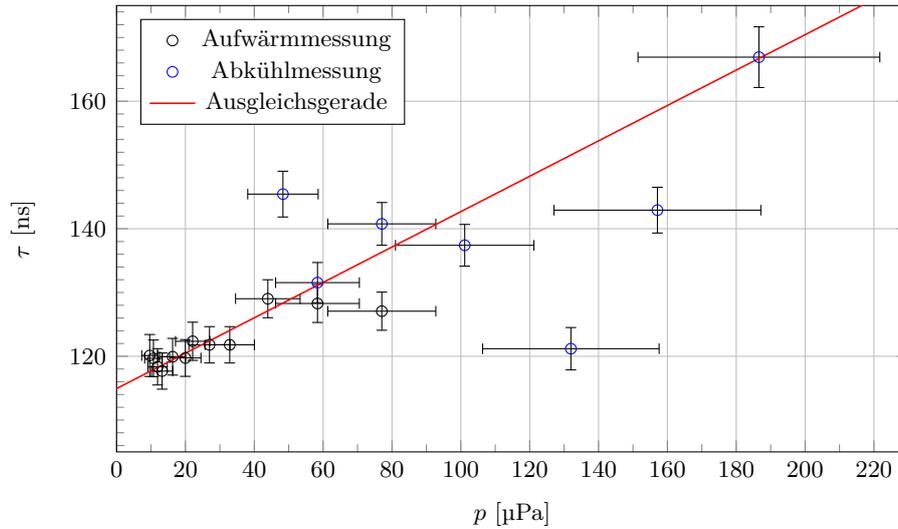


Abbildung 9: Lineare Regression der Lebensdauern über den Druck in der Quecksilberzelle bei einer Polarisatoreinstellung von 90° .

die Python-Methode, mit der die Fits zuvor durchgeführt werden nicht aus. Stattdessen wird eine Deming-Regression mithilfe des R-Pakets `deming` [5] durchgeführt: Da dieses eine orthogonale Regression ausführt, erlaubt es die Miteinbeziehung von Unsicherheiten auf die Erklärendenvariablen. Ausführen der Methode unter dem linearen Modell $\tau \sim p$ liefert die in Tabelle 2 dargestellten Parameter. Die Unsicherheit wird dabei als Breite des Konfidenzintervalls bei einem Konfidenzniveau von 68,3% von R ausgegeben.

Für die 90° -Einstellung sind die Messdaten mit der Ausgleichsgerade in Abbildung 9 gegeben. Die Messwerte und Graphen der anderen beiden Polarisations-einstellungen sind im Anhang in Abbildungen 10 und 11 zu finden. In allen Abbildungen sind dabei die Messpunkte je nach Messreihe farblich unterschiedlich markiert.

Insgesamt erhält man somit folgende extrapoliert Werte für die Lebensdauer:

$$\begin{aligned}
 0^\circ : \tau &= (92,3 \pm 1,8) \text{ ns}, \\
 45^\circ : \tau &= (103,2 \pm 2,5) \text{ ns}, \\
 90^\circ : \tau &= (114,9 \pm 0,9) \text{ ns}.
 \end{aligned} \tag{36}$$

Polarisator	$\aleph \left[\frac{\text{ns}}{\mu\text{Pa}} \right]$	\beth [ns]
0°	$5,8 \pm 2,8 \cdot 10^{-2}$	$92,3 \pm 1,8$
45°	$1,3 \pm 0,4 \cdot 10^{-1}$	$103,2 \pm 2,5$
90°	$2,8 \pm 0,4 \cdot 10^{-1}$	$114,9 \pm 0,9$

Tabelle 2: Von R bestimmte Regressionsparameter nach Gleichung (35).

5 Diskussion

In unserem Experiment wurde durch Vermessung mehrerer Hanle-Signale bei verschiedenen Polarisatoreinstellungen und abschließender Extrapolation die Lebensdauer des $^3\text{P}_1$ -Zustandes von Quecksilber zu den folgenden Werten bestimmt:

$$\begin{aligned} 0^\circ &: \tau = (92,3 \pm 1,8) \text{ ns}, \\ 45^\circ &: \tau = (103,2 \pm 2,5) \text{ ns}, \\ 90^\circ &: \tau = (114,9 \pm 0,9) \text{ ns}. \end{aligned} \tag{37}$$

Vergleicht man diese Werte mit dem Literaturwert von 119 ns [1], stellt man fest, dass die von uns bestimmten Messwerte zwischen 4,5 und 14,8 Standardabweichung vom angegebenen Wert abweichen. Diese hohen Abweichungen lassen vermuten, dass den Messwerten ein systematischer Fehler unterliegt und die Diskrepanz nicht durch statistische Schwankungen zustande gekommen ist. Diese Vermutung wird unterstützt durch die Betrachtung der aufgenommenen Datenpunkte in Abbildungen 9, 10 und 11, wo auch die angesprochene Extrapolation dargestellt ist: Dort kann man (besonders bei der 0° -Einstellung in Abbildung 10) sehen, dass die Messpunkte alle systematisch nach unten verschoben sind. Interessant ist, dass diese Verschiebung stark bei der 0° -Einstellung ist und mit zunehmender Polarisatoreinstellung an Effekt verliert². Der Umstand, dass sich die drei Messreihen ausschließlich durch die Einstellung des Polarisatorwinkels voneinander unterscheiden, legt nahe, dass ein systematischer Fehler im Versuchsaufbau vorliegt, der sehr wohl geometrischer Natur sein könnte: Liegen zwei bei diesem Versuch signifikante Achsen – wie zum Beispiel die Magnetfeldachse und die Polarisationsachse – nicht komplett orthogonal zueinander, so könnte durch diesen Fehler eine Verschiebung auftreten, die sich je nach Polarisationsstellung verschieden stark auswirkt. Dieser Effekt lässt sich mathematisch wiederum darauf zurückführen, dass eine kleine Unsicherheit in dem Argument einer trigonometrischen Funktion je nach Absolutwert des Arguments stark unterschiedliche Unsicherheiten in dem Funktionswert wiedergibt.

Dennoch ist der obige Erklärungsversuch nicht die einzige Fehlerquelle: Ein weitere Möglichkeit eines systematischen Fehlers besteht in der Anzeige des Thermometers. Zum einen stimmt der vom Thermometer angezeigte Wert nicht mit der tatsächlichen Temperatur der Quecksilberprobe überein, da dieses lediglich die Temperatur des den Quarzkolben umschließenden Kupferblock misst, welcher gegenüber der tatsächlichen Quecksilbertemperatur verschoben sein kann. Dieser Fehler kann mit den uns zur Verfügung stehenden Möglichkeiten nicht näher quantifiziert, sondern lediglich dilettantisch auf ungefähr 2 K abgeschätzt werden. Eine weitere Ursache systematischer Fehler bezüglich der Temperatur ist die Trägheit des Kühlsystems. Während der Versuchsdurchführung stellten wir den Peltierstrom auf einen festen Wert und warteten dann für eine feste Zeit, ehe wir mit der Messung starteten. Uns

²Zugegebenermaßen ist es schwierig, bei drei Datensätzen von einer Korrelation zu sprechen, weswegen dieser Effekt auch zufälliger Natur sein kann.

war klar, dass dies zur Folge haben kann, dass der Kühlprozess nicht abgeschlossen ist, ehe wir die Messung begannen; jedoch versuchten wir, eine Streuung durch Abwarten einer konsistenten Zeitspanne die Streuung dieses Effektes möglich gering zu halten. Im Anhang ist in Abbildung 13 die gemessene Temperatur auf den eingestellten Peltierstrom aufgetragen. Dort kann man sehen, dass zwar die Trägheit der Kühlung einen merklichen Effekt auf unsere Messung hatte, der Abstand zwischen Abkühl- und Aufwärmmessung jedoch stets konstant bleibt. Dadurch wurde die statistische Unsicherheit des Thermometers recht gering gehalten, wobei stattdessen ein systematischer Fehler entstanden ist. Diesen Fehler schätzen wir mit höchstens 4 K ab.

Eine weitere Auffälligkeit bilden die Abweichungen der in Abschnitt 4.3 unterschiedlich bestimmten Unsicherheit des Druckes aus der Temperatur: Dort wurde festgestellt, dass falls die Koeffizienten, die die Dampfdruckkurve festlegen, als fehlerbehaftet angesehen werden, dies die Unsicherheit auf den Druck um zwei Größenordnungen ansteigen lässt. Infolgedessen wurden die Koeffizienten als fehlerlos betrachtet und die Gaußsche Fehlerfortpflanzung wie üblich durchgeführt. Da seitens der vorgesehenen Literatur nur wenig Information über die Dampfdruckkurve gegeben ist und insbesondere kein Gültigkeitsbereich o.Ä. angegeben ist, kann die Diskrepanz in den Unsicherheiten unsererseits nicht erklärt werden. Dies geht soweit, dass von unserer Seite her nicht schlüssig ist, ob diese Abweichung statistischer oder systematischer Natur ist³.

Die im obigen Abschnitt diskutierten Punkte greifen zwar die Wärmemessung als systematischen Fehler auf, allerdings können sie nicht die starke Abweichung der Messwerte der unterschiedlichen Messreihen erklären: Wäre lediglich die Temperatur fehlerhaft gemessen worden, ohne dass ein weiterer systematischer Fehler vorliegt, so würden die Messwerte zwar verschoben werden, jedoch würde dies aufgrund des Coherence narrowings die Werte höchstens oberhalb von 119 ns verschieben. Stattdessen haben wir es bei der 0°-Einstellungen mit Messwerten zu tun, die sich konsistent unter dem erwarteten Wert für die Lebensdauer aufhalten, was nicht mit einer fehlerhaften Temperaturmessung erklärbar ist. Deswegen wird davon ausgegangen, dass ein systematischer Fehler in den Messungen der Lebensdauer selber und nicht in denen der Temperatur vorliegt.

Ebenfalls auffällig bei der Betrachtung der Extrapolationsgraphiken (siehe Abbildungen 9, 10 und 11) ist der Unterschied in der Streuung der einzelnen Messungen: Wie man dort sehen kann, sind die Werte der Abkühlmessung nicht nur mit einer relativ großen Unsicherheit auf den Druck versehen, sondern streuen auch verhältnismäßig stark. Dies kann mehrere Gründe als Ursache haben: Zum einen besteht die Möglichkeit, dass die Streuung dadurch zustande kommt, dass externe Magnetfelder am zweiten Versuchstag – zum Zeitpunkt der Abkühlmessung – nicht neu kompensiert wurden und keine Neukalibration der Helmholtzspulenströme vollzogen wurde. Trägt man allerdings den Lageparameter I_0 der Fits gegenüber der Temperatur auf

³Auch grobe Fehler können nicht ausgeschlossen werden.

(siehe Abb. 12), so erkennt man bis auf wenige Outlier keine Korrelation zwischen Temperatur (die man aufgrund der unterschiedlichen Messbereiche der Messreihen mit letzteren assoziieren kann) und einem Offset des Mittelpunkt des Hanlesignals, der durch I_0 gegeben ist. Auch streuen die Messwerte zu allen Temperaturen in etwa gleich stark.

Zum anderen kann es sein, dass die Messung der Lebensdauern bei geringeren Temperaturen schlichtweg besser funktioniert. Dies wird unterstützt durch die Streuungsmessung, welche in der Kastengraphik in Abbildung 5 visualisiert sind: Dort zeigt zwar die Streuungsmessung bei niedriger Temperatur die höhere Standardabweichung, jedoch liegt dies, wie man an den Antennen in der Graphik erkennen kann, an Outliern. Dies wird dadurch unterstützt, dass die 0,25- und 0,75-Quantile der Messung der niedrigen Temperatur näher am Median anliegen, wodurch der Interquantilabstand geringer ausfällt. Somit fällt die Messung der Lebensdauern bei geringerer Temperatur trotz der höheren Standardabweichung, welche vermutlich Outliern zu verschulden ist, besser aus als die bei höheren Temperaturen.

Um allerdings herauszufinden, ob die Qualität der beobachteten Messwerte tatsächlich nur von der Temperatur abhängt, wären mehrere, am besten auch zusammenhängende, Auf- und Abkühlmessung vergleichbaren Ausmaßes nötig. Auch könnte man bei einer erneuten Messung mehr Zeit zwischen den Messungen der Lebensdauern verstreichen lassen, um mit der Temperaturmessung näher an der tatsächlichen Temperatur der Quecksilberprobe zu liegen. Da im Rahmen des Fortgeschrittenenpraktikums die Messzeit allerdings künstlich begrenzt ist, ist eine optimale Durchführung des Versuches mit Wartezeiten zufriedenstellender Länge leider nicht gegeben.

Schließlich kann auch noch die Auswertung als solche angesprochen werden: Zum einen lässt sich argumentieren, dass die Fits unter Berücksichtigung der Unsicherheiten in der Rampenstromstärke eventuell bessere Ergebnisse liefern könnten. Diese haben wir ad hoc wegen ihrer relativ geringen Größe vernachlässigt (siehe Abschnitt 4.1). Ein weiteres Argument gegen die Miteinbeziehung dieser Unsicherheiten ist das damit verbundene statistische Modell: Im Gegensatz zum Ansatz, dass lediglich die Observablen mit einer Streuung versehen sind, was einen Lösungsansatz mithilfe der Methode nichtlinearer kleinster Quadrate möglich ermöglicht, liefert die Annahme eines Fehlers in den Erklärendenvariablen ein statistisch sehr viel komplexeres Modell⁴, was so auch eine hohe Fehleranfälligkeit mit sich bringt. Die Anwendung eines solchen Modells ist auch in Anbetracht der Tatsache, dass dieses an einer Vielzahl an Datensätzen angewandt werden muss, fraglich.

Neben der Art der Fits können allerdings auch die Funktionen, nach denen modelliert wurde, infrage gestellt werden: Wie in Abschnitt 4.3 beschrieben wurde, wurden die Fits anhand von Intensitätsverläufen durchgeführt, die zu einem festen Polarisationswinkel gehören. Stattdessen könnte man auch in Erwägung ziehen, bei allen drei Polarisatoreinstellungen Gleichung (5), welche die Intensitätsverteilung für

⁴Besonders in Anbetracht des Lorentzkurven-Modells, was für sich auch recht komplex ist.

einen beliebigen Polarisationswinkel α beschreibt, an die Daten zu fitten, wobei α ebenfalls durch den Fit zu bestimmen ist. Damit könnte man kleinen Fehleinstellungen des Polarisators entgegenkommen.

Obwohl die reduzierten χ^2 -Werte der einzelnen Fits für sich nicht allzu vielversprechend sind, stimmen die Funktionen alles in allem per Augenmaß recht gut mit den Daten überein. Auch erklärt ein systematischer Fehler seitens der Fits nicht, warum die Werte der Lebensdauern bei 90° konsistent näher als die der 0° -Einstellung an der tatsächlichen Lebensdauer sind. Damit schließen wir auch die Methode, mit denen die Fits durchgeführt werden, als Hauptquelle für den systematischen Fehler aus und vermuten den Fehler damit in dem Versuchsaufbau, was bereits in einem obigen Abschnitt kurz erklärt wurde.

Obwohl die Ergebnisse des Versuchs durch einen von der Polarisatoreinstellung abhängenden, systematischen Fehler getrübt sind, ließ sich dennoch zumindest mit der 90° -Einstellung ein unserer Meinung nach akzeptabler Wert für die Lebensdauer des 3P_1 -Zustands von Quecksilber bestimmen. Ebenfalls konnten wir mit zufriedenstellender Genauigkeit den Effekt des Coherence narrowings, welcher sich in der Abhängigkeit von Lebensdauern und Druck widerspiegelt, beobachten.

