

ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG
PHYSIKLABOR FÜR FORTGESCHRITTENE
SOMMERSEMESTER 2022

VERSUCH AM 30.-31.08.2022

Kernspinresonanz

Gruppe 13:
01.09.2022

Assistent:

Abstract

Im vorliegenden Versuch geht es um die grundsätzlichen Eigenschaften der Kernspinresonanz. Explizit soll für drei verschiedene Proben (^{19}F Fluor, Wasser und Glykol) das gyromagnetische Verhältnis beziehungsweise das kernmagnetische Moment bestimmt werden. Bei beiden Größen handelt es sich dabei um charakteristische Eigenschaften des Kerns, die direkt mit dem jeweiligen Kernspin verknüpft sind. Es werden zwei unterschiedliche Messmethoden – Sinusmodulation und Lock-in-Verfahren – verwendet und verglichen.

Insgesamt konnten die beschriebenen Messgrößen bei allen Messproben mit einer sehr guten Genauigkeit von jeweils unter 0,3% bestimmt und eine sehr gute Verträglichkeit untereinander, sowie mit Literaturwerten erreicht werden. Es konnte mit beiden Messmethoden vergleichbar genaue Ergebnisse erzielt werden.

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	5
2	Theorie und Methodologie	5
2.1	Tabelle der im Protokoll verwendeten Symbole	5
2.2	Theoretischer Hintergrund	5
2.2.1	Grundlagen: Spin, Kernspin und magnetisches Moment	5
2.2.2	Kernspinresonanz: Wechselwirkung mit Magnetfeld und Strahlung	6
2.3	Verwendete Methoden	6
2.3.1	Bestimmung des Magnetfeldes mithilfe einer Hall-Sonde	6
2.3.2	Bestimmung der Resonanzfrequenz über ein sinusmoduliertes Magnetfeld	7
2.3.3	Bestimmung der Resonanzfrequenz über die Lock-in-Methode	7
3	Aufbau und Durchführung	9
4	Datenanalyse und Fehlerbetrachtung	11
4.1	Vermessung des Magnetfeldes und Überprüfung der Homogenität	11
4.2	Untersuchung des ¹⁹ Fluor-Kerns in Teflon und Bestimmung des kernmagnetischen Moments	11
4.3	Untersuchung eines Protons in Wasser	14
4.4	Untersuchung eines Protons in Glykol	16
4.5	Erneute Untersuchung des Wassers mithilfe der Lock-in-Methode	18
5	Zusammenfassung und Fehlerdiskussion	22
5.1	Zusammenstellung der Ergebnisse	22
5.2	Vergleich mit Literaturwerten	22
5.3	Fehlerdiskussion und Erörterung der Ergebnisse	23
6	Bibliography	24
7	Anhang	25
7.1	Technische Parameter	25
7.2	Messwerte des ¹⁹ Fluors	26
7.3	Messwerte des Wassers	29
7.4	Messwerte des Glykols	32
7.5	Messwerte mit dem Lock-in-Verfahren	35
7.6	Laborbuch	38

Tabellenverzeichnis

1	Im Protokoll verwendete Symbole	5
2	Zusammenstellung der Messergebnisse	22
3	Vergleich mit Literatur	22
4	Technische Einstellungen Aufbau	25

Abbildungsverzeichnis

1	Absorptionsbild am Oszilloskop	7
2	Lock-in-Signal	8
3	Blockschaltbild für Versuchsteil 1	9
4	Blockschaltbild für die Versuchsteile 2,3,4	9
5	Blockschaltbild für Versuchsteil 5	10
6	Homogenitätsmessung des Magnetfelds	11
7	Messung ^{19}F bei 18,1386 MHz	12
8	Lineare Regressionen der Peak-Abstände von Fluor	13
9	Messung des Wassers bei 19,2145 MHz	15
10	Lineare Regressionen der Peak-Abstände von Wasser	16
11	Messung des Glykols bei 19,1968 MHz	17
12	Lineare Regressionen der Peak-Abstände von Glykol	18
13	Messung des Wassers mit den Lock-in-Verfahren bei 19,0759 MHz	19
14	Lineare Regression bei der Lock-in-Methode zur Frequenzbestimmung	20
15	^{19}F bei 18,2893 MHz	26
16	^{19}F bei 18,2721 MHz	26
17	^{19}F bei 18,2604 MHz	26
18	^{19}F bei 18,2522 MHz	26
19	^{19}F bei 18,2388 MHz	26
20	^{19}F bei 18,2246 MHz	26
21	^{19}F bei 18,2004 MHz	27
22	^{19}F bei 18,1817 MHz	27
23	^{19}F bei 18,1602 MHz	27
24	^{19}F bei 18,1142 MHz	27
25	^{19}F bei 18,0906 MHz	27
26	^{19}F bei 18,0654 MHz	27
27	^{19}F bei 18,0293 MHz	28
28	^{19}F bei 18,0211 MHz	28
29	Wasser bei 19,3477 MHz	29
30	Wasser bei 19,3375 MHz	29
31	Wasser bei 19,3282 MHz	29
32	Wasser bei 19,3161 MHz	29
33	Wasser bei 19,3081 MHz	29
34	Wasser bei 19,2912 MHz	29
35	Wasser bei 19,2717 MHz	30
36	Wasser bei 19,2545 MHz	30
37	Wasser bei 19,2355 MHz	30
38	Wasser bei 19,1920 MHz	30
39	Wasser bei 19,1719 MHz	30
40	Wasser bei 19,1569 MHz	30
41	Wasser bei 19,1423 MHz	31
42	Wasser bei 19,1022 MHz	31