A Anhang

Abbildungsverzeichnis

1	Grobe Darstellung der geometrischen Zusammenhänge bei der Präzessionsbewegung eines Elektrons zur semi-klassischen Erklärung des Hanle-Effekts.	7
2	Aufhebung der Entartung der Zeemann-Niveaus des 3P_1 -Zustandes mit schematischer Darstellung der Resonanzfluoreszenz. Dabei wird das einfallende Photon mit f und das emittierte Photon mit g markiert.	8
3	Schematische Darstellung der einzelnen Komponenten des Versuchsaufbaus, adaptiert von der Anleitung [1].	12
4	Photomultiplier-Spannungssignal aufgetragen auf den Rampenstrom zur Bestimmung der Streuung.	16
5	Kastengraphik zur Visualisierung der Streuung der Lebensdauern.	17
6	Lorentzkurve mit Messdaten bei einer Polarisatoreinstellung von 0° und einer Temperatur von -2°C	18
7	Dispersionskurve mit Messdaten bei einer Polarisatoreinstellung von 45° und einer Temperatur von -2°C	19
8	Lorentzkurve mit Messdaten bei einer Polarisatoreinstellung von 90° und einer Temperatur von -2°C	20
9	Lineare Regression der Lebensdauern über den Druck in der Quecksilberzelle bei einer Polarisatoreinstellung von 90°	22
10	Lineare Regression der Lebensdauern über den Druck in der Quecksilberzelle bei einer Polarisatoreinstellung von 0°	34
11	Lineare Regression der Lebensdauern über den Druck in der Quecksilberzelle bei einer Polarisatoreinstellung von 45°	34
12	Auftragung des Stromstärkenoffsets I_0 der Fits auf die gemessene Temperatur zur Bestimmung möglicher Fehlerquellen.	35
13	Auftragung der vom Thermometer angezeigten Temperatur T auf die an der Kühlanlage eingestellte Peltierstromstärke I_{Peltier} zur Bestimmung möglicher Fehlerquellen.	35
14	Messung 1 zur Bestimmung der Standardabweichung bei -10°C	36
15	Messung 2 zur Bestimmung der Standardabweichung bei -10°C	36
16	Messung 3 zur Bestimmung der Standardabweichung bei -10°C	36
17	Messung 4 zur Bestimmung der Standardabweichung bei -10°C	36
18	Messung 5 zur Bestimmung der Standardabweichung bei -10°C	36
19	Messung 6 zur Bestimmung der Standardabweichung bei -10°C	36
20	Messung 7 zur Bestimmung der Standardabweichung bei -10°C	37
21	Messung 8 zur Bestimmung der Standardabweichung bei -10°C	37
22	Messung 9 zur Bestimmung der Standardabweichung bei -10°C	37
23	Messung 10 zur Bestimmung der Standardabweichung bei -10°C	37
24	Messung 11 zur Bestimmung der Standardabweichung bei -10°C	37

25	Messung 12 zur Bestimmung der Standardabweichung bei -10°C .	37
26	Messung 13 zur Bestimmung der Standardabweichung bei -10°C .	38
27	Messung 14 zur Bestimmung der Standardabweichung bei -10°C .	38
28	Messung 15 zur Bestimmung der Standardabweichung bei -10°C .	38
29	Messung 1 zur Bestimmung der Standardabweichung bei 6°C .	38
30	Messung 2 zur Bestimmung der Standardabweichung bei 6°C .	38
31	Messung 3 zur Bestimmung der Standardabweichung bei 6°C .	38
32	Messung 4 zur Bestimmung der Standardabweichung bei 6°C .	39
33	Messung 5 zur Bestimmung der Standardabweichung bei 6°C .	39
34	Messung 6 zur Bestimmung der Standardabweichung bei 6°C .	39
35	Messung 7 zur Bestimmung der Standardabweichung bei 6°C .	39
36	Messung 8 zur Bestimmung der Standardabweichung bei 6°C .	39
37	Messung 9 zur Bestimmung der Standardabweichung bei 6°C .	39
38	Messung 10 zur Bestimmung der Standardabweichung bei 6°C .	40
39	Aufwärmmessung bei einer Temperatur von $T = -10^\circ\text{C}$.	40
	(a) Polarisatoreinstellung 0° .	40
	(b) Polarisatoreinstellung 90° .	40
40	Aufwärmmessung bei einer Temperatur von $T = -9^\circ\text{C}$.	40
	(a) Polarisatoreinstellung 0° .	40
	(b) Polarisatoreinstellung 45° .	40
	(c) Polarisatoreinstellung 90° .	40
41	Aufwärmmessung bei einer Temperatur von $T = -8^\circ\text{C}$.	41
	(a) Polarisatoreinstellung 0° .	41
	(b) Polarisatoreinstellung 45° .	41
	(c) Polarisatoreinstellung 90° .	41
42	Aufwärmmessung bei einer Temperatur von $T = -7^\circ\text{C}$.	41
	(a) Polarisatoreinstellung 0° .	41
	(b) Polarisatoreinstellung 45° .	41
	(c) Polarisatoreinstellung 90° .	41
43	Aufwärmmessung bei einer Temperatur von $T = -5^\circ\text{C}$.	42
	(a) Polarisatoreinstellung 0° .	42
	(b) Polarisatoreinstellung 45° .	42
	(c) Polarisatoreinstellung 90° .	42
44	Aufwärmmessung bei einer Temperatur von $T = -3^\circ\text{C}$.	42
	(a) Polarisatoreinstellung 0° .	42
	(b) Polarisatoreinstellung 45° .	42
	(c) Polarisatoreinstellung 90° .	42
45	Aufwärmmessung bei einer Temperatur von $T = -2^\circ\text{C}$.	43
	(a) Polarisatoreinstellung 0° .	43
	(b) Polarisatoreinstellung 45° .	43
	(c) Polarisatoreinstellung 90° .	43
46	Aufwärmmessung bei einer Temperatur von $T = 0^\circ\text{C}$.	43
	(a) Polarisatoreinstellung 0° .	43

	(b) Polarisatoreinstellung 45°	43
	(c) Polarisatoreinstellung 90°	43
47	Aufwärmmessung bei einer Temperatur von $T = 2^\circ\text{C}$	44
	(a) Polarisatoreinstellung 0°	44
	(b) Polarisatoreinstellung 45°	44
	(c) Polarisatoreinstellung 90°	44
48	Aufwärmmessung bei einer Temperatur von $T = 5^\circ\text{C}$	44
	(a) Polarisatoreinstellung 0°	44
	(b) Polarisatoreinstellung 45°	44
	(c) Polarisatoreinstellung 90°	44
49	Aufwärmmessung bei einer Temperatur von $T = 8^\circ\text{C}$	45
	(a) Polarisatoreinstellung 0°	45
	(b) Polarisatoreinstellung 45°	45
	(c) Polarisatoreinstellung 90°	45
50	Aufwärmmessung bei einer Temperatur von $T = 11^\circ\text{C}$	45
	(a) Polarisatoreinstellung 0°	45
	(b) Polarisatoreinstellung 45°	45
	(c) Polarisatoreinstellung 90°	45
51	Abkühlmessung bei einer Temperatur von $T = 21^\circ\text{C}$	46
	(a) Polarisatoreinstellung 0°	46
	(b) Polarisatoreinstellung 45°	46
	(c) Polarisatoreinstellung 90°	46
52	Abkühlmessung bei einer Temperatur von $T = 19^\circ\text{C}$	46
	(a) Polarisatoreinstellung 0°	46
	(b) Polarisatoreinstellung 45°	46
	(c) Polarisatoreinstellung 90°	46
53	Abkühlmessung bei einer Temperatur von $T = 17^\circ\text{C}$	47
	(a) Polarisatoreinstellung 0°	47
	(b) Polarisatoreinstellung 45°	47
	(c) Polarisatoreinstellung 90°	47
54	Abkühlmessung bei einer Temperatur von $T = 14^\circ\text{C}$	47
	(a) Polarisatoreinstellung 0°	47
	(b) Polarisatoreinstellung 45°	47
	(c) Polarisatoreinstellung 90°	47
55	Abkühlmessung bei einer Temperatur von $T = 11^\circ\text{C}$	48
	(a) Polarisatoreinstellung 0°	48
	(b) Polarisatoreinstellung 45°	48
	(c) Polarisatoreinstellung 90°	48
56	Abkühlmessung bei einer Temperatur von $T = 8^\circ\text{C}$	48
	(a) Polarisatoreinstellung 0°	48
	(b) Polarisatoreinstellung 45°	48
	(c) Polarisatoreinstellung 90°	48
57	Abkühlmessung bei einer Temperatur von $T = 6^\circ\text{C}$	49

(a)	Polarisatoreinstellung 0°	49
(b)	Polarisatoreinstellung 90°	49

Tabellenverzeichnis

1	Symbole, die in diesem Versuchsprotokoll verwendet wurden.	4
2	Von R bestimmte Regressionsparameter nach Gleichung (35).	22
3	Fitresultate zur Auswertung der Aufwärmessung bei gegebener Polarisatoreinstellung und Temperatur.	31
4	Fitresultate zur Auswertung der Abkühlmessung bei gegebener Polarisatoreinstellung und Temperatur.	32
5	Fitresultate zur Bestimmung der Standardabweichung der Lebensdauer bei gegebener Polarisatoreinstellung und Temperatur.	33

Polarisator	T [°C]	τ [ns]	C [$10^6 \frac{V}{s}$]	I_0 [10^{-2} A]	d [V]	χ^2
0°	-10	93,0 ± 2,7	6,31 ± 0,06	6,15 ± 0,07	-0,5372 ± 0,0019	2,57
0°	-9	93,8 ± 2,7	7,07 ± 0,08	6,50 ± 0,07	-0,7147 ± 0,0023	2,76
0°	-8	94,6 ± 2,7	7,48 ± 0,08	6,56 ± 0,07	-0,7173 ± 0,0024	3,24
0°	-7	89,1 ± 2,7	7,80 ± 0,09	6,71 ± 0,08	-0,6426 ± 0,0025	4,13
0°	-5	92,9 ± 2,8	8,16 ± 0,09	6,48 ± 0,07	-0,6990 ± 0,0028	4,69
0°	-3	93,4 ± 2,7	8,00 ± 0,09	6,34 ± 0,07	-0,7365 ± 0,0025	3,79
0°	-2	94,6 ± 2,7	8,55 ± 0,10	6,76 ± 0,07	-0,8095 ± 0,0028	4,43
0°	0	-93,8 ± 2,8	-8,53 ± 0,10	6,22 ± 0,08	-0,9225 ± 0,0029	3,44
0°	2	-96,5 ± 2,7	-8,64 ± 0,09	6,24 ± 0,07	-0,9490 ± 0,0028	3,06
0°	5	99,1 ± 2,8	8,09 ± 0,09	6,31 ± 0,07	-0,8167 ± 0,0028	4,03
0°	8	-101,8 ± 2,7	-7,61 ± 0,08	6,53 ± 0,06	-0,9207 ± 0,0024	2,19
0°	11	-99,2 ± 2,8	-7,44 ± 0,08	6,49 ± 0,07	-0,8987 ± 0,0026	2,57
45°	-9	103,1 ± 2,7	-15,15 ± 0,13	6,31 ± 0,08	0,338 ± 0,005	10,63
45°	-8	103,4 ± 2,8	-15,65 ± 0,14	6,07 ± 0,09	0,220 ± 0,005	8,85
45°	-7	103,6 ± 2,7	-15,73 ± 0,12	6,30 ± 0,08	0,271 ± 0,005	7,46
45°	-5	108,0 ± 2,7	-16,00 ± 0,13	6,32 ± 0,08	0,315 ± 0,005	8,99
45°	-3	107,7 ± 2,7	-16,95 ± 0,14	6,40 ± 0,08	0,343 ± 0,005	9,49
45°	-2	104,1 ± 2,8	-17,08 ± 0,15	6,01 ± 0,09	0,220 ± 0,006	8,88
45°	0	103,7 ± 2,8	-18,20 ± 0,16	5,97 ± 0,08	0,299 ± 0,006	10,0
45°	2	109,0 ± 2,8	-17,70 ± 0,15	5,74 ± 0,08	0,258 ± 0,006	9,46
45°	5	114,5 ± 2,8	-16,47 ± 0,14	6,00 ± 0,07	0,187 ± 0,006	7,48
45°	8	115,1 ± 2,8	-16,27 ± 0,13	6,11 ± 0,07	0,099 ± 0,006	5,41
45°	11	114,0 ± 2,8	-15,50 ± 0,13	5,86 ± 0,08	0,076 ± 0,006	5,89
90°	-10	120 ± 3	12,95 ± 0,17	4,18 ± 0,12	-0,796 ± 0,011	20,65
90°	-9	119,7 ± 2,9	15,12 ± 0,13	6,87 ± 0,08	-0,974 ± 0,009	10,02
90°	-8	118,3 ± 2,8	16,55 ± 0,13	6,92 ± 0,07	-1,141 ± 0,009	7,97
90°	-7	117,7 ± 2,8	16,36 ± 0,13	6,81 ± 0,07	-1,107 ± 0,009	8,1
90°	-5	119,9 ± 2,9	17,00 ± 0,14	7,10 ± 0,07	-1,141 ± 0,010	9,05
90°	-3	119,7 ± 2,9	17,59 ± 0,14	6,62 ± 0,07	-1,165 ± 0,011	9,83
90°	-2	122,3 ± 3,0	17,33 ± 0,16	6,59 ± 0,08	-1,217 ± 0,012	11,63
90°	0	121,8 ± 2,8	17,99 ± 0,14	6,08 ± 0,07	-1,221 ± 0,011	9,41
90°	2	121,8 ± 2,8	17,99 ± 0,14	6,08 ± 0,07	-1,221 ± 0,011	9,41
90°	5	129,0 ± 3,0	16,51 ± 0,14	6,72 ± 0,07	-1,185 ± 0,011	10,41
90°	8	128,3 ± 3,0	16,31 ± 0,14	6,60 ± 0,07	-1,193 ± 0,012	9,86
90°	11	127,1 ± 3,0	15,42 ± 0,14	6,29 ± 0,08	-1,118 ± 0,011	10,45

Tabelle 3: Fitresultate zur Auswertung der Aufwärmessung bei gegebener Polarisatoreinstellung und Temperatur.