43	Glykol bei 19,3075 MHz	32
44	Glykol bei 19,2938 MHz	32
45	Glykol bei 19,2848 MHz	32
46	Glykol bei 19,2718 MHz	32
47	Glykol bei 19,2558 MHz	32
48	Glykol bei 19,2392 MHz	32
49	Glykol bei 19,2283 MHz	33
50	Glykol bei 19,2155 MHz	33
51	Glykol bei 19,1814 MHz	33
52	Glykol bei 19,1704 MHz	33
53	Glykol bei 19,1550 MHz	33
54	Glykol bei 19,1363 MHz	33
55	Glykol bei 19,1186 MHz	34
56	Glykol bei 19,0908 MHz	34
57	Lock-in-Verfahren bei 19,1648 MHz	35
58	Lock-in-Verfahren bei 19,1564 MHz	35
59	Lock-in-Verfahren bei 19,1482 MHz	35
60	Lock-in-Verfahren bei 19,1326 MHz	35
61	Lock-in-Verfahren bei 19,1214 MHz	35
62	Lock-in-Verfahren bei 19,1082 MHz	35
63	Lock-in-Verfahren bei 19,0932 MHz	36
64	Lock-in-Verfahren bei 19,0826 MHz	36
65	Lock-in-Verfahren bei 19,0615 MHz	36
66	Lock-in-Verfahren bei 19,0488 MHz	36
67	Lock-in-Verfahren bei 19,0352 MHz	36
68	Lock-in-Verfahren bei 19,0211 MHz	36
69	Lock-in-Verfahren bei 19,0160 MHz	37
70	Laborbuch - Seite 1	38
71	Laborbuch - Seite 2	39
72	Laborbuch - Seite 3	40
73	Laborbuch - Seite 4	41

1 Einführung

Der in diesem Protokoll behandelte Versuch „Kernspinresonanz“ untersucht die grundlegenden Eigenschaften des Kernspins anhand mehrerer verschiedener Proben. Durch einen Elektromagneten wird eine Aufspaltung in Energieniveaus und damit ein möglicher Übergang induziert, der für die Proben ^{19}F luor, Wasser und Glykol ausgemessen wird. Mithilfe zweier verschiedener Methoden wird dabei die Resonanzfrequenz bestimmt, wodurch das gyromagnetische Verhältnis und das kernmagnetische Moment der Proben errechnet werden kann. Während im ersten Teil das Magnetfeld sinusförmig moduliert wird um die Resonanzfrequenz zu finden, wird im zweiten Teil die Lock-in-Methode zu deren Bestimmung verwendet.

2 Theorie und Methodologie

Der folgende Abschnitt, in dem die für den Versuch essentielle Theorie und verwendete Methoden eingeführt werden, basiert hauptsächlich auf der Versuchsanleitung, die von der Laborleitung zur Verfügung gestellt wurde [1] und der Arbeit zu diesem Versuch von Alfred Klett [2].

2.1 Tabelle der im Protokoll verwendeten Symbole

Tab. 1: Tabelle der im Protokoll verwendeten Symbole und der zugehörigen physikalischen Größen. Für die Konstanten werden folgende Quellen verwendet: Kernmagneton μ_K [3], reduziertes Plancksches Wirkungsquantum \hbar [4].

Symbol	Größe
S, m_S	Spin
I, m_I	Kernspin
$\vec{\mu}$	magnetisches Dipolmoment
γ	gyromagnetisches Verhältnis
g_I	Kern- g -Faktor
$E, \Delta E$	Energie(-differenz)
ν	Resonanzfrequenz
B	Magnetfeld
B_0, B_1	Permanentmagnetfeld und Amplitude der Modulation
U_H	Hall-Spannung
$\mu_K = 5,051 \cdot 10^{-27} \text{ J T}^{-1}$	Kernmagneton
$\hbar = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$	reduziertes Wirkungsquantum

2.2 Theoretischer Hintergrund

2.2.1 Grundlagen: Spin, Kernspin und magnetisches Moment

In der Quantenmechanik besitzen Teilchen zusätzlich zum Drehimpuls einen charakteristischen Spin S . Dieser kann halb- (Fermionen) oder ganzzahlig (Bosonen) sein und nur entlang einer Quantisierungsachse gemessen werden. Die möglichen Beträge des Spins sind über $|\vec{S}| = \hbar\sqrt{S(S+1)}$ gegeben, während die Projektion auf eine Achse die Werte $S_z = m_S\hbar$ mit $-S \leq m_S \leq S$ in ganzzahligen Schritten annehmen kann. Neben dem Elektronenspin gibt es den Kernspin I , der die gleichen Eigenschaften wie der Elektronenspin besitzt [1].