Polarisator	T [°C]	τ [ns]	C [$10^6 \frac{V}{s}$]	I_0 [10^{-2} A]	d [V]	χ^2
0°	6	99,0 ± 2,8	5,76 ± 0,07	6,65 ± 0,08	-0,5786 ± 0,0021	2,82
0°	8	97,3 ± 2,8	5,10 ± 0,06	6,41 ± 0,08	-0,4513 ± 0,0020	2,69
0°	11	94,2 ± 2,8	4,78 ± 0,06	6,71 ± 0,08	-0,4967 ± 0,0017	1,82
0°	14	101,2 ± 2,9	3,97 ± 0,05	6,36 ± 0,09	-0,4389 ± 0,0017	1,8
0°	17	96,6 ± 3,0	3,12 ± 0,05	5,94 ± 0,10	-0,3793 ± 0,0015	1,28
0°	19	85,2 ± 2,9	3,42 ± 0,05	5,95 ± 0,12	-0,4141 ± 0,0015	1,23
0°	21	94 ± 3	2,64 ± 0,05	4,00 ± 0,15	-0,3195 ± 0,0016	1,62
45°	8	118,2 ± 2,9	-9,91 ± 0,10	5,59 ± 0,08	-0,161 ± 0,005	3,71
45°	11	103,9 ± 2,8	-10,69 ± 0,10	6,03 ± 0,09	0,169 ± 0,004	7,36
45°	14	112,0 ± 2,9	-8,41 ± 0,08	5,92 ± 0,09	0,085 ± 0,004	4,94
45°	17	118 ± 3	-6,54 ± 0,09	5,27 ± 0,11	0,018 ± 0,004	6,37
45°	19	127 ± 3	-5,13 ± 0,05	5,81 ± 0,09	-0,0508 ± 0,0030	2,7
45°	21	-130 ± 3	-4,93 ± 0,06	3,76 ± 0,10	-0,667 ± 0,004	3,7
90°	6	145 ± 4	10,08 ± 0,13	6,14 ± 0,09	-0,854 ± 0,011	12,43
90°	8	132 ± 3	10,18 ± 0,11	6,93 ± 0,08	-0,875 ± 0,008	6,61
90°	11	141 ± 3	7,71 ± 0,09	7,02 ± 0,09	-0,604 ± 0,007	8,29
90°	14	137 ± 3	7,68 ± 0,08	6,56 ± 0,08	-0,614 ± 0,007	6,73
90°	17	121 ± 3	6,48 ± 0,09	5,95 ± 0,11	-0,577 ± 0,005	5,1
90°	19	143 ± 4	4,95 ± 0,07	5,59 ± 0,09	-0,542 ± 0,005	3,81
90°	21	167 ± 5	4,06 ± 0,07	3,17 ± 0,11	-0,472 ± 0,006	6,89

Tabelle 4: Fitresultate zur Auswertung der Abkühlmessung bei gegebener Polarisatortoreinstellung und Temperatur.

Polarisator	T [°C]	τ [ns]	C [$10^6 \frac{V}{s}$]	I_0 [10^{-2} A]	d [V]	χ^2
0°	-10	92,2 ± 2,7	5,90 ± 0,06	6,62 ± 0,07	-0,5758 ± 0,0017	1,87
0°	-10	91,4 ± 2,7	5,98 ± 0,07	6,34 ± 0,08	-0,5677 ± 0,0019	2,34
0°	-10	91,4 ± 2,7	6,08 ± 0,07	6,33 ± 0,08	-0,5728 ± 0,0020	2,54
0°	-10	92,1 ± 2,7	6,03 ± 0,06	6,48 ± 0,07	-0,5668 ± 0,0018	2,27
0°	-10	96,7 ± 2,7	5,81 ± 0,06	6,53 ± 0,06	-0,5752 ± 0,0018	1,93
0°	-10	84,5 ± 2,8	6,88 ± 0,09	7,02 ± 0,10	-0,5719 ± 0,0025	4,1
0°	-10	93,4 ± 2,7	6,39 ± 0,06	6,14 ± 0,06	-0,5454 ± 0,0019	2,34
0°	-10	89,4 ± 2,7	6,44 ± 0,07	6,56 ± 0,08	-0,5258 ± 0,0022	3,28
0°	-10	92,2 ± 2,7	6,37 ± 0,06	6,41 ± 0,07	-0,5296 ± 0,0019	2,46
0°	-10	91,3 ± 2,7	6,43 ± 0,07	6,46 ± 0,07	-0,5332 ± 0,0021	2,93
0°	-10	94,2 ± 2,7	6,27 ± 0,06	6,69 ± 0,07	-0,5358 ± 0,0020	2,78
0°	-10	89,2 ± 2,7	6,47 ± 0,07	6,34 ± 0,08	-0,5324 ± 0,0020	2,8
0°	-10	95,7 ± 2,7	6,18 ± 0,06	6,44 ± 0,07	-0,5356 ± 0,0020	2,79
0°	-10	93,1 ± 2,7	6,34 ± 0,06	6,56 ± 0,07	-0,5391 ± 0,0020	2,67
0°	-10	91,4 ± 2,7	6,51 ± 0,06	6,34 ± 0,07	-0,5410 ± 0,0019	2,38
0°	6	97,8 ± 2,8	5,68 ± 0,06	6,17 ± 0,07	-0,6743 ± 0,0020	1,78
0°	6	99,8 ± 2,8	5,67 ± 0,06	6,45 ± 0,07	-0,6885 ± 0,0021	1,9
0°	6	99,1 ± 2,9	5,50 ± 0,07	6,64 ± 0,09	-0,6769 ± 0,0023	2,26
0°	6	100,1 ± 2,8	5,46 ± 0,06	6,38 ± 0,08	-0,6795 ± 0,0020	1,83
0°	6	102,4 ± 2,9	5,26 ± 0,06	6,60 ± 0,08	-0,6890 ± 0,0021	1,9
0°	6	96,0 ± 2,8	5,61 ± 0,07	6,15 ± 0,09	-0,7031 ± 0,0021	1,86
0°	6	100,7 ± 2,8	5,39 ± 0,06	6,41 ± 0,08	-0,7138 ± 0,0021	1,79
0°	6	97,9 ± 2,8	5,64 ± 0,06	6,50 ± 0,08	-0,7217 ± 0,0020	1,6
0°	6	97,3 ± 2,8	5,63 ± 0,07	6,28 ± 0,08	-0,7196 ± 0,0021	1,71
0°	6	101,3 ± 2,8	5,37 ± 0,06	6,11 ± 0,07	-0,7265 ± 0,0019	1,3

Tabelle 5: Fitresultate zur Bestimmung der Standardabweichung der Lebensdauer bei gegebener Polarisatoreinstellung und Temperatur.

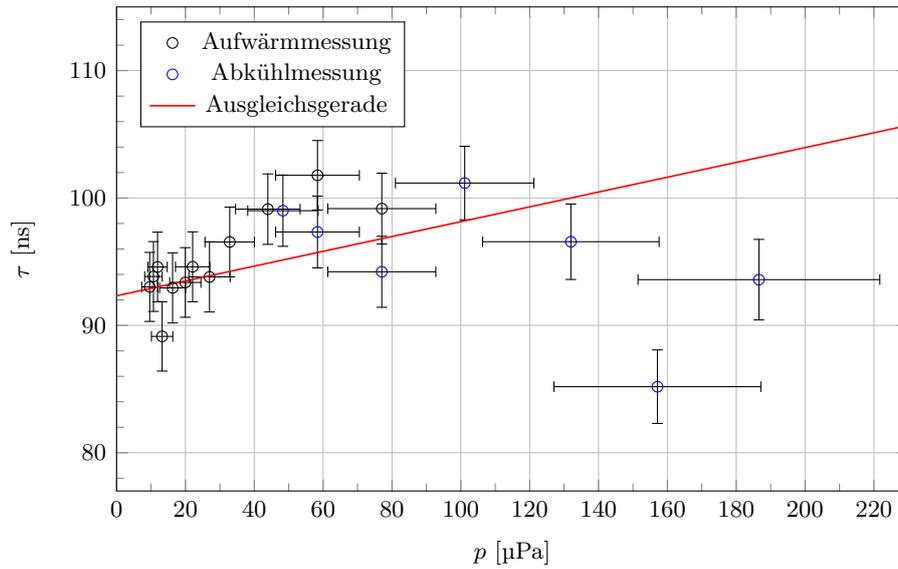


Abbildung 10: Lineare Regression der Lebensdauern über den Druck in der Quecksilberzelle bei einer Polarisatoreinstellung von 0° .

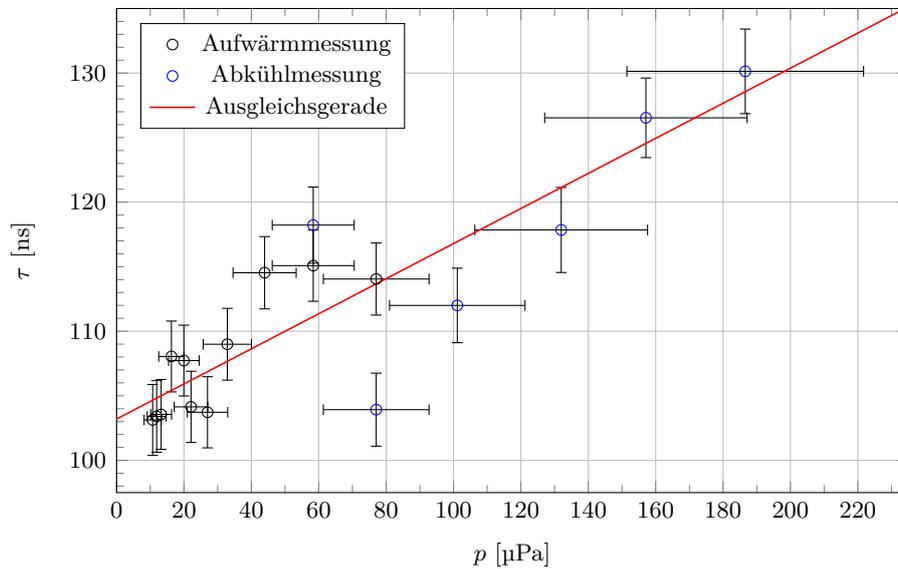


Abbildung 11: Lineare Regression der Lebensdauern über den Druck in der Quecksilberzelle bei einer Polarisoreinstellung von 45° .

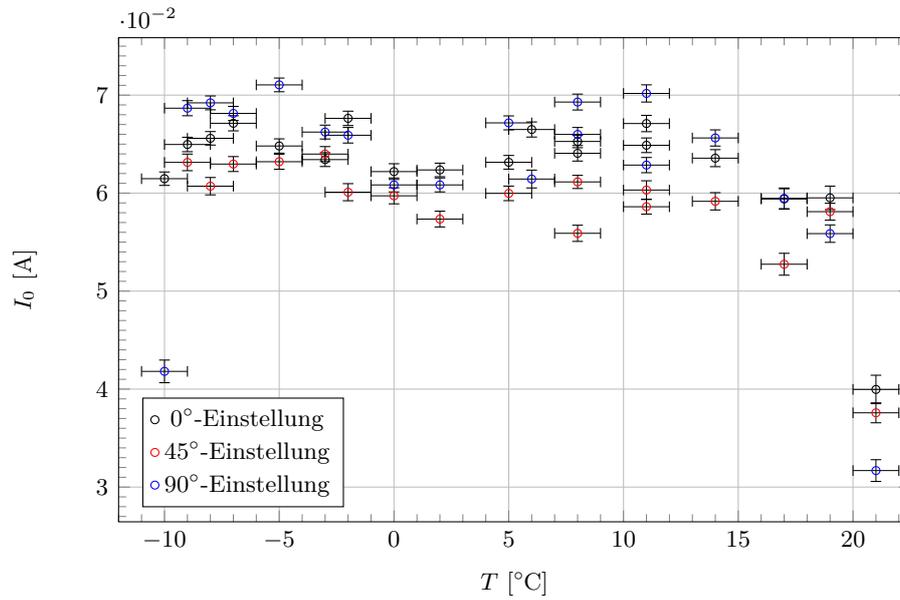


Abbildung 12: Auftragung des Stromstärkenoffsets I_0 der Fits auf die gemessene Temperatur zur Bestimmung möglicher Fehlerquellen.

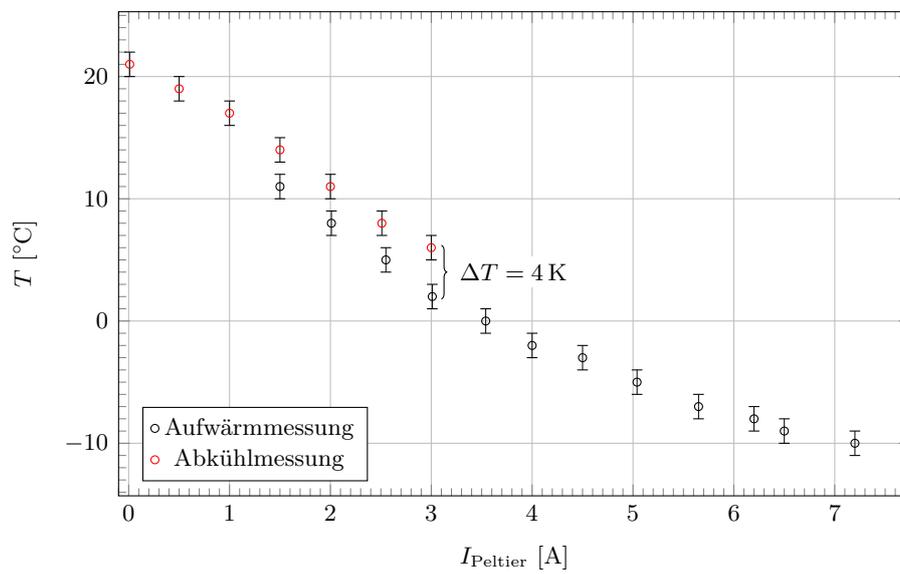


Abbildung 13: Auftragung der vom Thermometer angezeigten Temperatur T auf die an der Kühlanlage eingestellte Peltierstromstärke I_{Peltier} zur Bestimmung möglicher Fehlerquellen.

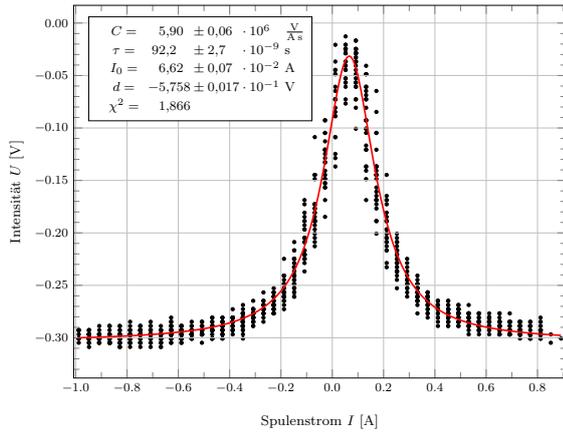


Abbildung 14: Messung 1 zur Bestimmung der Standardabweichung bei -10°C .

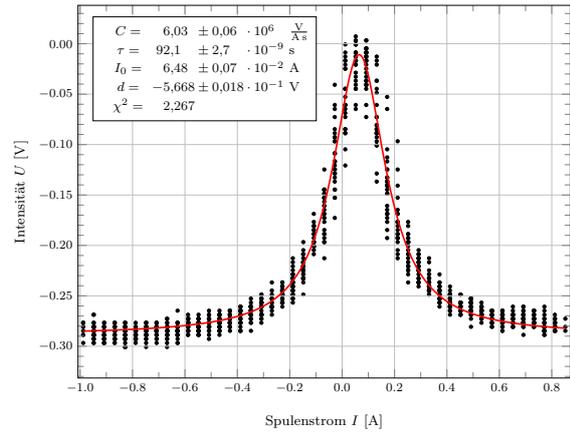


Abbildung 17: Messung 4 zur Bestimmung der Standardabweichung bei -10°C .

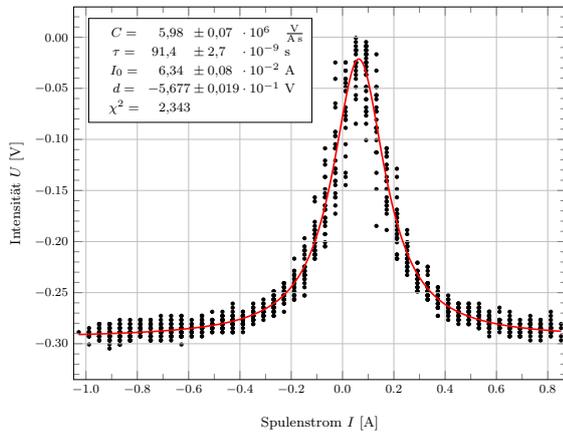


Abbildung 15: Messung 2 zur Bestimmung der Standardabweichung bei -10°C .

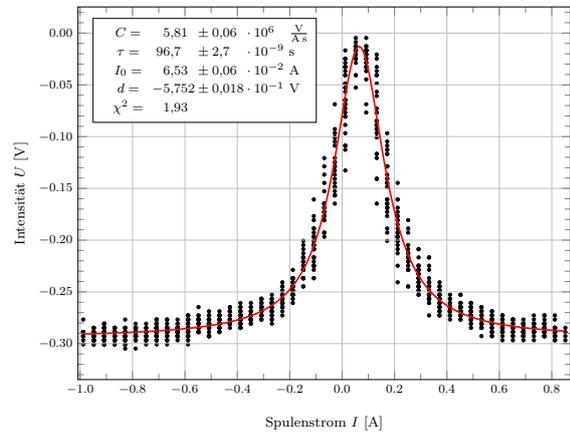


Abbildung 18: Messung 5 zur Bestimmung der Standardabweichung bei -10°C .

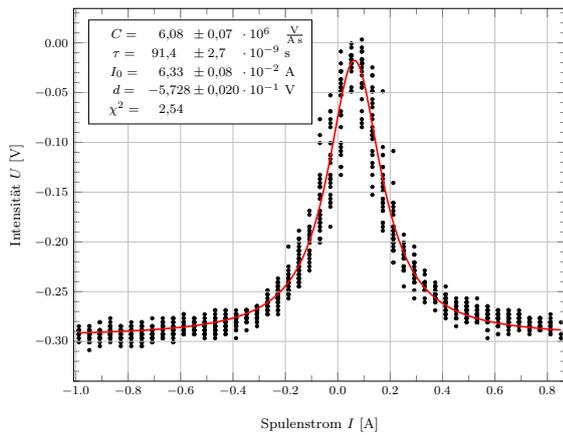


Abbildung 16: Messung 3 zur Bestimmung der Standardabweichung bei -10°C .

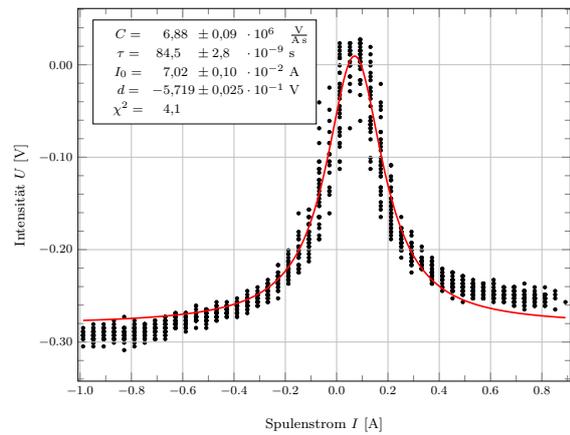


Abbildung 19: Messung 6 zur Bestimmung der Standardabweichung bei -10°C .

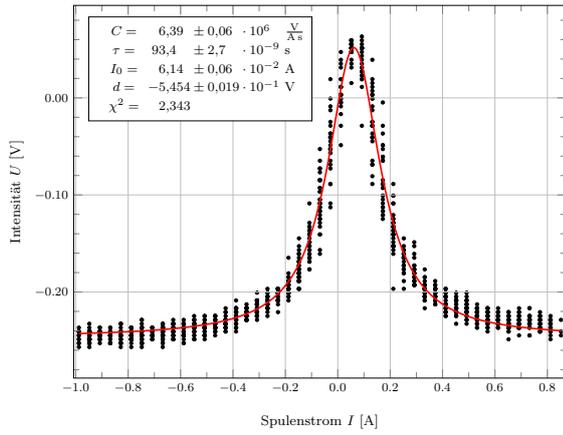


Abbildung 20: Messung 7 zur Bestimmung der Standardabweichung bei $-10\text{ }^\circ\text{C}$.

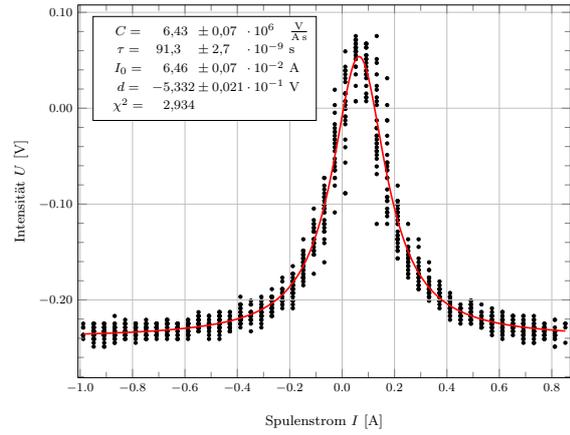


Abbildung 23: Messung 10 zur Bestimmung der Standardabweichung bei $-10\text{ }^\circ\text{C}$.

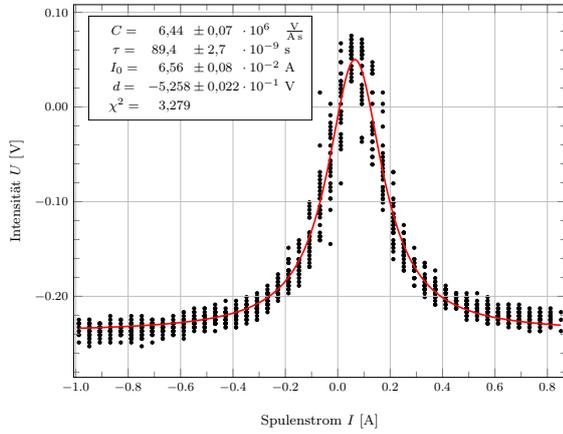


Abbildung 21: Messung 8 zur Bestimmung der Standardabweichung bei $-10\text{ }^\circ\text{C}$.

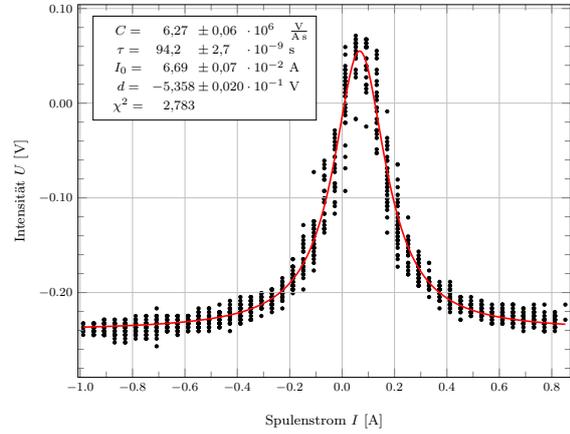


Abbildung 24: Messung 11 zur Bestimmung der Standardabweichung bei $-10\text{ }^\circ\text{C}$.

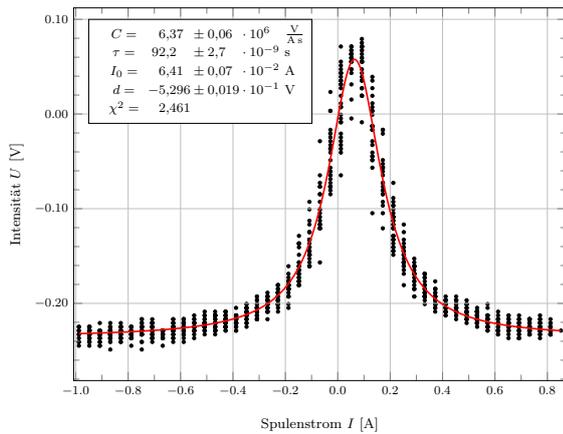


Abbildung 22: Messung 9 zur Bestimmung der Standardabweichung bei $-10\text{ }^\circ\text{C}$.

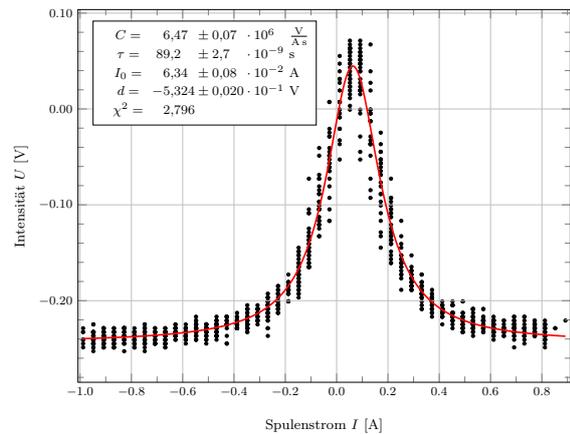


Abbildung 25: Messung 12 zur Bestimmung der Standardabweichung bei $-10\text{ }^\circ\text{C}$.

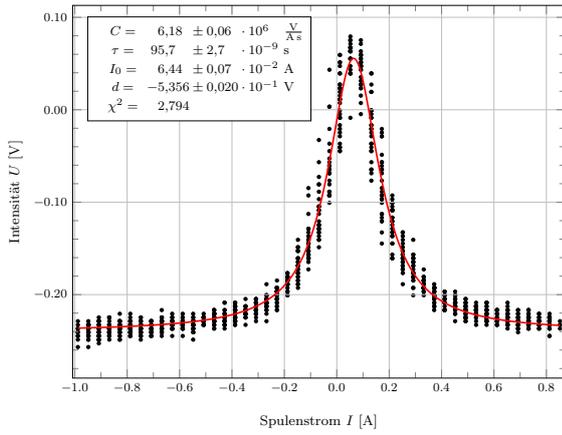


Abbildung 26: Messung 13 zur Bestimmung der Standardabweichung bei -10°C .

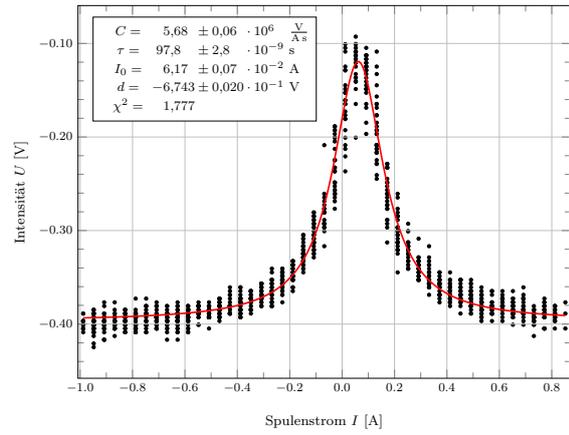


Abbildung 29: Messung 1 zur Bestimmung der Standardabweichung bei 6°C .

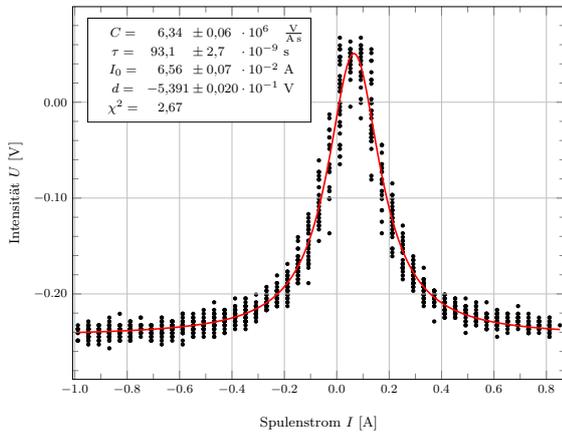


Abbildung 27: Messung 14 zur Bestimmung der Standardabweichung bei -10°C .

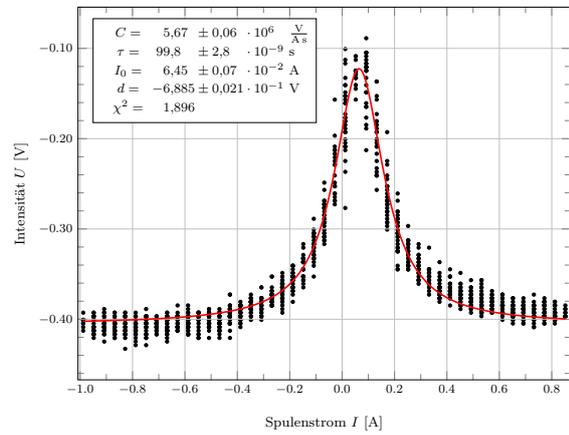


Abbildung 30: Messung 2 zur Bestimmung der Standardabweichung bei 6°C .

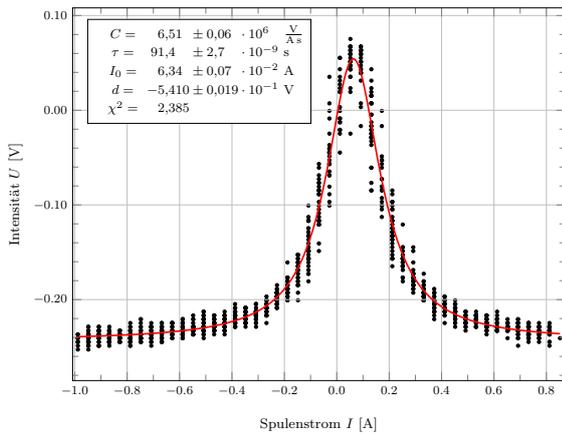


Abbildung 28: Messung 15 zur Bestimmung der Standardabweichung bei -10°C .

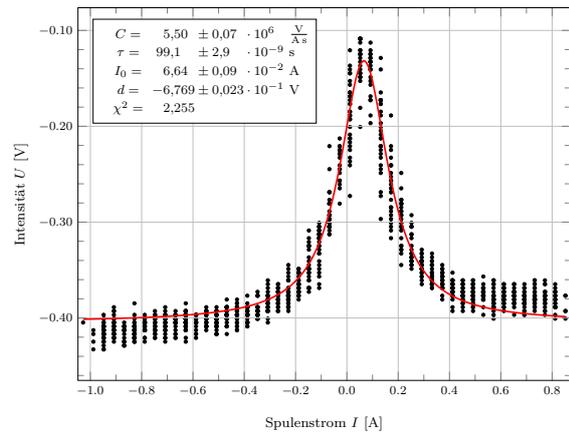


Abbildung 31: Messung 3 zur Bestimmung der Standardabweichung bei 6°C .

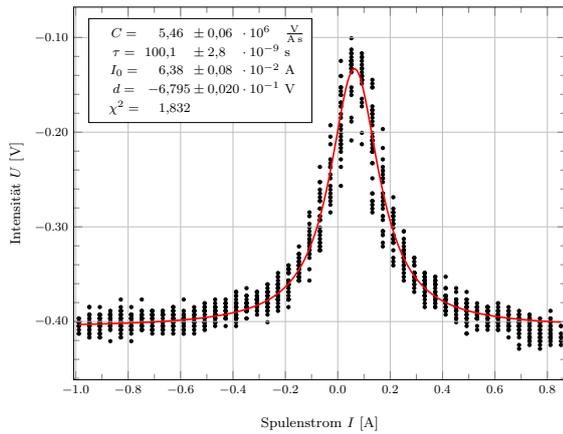


Abbildung 32: Messung 4 zur Bestimmung der Standardabweichung bei 6 °C.

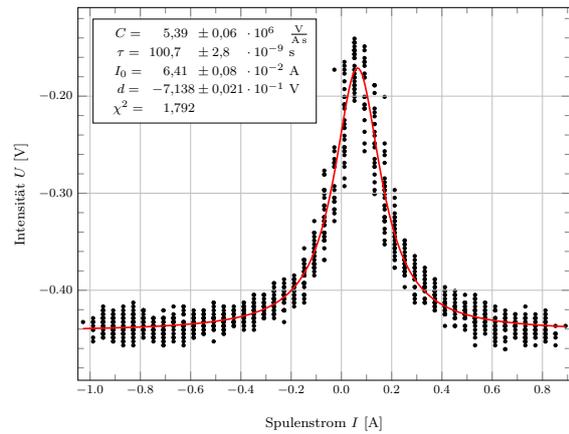


Abbildung 35: Messung 7 zur Bestimmung der Standardabweichung bei 6 °C.

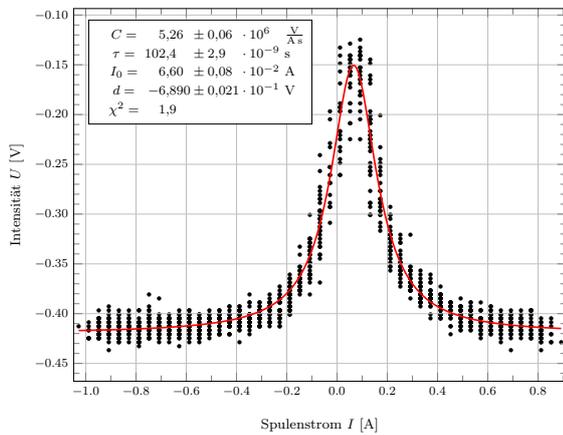


Abbildung 33: Messung 5 zur Bestimmung der Standardabweichung bei 6 °C.

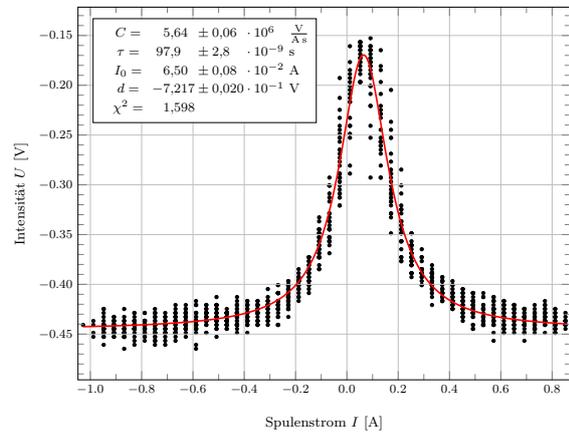


Abbildung 36: Messung 8 zur Bestimmung der Standardabweichung bei 6 °C.

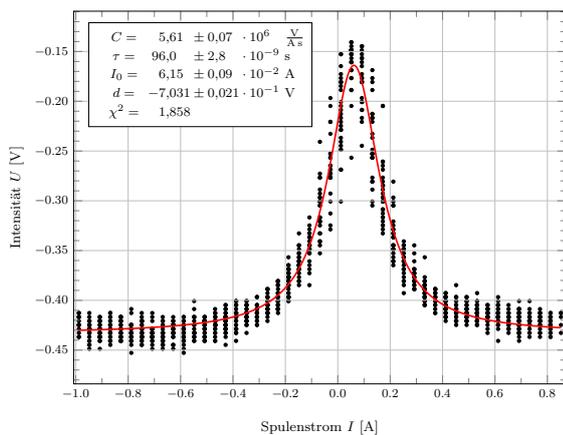


Abbildung 34: Messung 6 zur Bestimmung der Standardabweichung bei 6 °C.

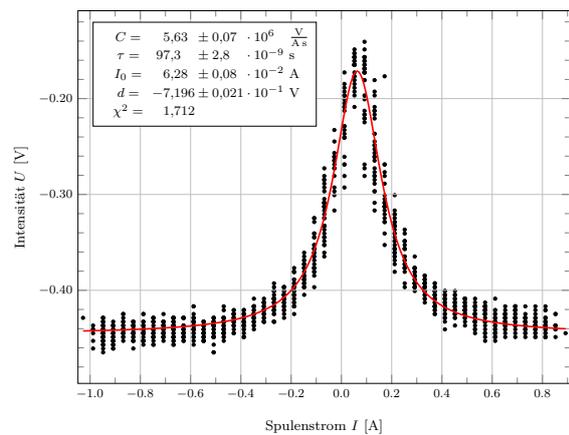


Abbildung 37: Messung 9 zur Bestimmung der Standardabweichung bei 6 °C.

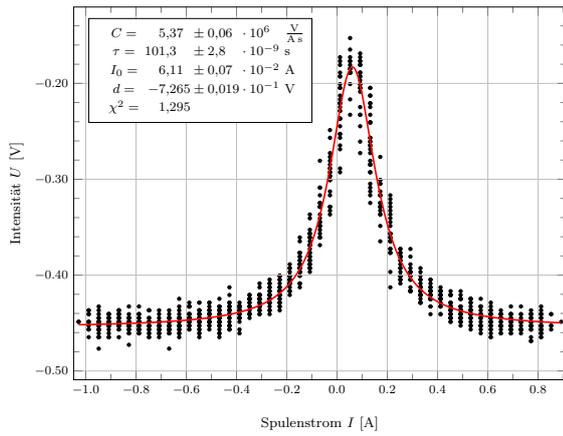
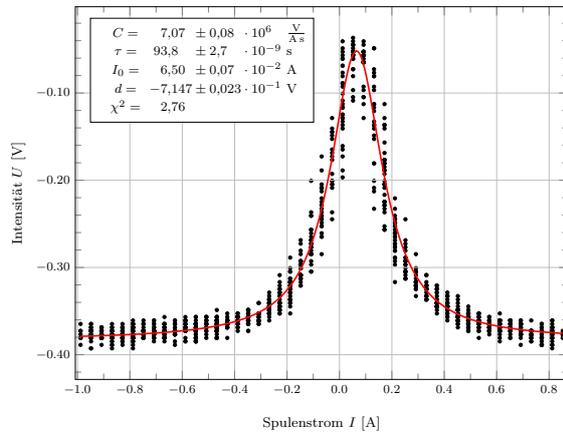
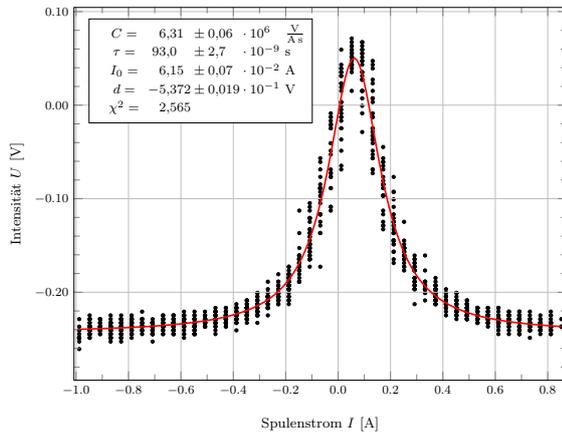


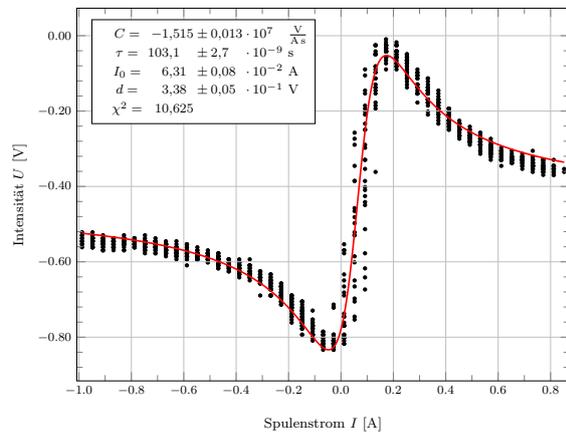
Abbildung 38: Messung 10 zur Bestimmung der Standardabweichung bei 6°C.



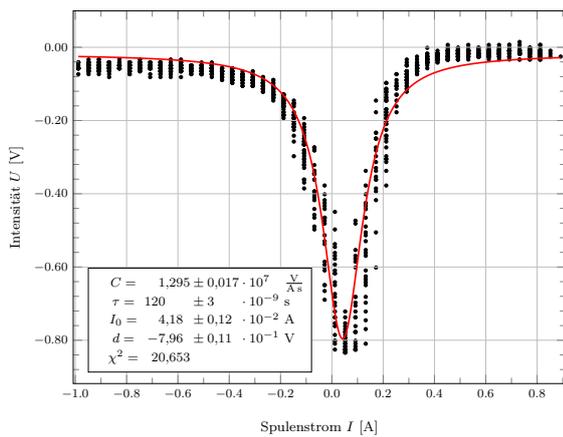
(a) Polarisatoreinstellung 0°



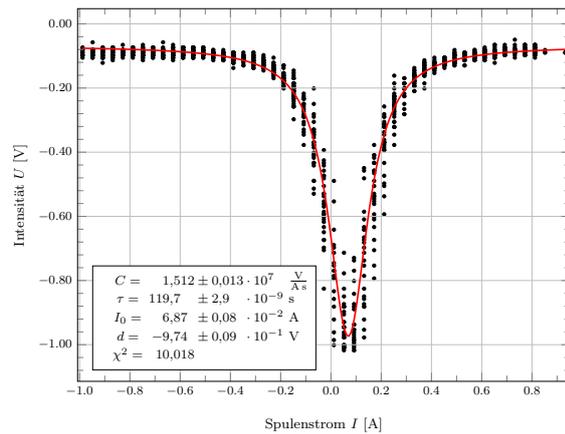
(a) Polarisatoreinstellung 0°



(b) Polarisatoreinstellung 45°



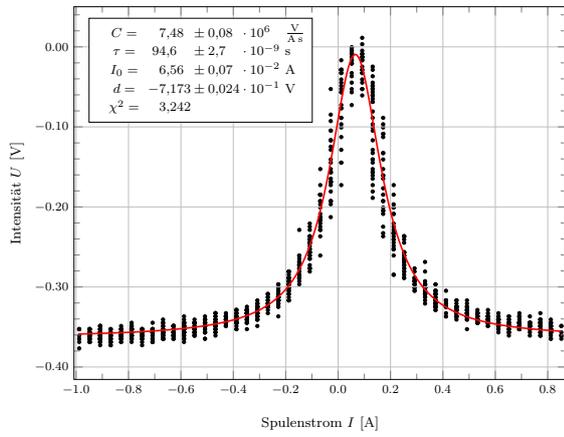
(b) Polarisatoreinstellung 90°



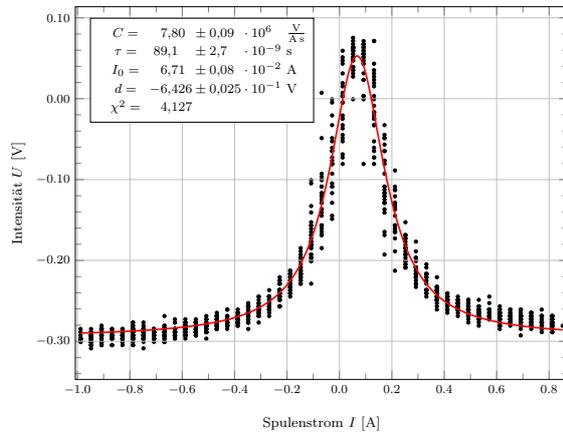
(c) Polarisatoreinstellung 90°

Abbildung 39: Aufwärmessung bei einer Temperatur von $T = -10^\circ\text{C}$.

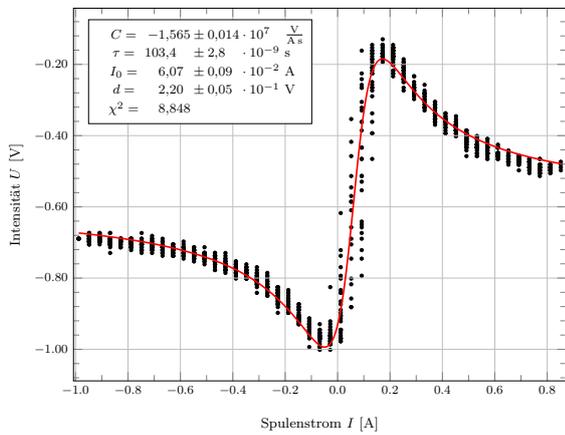
Abbildung 40: Aufwärmessung bei einer Temperatur von $T = -9^\circ\text{C}$.



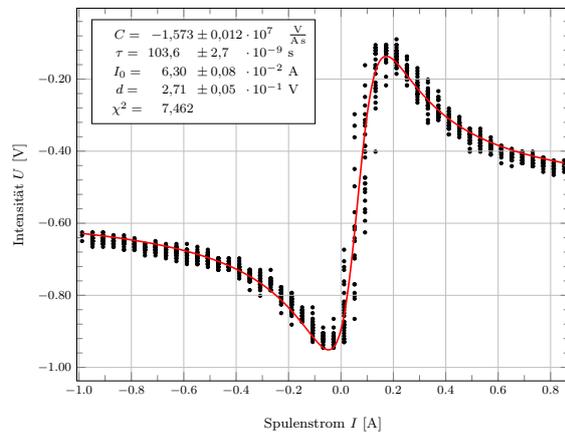
(a) Polarisatoreinstellung 0°



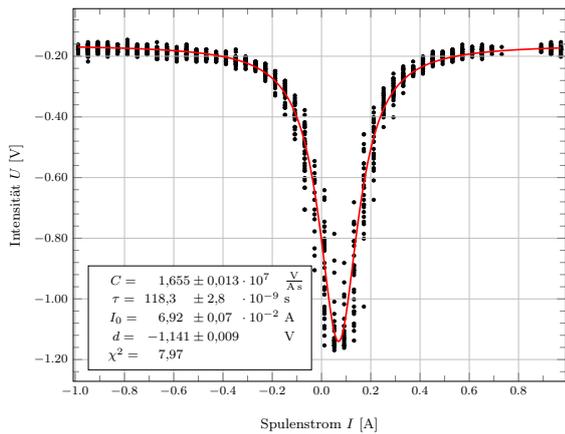
(a) Polarisatoreinstellung 0°



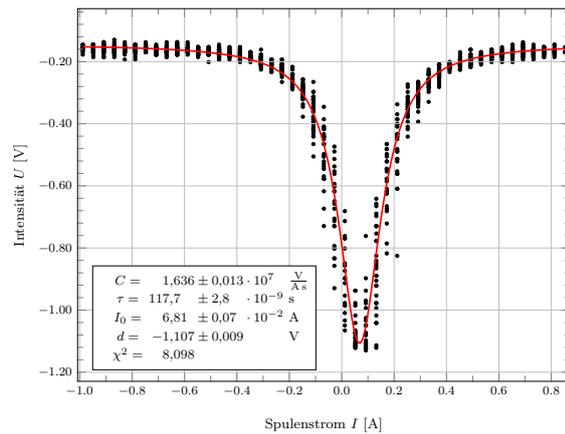
(b) Polarisatoreinstellung 45°



(b) Polarisatoreinstellung 45°



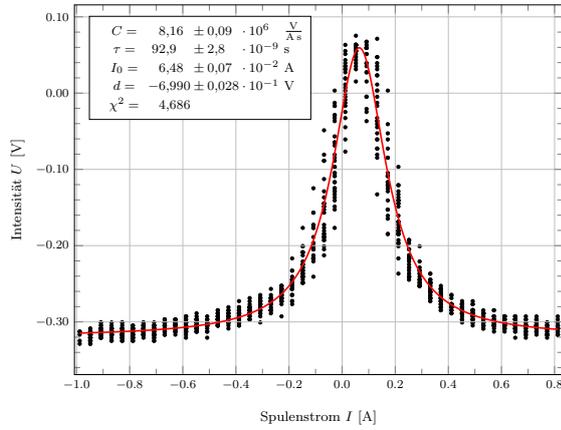
(c) Polarisatoreinstellung 90°



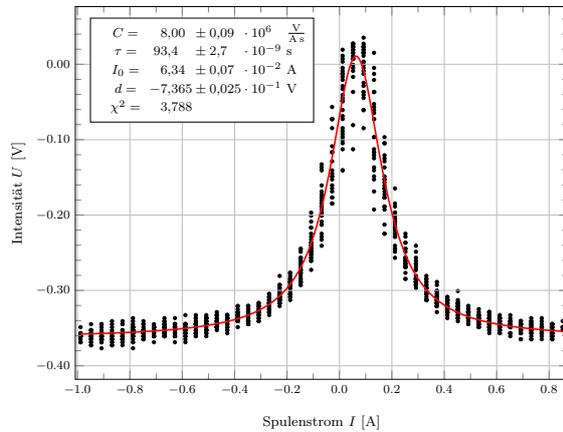
(c) Polarisatoreinstellung 90°

Abbildung 41: Aufwärmmessung bei einer Temperatur von $T = -8^\circ\text{C}$.

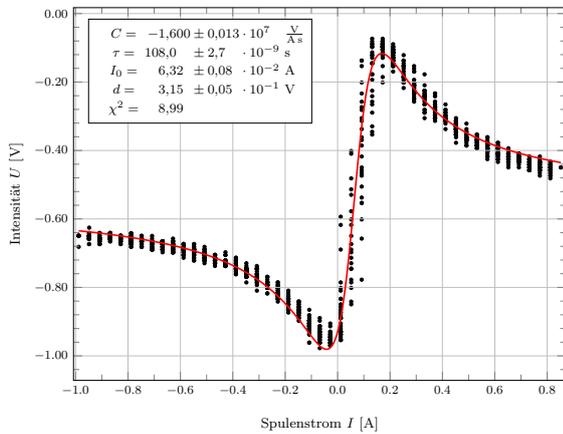
Abbildung 42: Aufwärmmessung bei einer Temperatur von $T = -7^\circ\text{C}$.



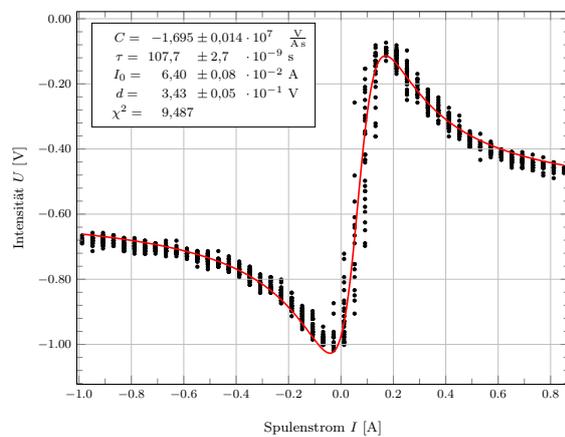
(a) Polarisatoreinstellung 0°



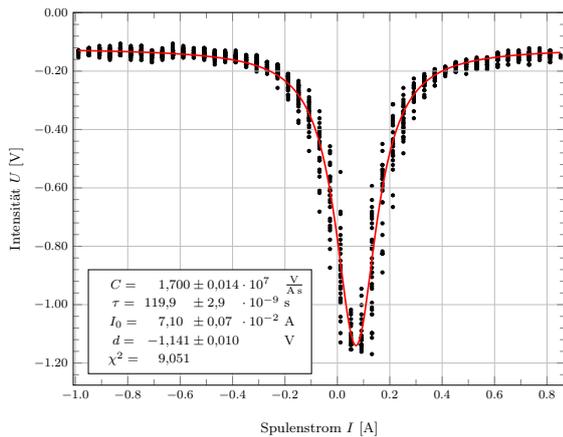
(a) Polarisatoreinstellung 0°



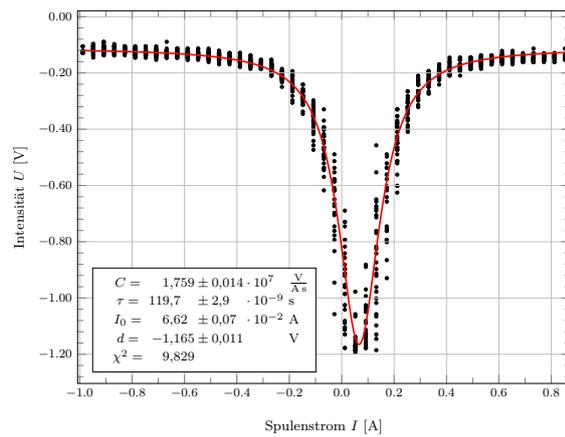
(b) Polarisatoreinstellung 45°



(b) Polarisatoreinstellung 45°



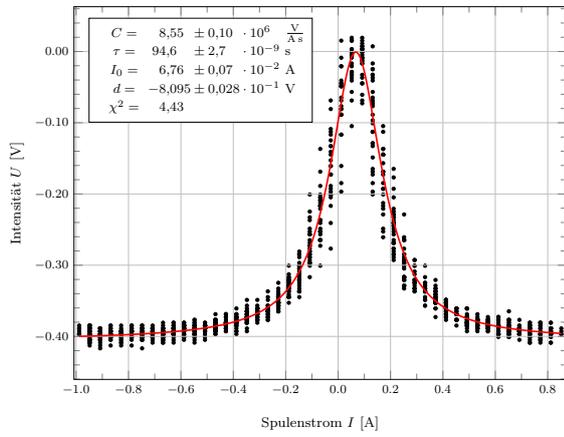
(c) Polarisatoreinstellung 90°



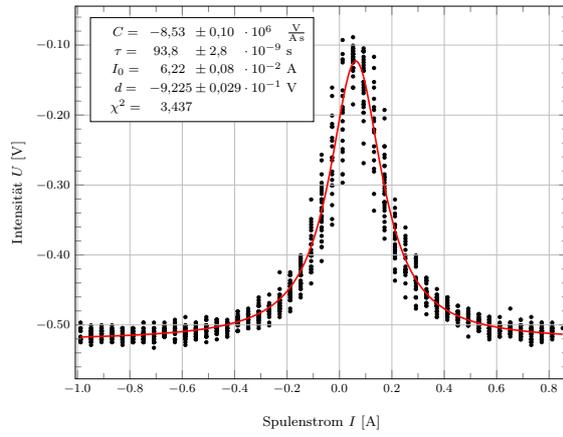
(c) Polarisatoreinstellung 90°

Abbildung 43: Aufwärmmessung bei einer Temperatur von $T = -5^\circ\text{C}$.

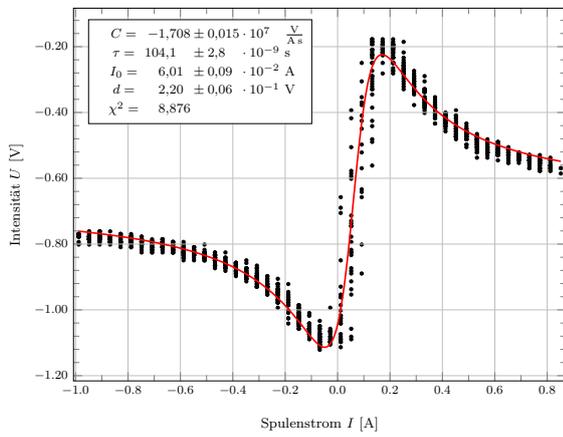
Abbildung 44: Aufwärmmessung bei einer Temperatur von $T = -3^\circ\text{C}$.



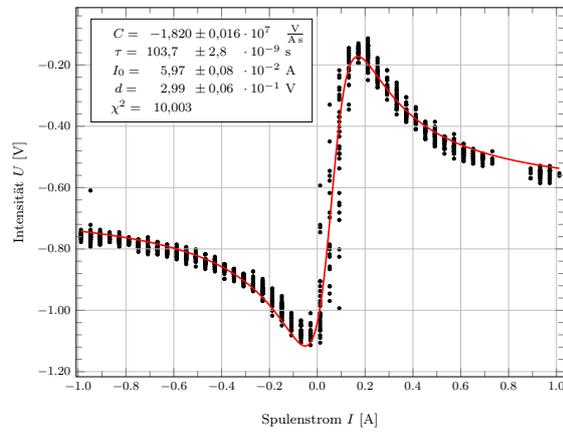
(a) Polarisatoreinstellung 0°



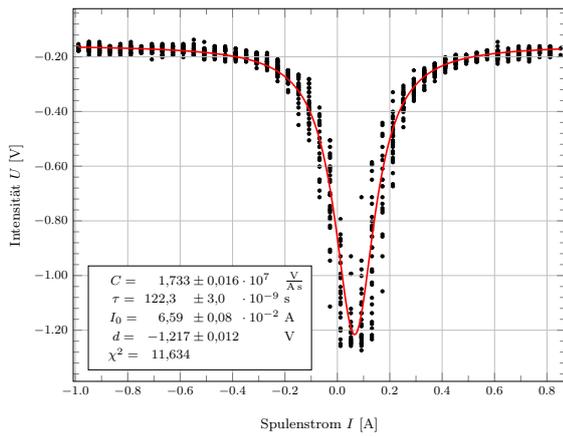
(a) Polarisatoreinstellung 0°



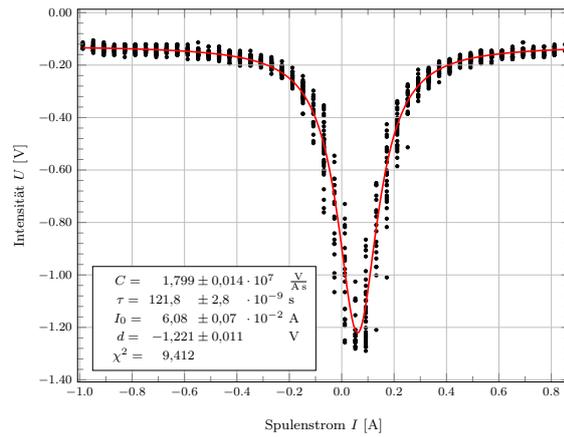
(b) Polarisatoreinstellung 45°



(b) Polarisatoreinstellung 45°



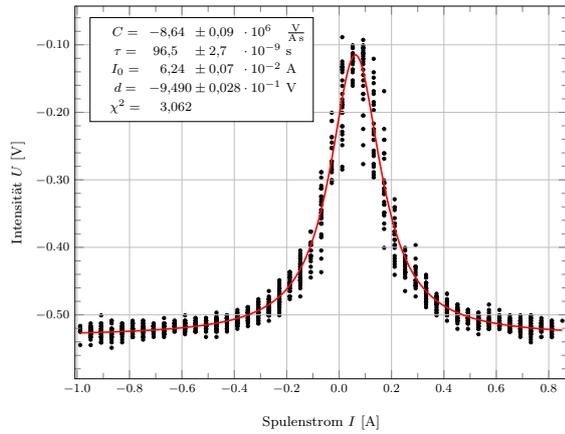
(c) Polarisatoreinstellung 90°



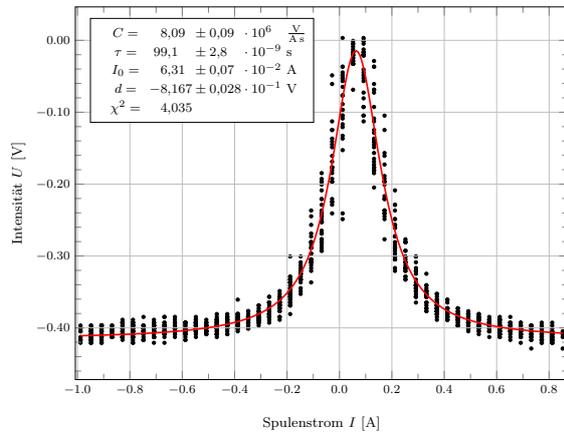
(c) Polarisatoreinstellung 90°

Abbildung 45: Aufwärmessung bei einer Temperatur von $T = -2^\circ\text{C}$.

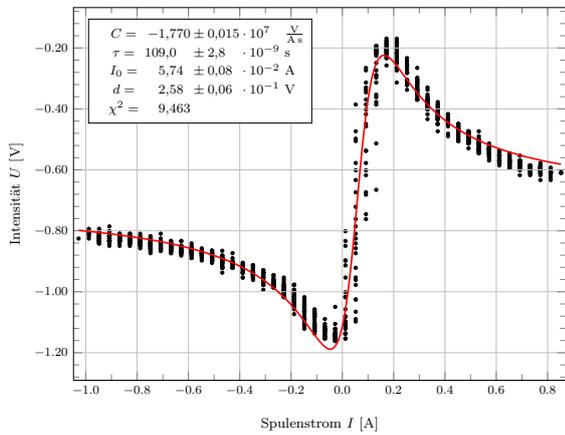
Abbildung 46: Aufwärmessung bei einer Temperatur von $T = 0^\circ\text{C}$.



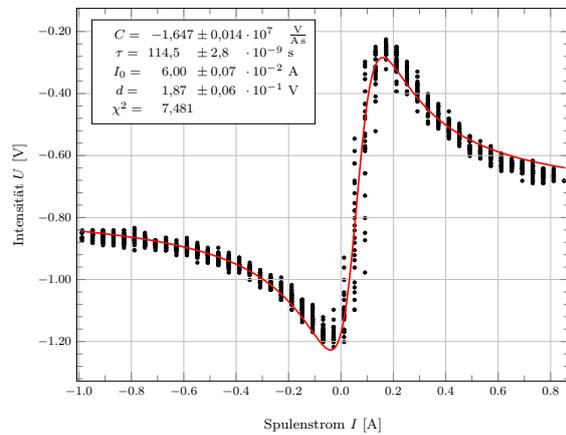
(a) Polarisatoreinstellung 0°



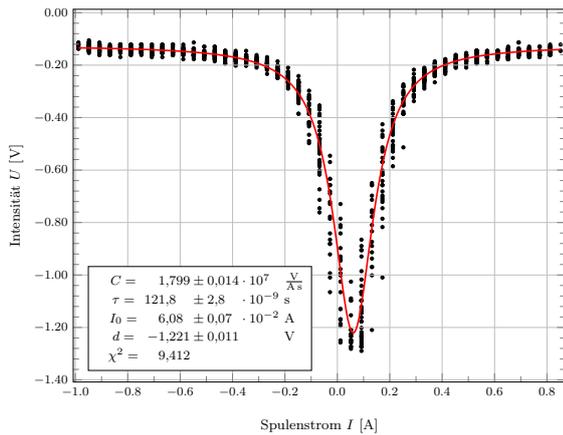
(a) Polarisatoreinstellung 0°



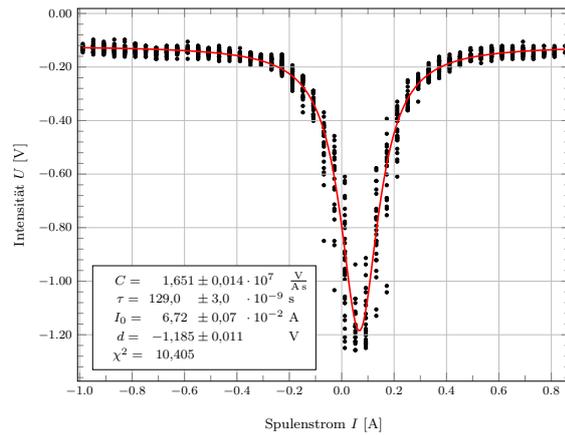
(b) Polarisatoreinstellung 45°



(b) Polarisatoreinstellung 45°



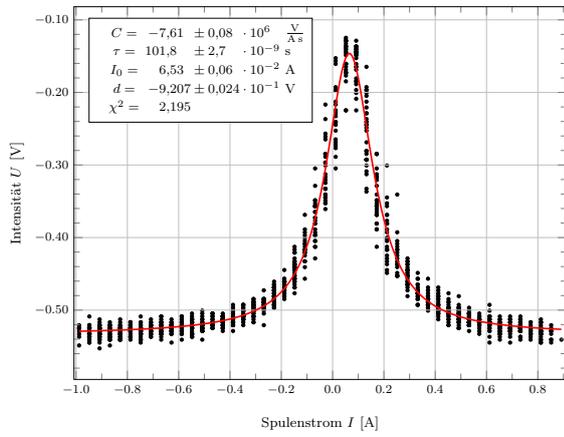
(c) Polarisatoreinstellung 90°



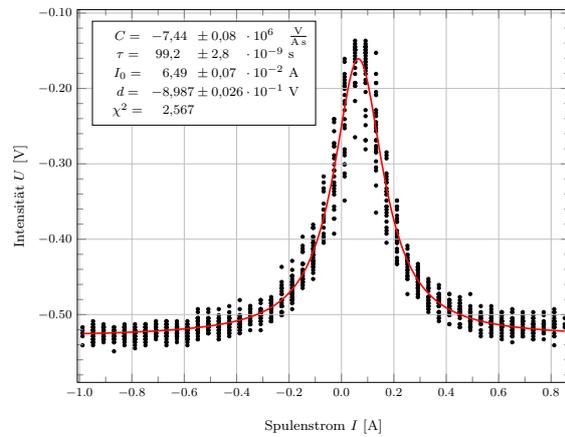
(c) Polarisatoreinstellung 90°

Abbildung 47: Aufwärmessung bei einer Temperatur von $T = 2^\circ\text{C}$.

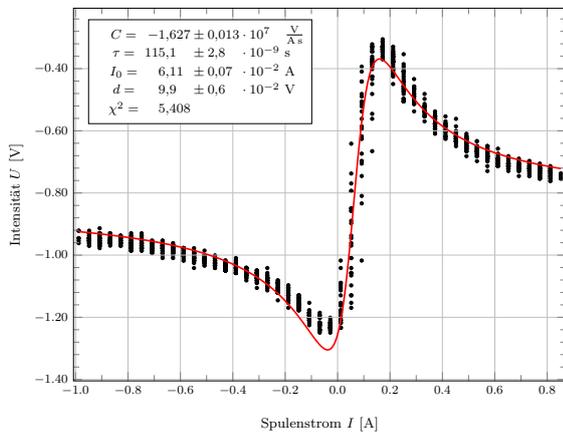
Abbildung 48: Aufwärmessung bei einer Temperatur von $T = 5^\circ\text{C}$.



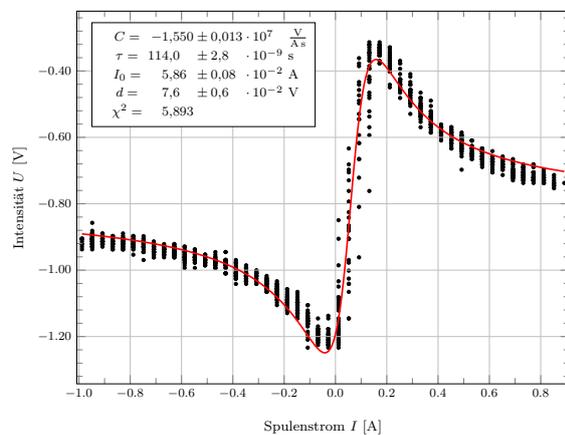
(a) Polarisatoreinstellung 0°



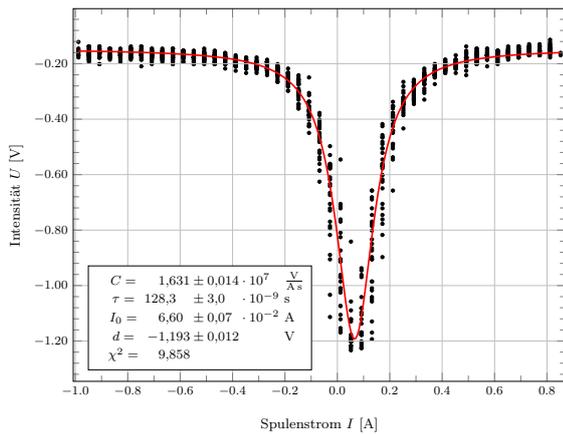
(a) Polarisatoreinstellung 0°



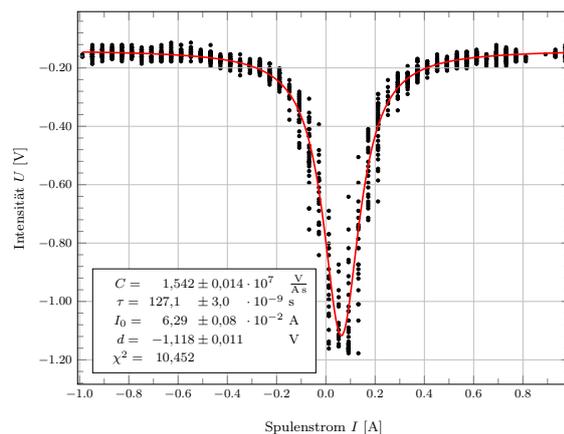
(b) Polarisatoreinstellung 45°



(b) Polarisatoreinstellung 45°



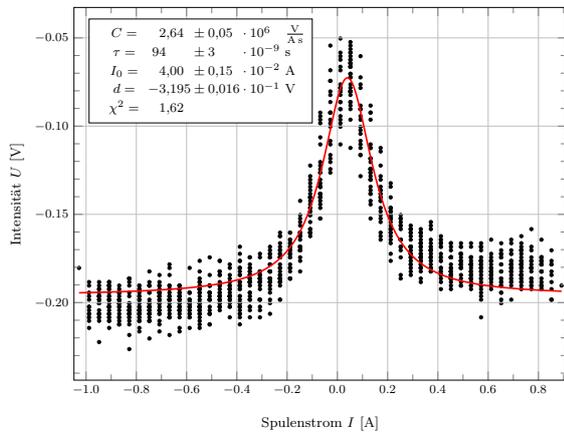
(c) Polarisatoreinstellung 90°



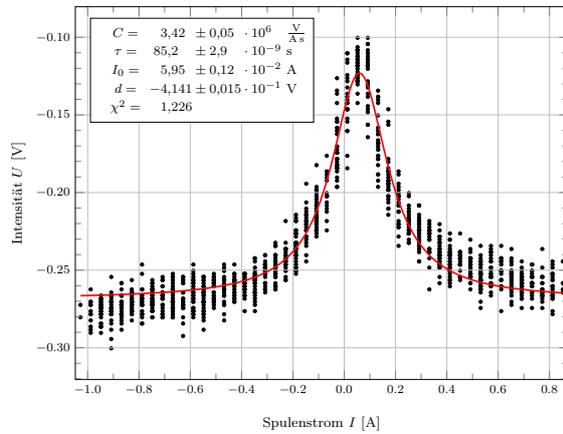
(c) Polarisatoreinstellung 90°

Abbildung 49: Aufwärmmessung bei einer Temperatur von $T = 8^\circ\text{C}$.

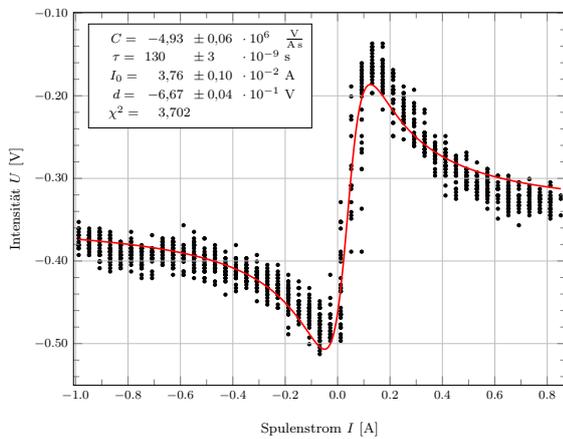
Abbildung 50: Aufwärmmessung bei einer Temperatur von $T = 11^\circ\text{C}$.



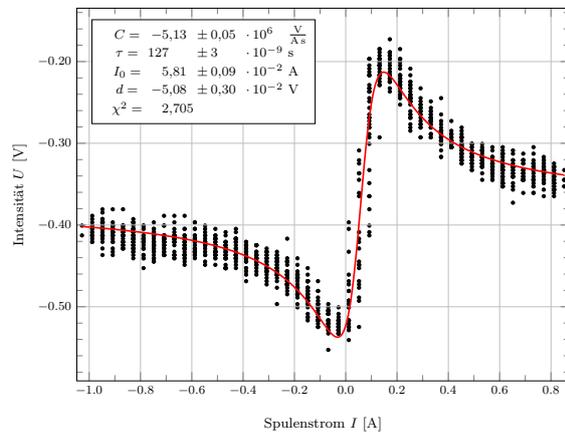
(a) Polarisatoreinstellung 0°



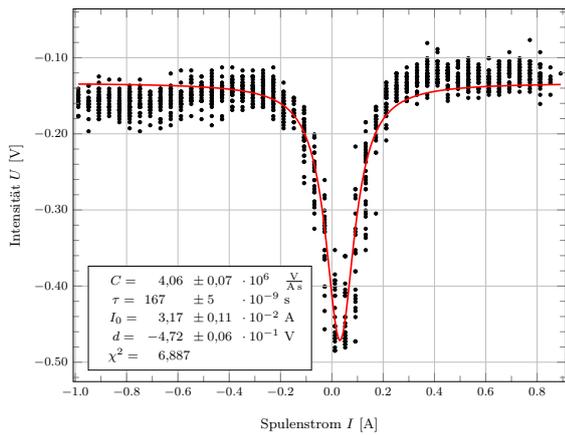
(a) Polarisatoreinstellung 0°



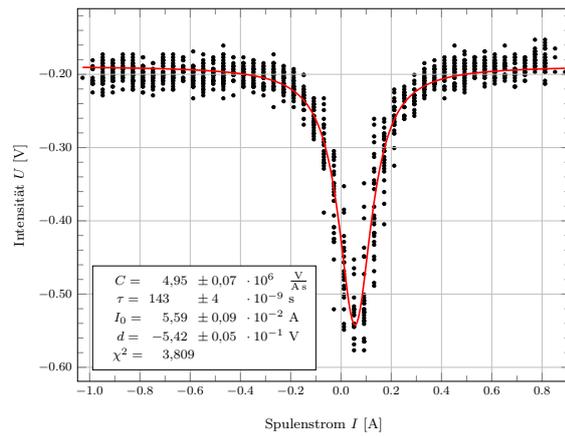
(b) Polarisoreinstellung 45°



(b) Polarisoreinstellung 45°



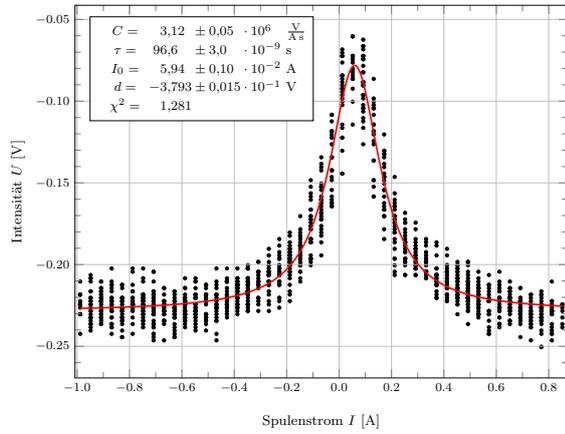
(c) Polarisoreinstellung 90°



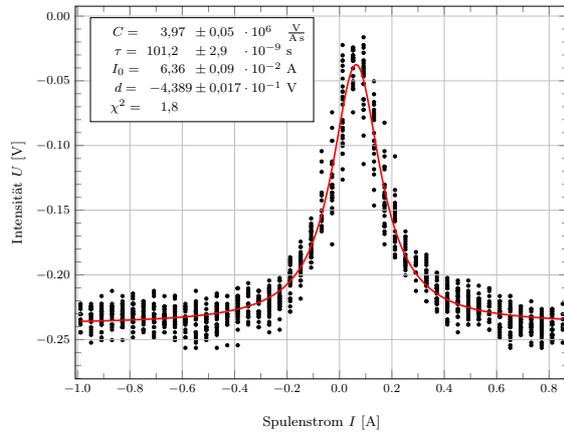
(c) Polarisoreinstellung 90°

Abbildung 51: Abkühlmessung bei einer Temperatur von $T = 21\text{ }^\circ\text{C}$.

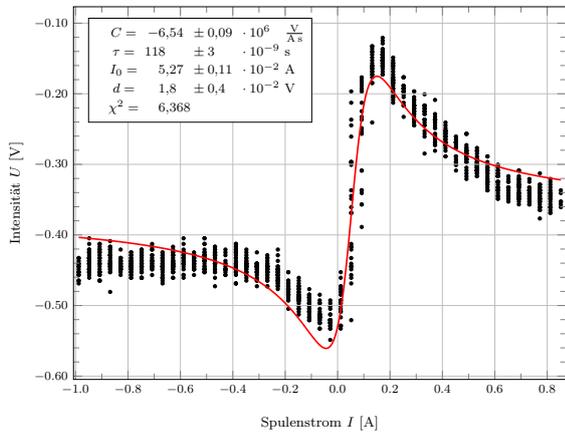
Abbildung 52: Abkühlmessung bei einer Temperatur von $T = 19\text{ }^\circ\text{C}$.



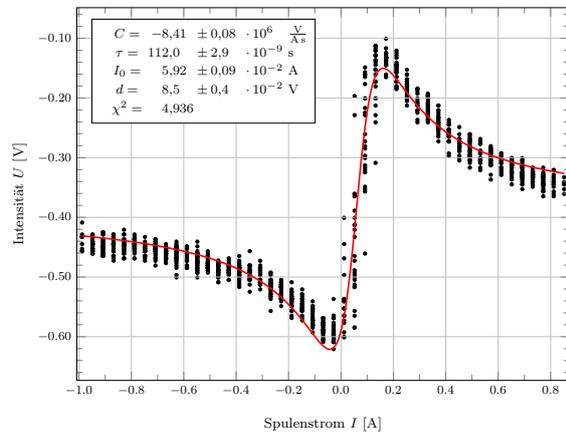
(a) Polarisatoreinstellung 0°



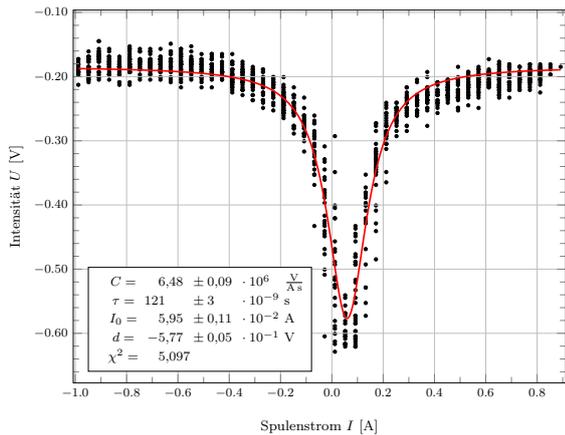
(a) Polarisatoreinstellung 0°



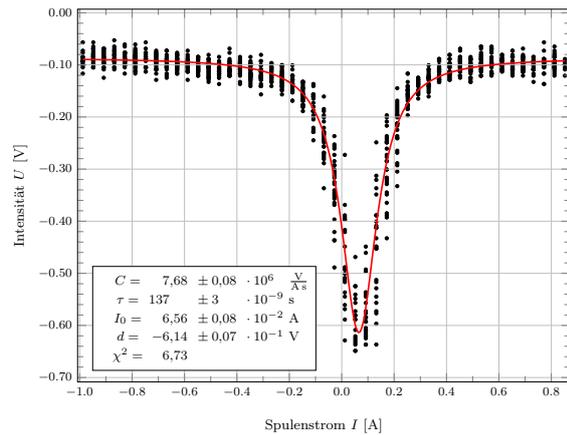
(b) Polarisatoreinstellung 45°



(b) Polarisatoreinstellung 45°



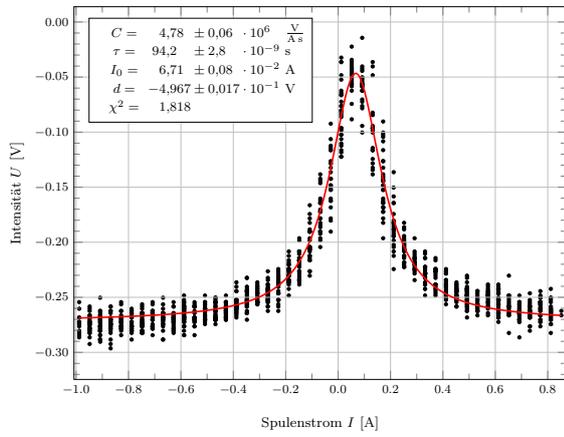
(c) Polarisatoreinstellung 90°



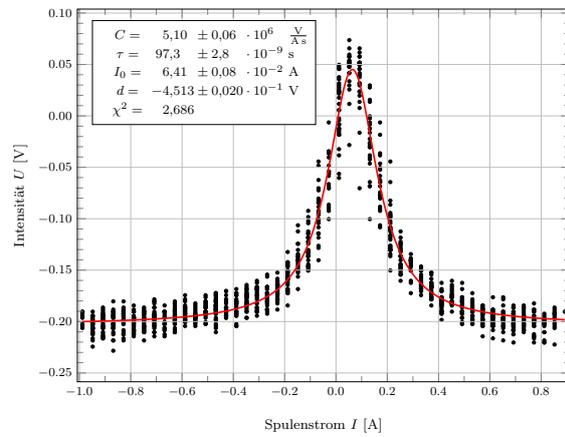
(c) Polarisatoreinstellung 90°

Abbildung 53: Abkühlmessung bei einer Temperatur von $T = 17^\circ\text{C}$.

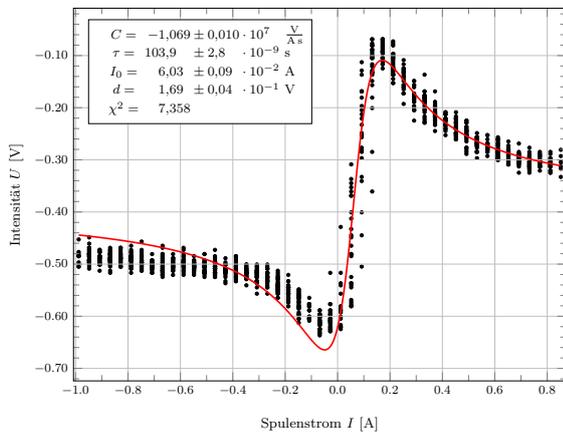
Abbildung 54: Abkühlmessung bei einer Temperatur von $T = 14^\circ\text{C}$.



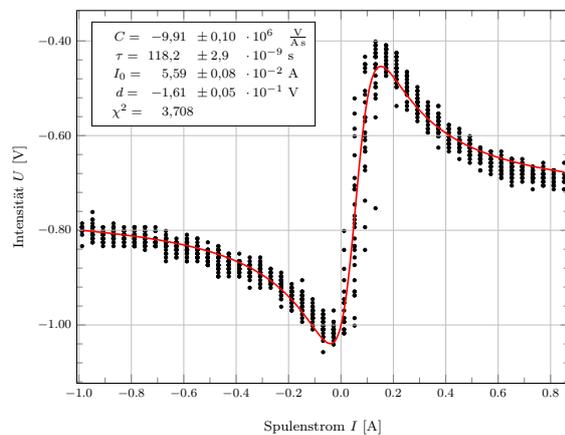
(a) Polarisatoreinstellung 0°



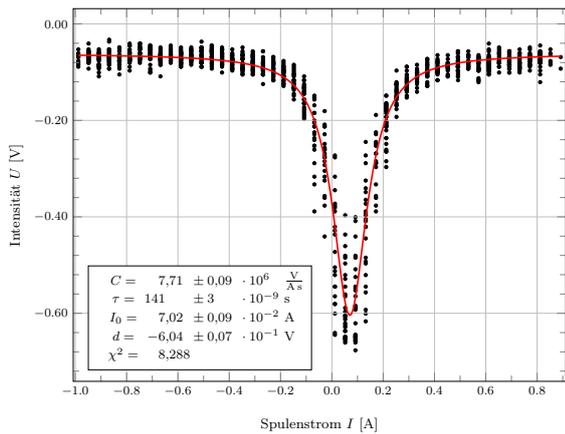
(a) Polarisatoreinstellung 0°



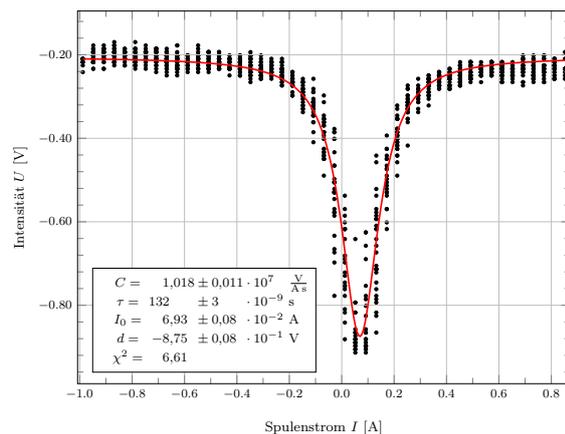
(b) Polarisatoreinstellung 45°



(b) Polarisatoreinstellung 45°



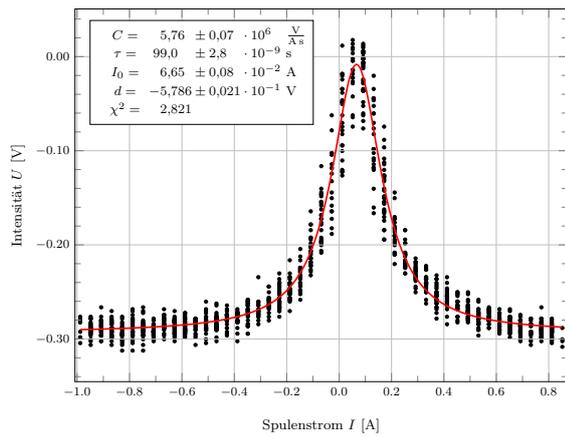
(c) Polarisatoreinstellung 90°



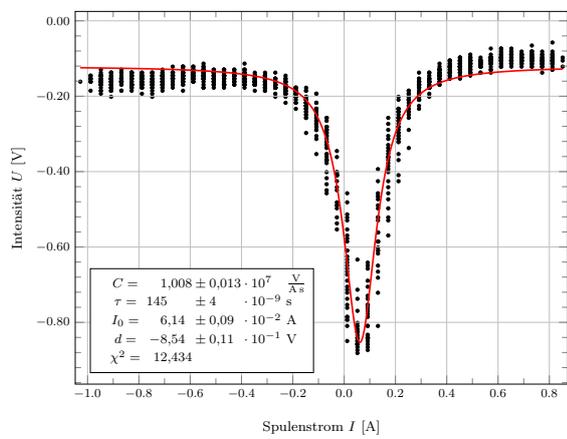
(c) Polarisatoreinstellung 90°

Abbildung 55: Abkühlmessung bei einer Temperatur von $T = 11^\circ\text{C}$.

Abbildung 56: Abkühlmessung bei einer Temperatur von $T = 8^\circ\text{C}$.



(a) Polarisatoreinstellung 0°



(b) Polarisatoreinstellung 90°

Abbildung 57: Abkühlmessung bei einer Temperatur von $T = 6^\circ\text{C}$.

Maxwell-Effekte

01.20.10.18

Kühlströmung: Durchgeföhr bei $\theta = 8^\circ\text{C}$ - Wärrer-Effekt - **Rein** im Rohrströmung, so ergibt sich, dass Fluss von Wärrer-Signale gleiche Richtung annehmen

Beispiel: Plattenkondensator - Abzug: Strömung ca. 10°C

gDP-Position: Interaktion gleich bei 8°C

Strömung: $I_2 = 0,1712$

$I_1 = 0,1712$

Ausströmung: das Empfindung bei ca. $1,0000 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$

1. Strommessungen ($T = 1^\circ\text{C}$) (3 Messungen: Untergrenze/Untergrenze ca. 10°C)

↳ 15 mal: $10^\circ\text{C} \dots 10^\circ\text{C} \dots 10^\circ\text{C}$

2. Aufwärmessung (Ermittlung): Minimaler Wärrerfluss $> 30 \text{ min}$

1. $T = 10^\circ\text{C}$, $I_{\text{min}} = 7,004$ auf $1,90 \dots 10$

auf $1,95 \dots 10$

auf $1,0 \dots 9$

auf $1,90 \dots 9$

auf $1,95 \dots 9$

auf $1,0 \dots 8$

auf $1,90 \dots 8$

auf $1,95 \dots 8$

auf $1,0 \dots 7$

auf $1,90 \dots 7$

auf $1,95 \dots 7$

auf $1,0 \dots 5$

auf $1,90 \dots 5$

auf $1,95 \dots 5$

auf $1,0 \dots 3$

auf $1,90 \dots 3$

auf $1,95 \dots 3$

auf $1,0 \dots 2$

auf $1,90 \dots 2$

auf $1,95 \dots 2$

auf $1,0 \dots 0$

auf $1,90 \dots 0$

auf $1,95 \dots 0$

auf $1,90 \dots 0$

auf $1,95 \dots 0$

3. $T = 2^\circ\text{C}$, $I_{\text{min}} = 3,004$ auf $1,90 \dots 2$

auf $1,95 \dots 2$

auf $1,0 \dots 5$

auf $1,90 \dots 5$

auf $1,95 \dots 5$

auf $1,0 \dots 8$

auf $1,90 \dots 8$

auf $1,95 \dots 8$

auf $1,0 \dots 11$

auf $1,90 \dots 11$

auf $1,95 \dots 11$

auf $1,0 \dots 14$

auf $1,90 \dots 14$

auf $1,95 \dots 14$

auf $1,0 \dots 17$

auf $1,90 \dots 17$

auf $1,95 \dots 17$

auf $1,0 \dots 19$

auf $1,90 \dots 19$

auf $1,95 \dots 19$

auf $1,0 \dots 21$

auf $1,90 \dots 21$

auf $1,95 \dots 21$

auf $1,0 \dots 23$

auf $1,90 \dots 23$

auf $1,95 \dots 23$

auf $1,0 \dots 25$

auf $1,90 \dots 25$

auf $1,95 \dots 25$

auf $1,0 \dots 27$

auf $1,90 \dots 27$

auf $1,95 \dots 27$

auf $1,0 \dots 29$

auf $1,90 \dots 29$

auf $1,95 \dots 29$

auf $1,0 \dots 31$

auf $1,90 \dots 31$

auf $1,95 \dots 31$

auf $1,0 \dots 33$

auf $1,90 \dots 33$

auf $1,95 \dots 33$

auf $1,0 \dots 35$

auf $1,90 \dots 35$

auf $1,95 \dots 35$

auf $1,0 \dots 37$

auf $1,90 \dots 37$

auf $1,95 \dots 37$

auf $1,0 \dots 39$

auf $1,90 \dots 39$

auf $1,95 \dots 39$

auf $1,0 \dots 41$

auf $1,90 \dots 41$

auf $1,95 \dots 41$

auf $1,0 \dots 43$

auf $1,90 \dots 43$

auf $1,95 \dots 43$

auf $1,0 \dots 45$

auf $1,90 \dots 45$

auf $1,95 \dots 45$

3. Nachmessung (Rein-Verfahren) Abstand unter Messung $> 30 \text{ min}$

1. $T = 1^\circ\text{C}$, $I_{\text{min}} = 0,014$ auf $1,0 \dots 21$

2. $T = 2^\circ\text{C}$, $I_{\text{min}} = 0,504$ auf $1,0 \dots 19$

3. $T = 1^\circ\text{C}$, $I_{\text{min}} = 7,004$ auf $1,0 \dots 17$

4. $T = 2^\circ\text{C}$, $I_{\text{min}} = 4,504$ auf $1,0 \dots 14$

auf $1,0 \dots 14$

auf $1,0 \dots 14$

auf $1,$

Literaturverzeichnis

- [1] GESSNER, M. ; FISCHER, S. ; KÖHLI, M.: *Versuchsanleitungen Fortgeschrittenen Praktikum Teil I – Der Hanle-Effekt*. 2012
- [2] HASENCLEVER, Wolf-Dieter: *Bau einer Apparatur zur Messung angeregter Atomzustände mit Hilfe des Hanle-Effektes*. 1970
- [3] JONES, Eric ; OLIPHANT, Travis ; PETERSON, Pearu u. a.: *SciPy: Open source scientific tools for Python*. <https://www.scipy.org/>. Version: 2001–. – Online; Zugriff am 30.09.2019.
- [4] O. V.: *150 MHz Mixed Signal CombiScope HM1508 – Handbuch*. 1. Mainhausen: HAMEG Instruments GmbH, 2005. https://cdn.rohde-schwarz.com/hameg-archive/HM1508_deutsch.pdf. – Online; Zugriff am 04.10.2019.
- [5] THERNEAU, Terry: *deming: Deming, Theil-Sen, Passing-Bablok and Total Least Squares Regression*. 1.4, 2018. <https://CRAN.R-project.org/package=deming>. – R package version 1.4