Das magnetische Dipolmoment $\vec{\mu}$ ist proportional zum Kernspin \vec{I} des Teilchens mit der Proportionalitätskonstante γ , die als gyromagnetisches Verhältnis bekannt ist und in diesem Versuch

für unterschiedliche Proben bestimmt werden soll [1]:

$$\vec{\mu} = \gamma \vec{I} \quad \text{mit} \quad \gamma = \frac{g_I \mu_K}{\hbar} \quad \text{und} \quad \mu_K = \frac{e\hbar}{2m_P}. \quad (1)$$

Hierbei ist g_I der Kern- g -Faktor, der sich je nach Probe unterscheidet und μ_K das Kernmagneton, das sich aus den Konstanten Elementarladung e , reduziertes Wirkungsquantum \hbar und der Protonenmasse m_P zusammensetzt. Da sowohl Sauerstoff als auch Kohlenstoff jeweils eine gerade Anzahl an Protonen und Neutronen besitzen und aufgrund des Pauli-Prinzips die Spinzustände paarweise besetzt werden, haben beide Elemente einen Kernspin $I = 0$. Dadurch kann durch Vermessung von Wasser (H_2O) und Glykol ($\text{C}_2\text{H}_6\text{O}_2$) jeweils der Kernspin $I = \frac{1}{2}$ des Protons vermessen werden. Auch die Fluor-Probe besitzt, aufgrund der ungeraden Zahl an Protonen und der geraden Neutronenzahl einen Kernspin von $I = \frac{1}{2}$.

2.2.2 Kernspinresonanz: Wechselwirkung mit Magnetfeld und Strahlung

In einem angelegten Magnetfeld kommt es aufgrund des magnetischen Dipolmoments zur sogenannten Zeemann-Aufspaltung. Darunter versteht man die Aufspaltung in Energieniveaus, die sich aus der potentiellen Energie ergibt [1]:

$$E = -g_I \mu_K m_I B, \quad (2)$$

$$\Rightarrow \Delta E = g_I \mu_K B \quad \text{mit} \quad \Delta m_I = \pm 1. \quad (3)$$

Bei Anregung durch elektromagnetische Wellen können Photonen absorbiert werden, die die passende Resonanzfrequenz besitzen [1]:

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{\gamma B}{2\pi}. \quad (4)$$

Im vorliegenden Versuch kann dieser Effekt gemessen werden, indem die Absorption bei unterschiedlichen Resonanzfrequenzen untersucht wird. Da die Besetzungszustände Boltzmannverteilt sind und sich somit mehr Kerne im niedrigen Energiezustand befinden, kann bei richtiger gewählter Resonanzfrequenz also mehr Absorption als Emission auftreten. Durch Spin-Gitter-Relaxation kann Energie strahlungslos in Form von Wärme an das Gitter abgegeben werden, wodurch insgesamt eine konstante Absorption gemessen werden kann, die nicht mit der Zeit zurückgeht.

2.3 Verwendete Methoden

2.3.1 Bestimmung des Magnetfeldes mithilfe einer Hall-Sonde

Zur Ausmessung des Magnetfeldes und der Überprüfung der Homogenität wird im folgenden Versuch eine Hall-Sonde verwendet. Diese basiert auf dem Hall-Effekt: Die Elektronen, die durch die Sonde fließen, werden aufgrund von ihrer Driftgeschwindigkeit v durch die Lorentzkraft im Magnetfeld B abgelenkt. Dadurch baut sich ein elektrisches Feld zwischen den beiden Seiten der Sonde auf, bis sich die Lorentzkraft und die Kraft durch das E-Feld genau ausgleichen. Die Spannung, die dann an den beiden Seiten gemessen werden kann ist die sogenannte Hall-Spannung U_H [1]:

$$U_H = \frac{IB}{ned}. \quad (5)$$

Da Strom I , Ladungsträgerdichte n , Elementarladung e und Dicke d bekannt sind, kann aus dieser Spannung das Magnetfeld bestimmt werden.

2.3.2 Bestimmung der Resonanzfrequenz über ein sinusmoduliertes Magnetfeld

In den ersten Teilen des Versuchs wird die Resonanzfrequenz mithilfe eines sinusmodellierten Magnetfeldes bestimmt [1]. Dazu wird dem permanenten Magnetfeld B_0 ein kleineres sinusförmiges Magnetfeld mit Amplitude B_1 überlagert. Da der Sinus jede Magnetfeldstärke zweimal durchläuft, können in jeder Periode zwei Absorptionspeaks gemessen werden. Ist die Frequenz genau so eingestellt, dass Resonanz beim Magnetfeld B_0 auftritt, treffen somit die Peaks genau mit den Nullstellen des Sinussignals zusammen und die Peaks haben äquidistante Abstände (siehe [Abbildung 1](#)). Durch Messung der Abstände kann später eine lineare Regression durchgeführt und damit die genaue Resonanzfrequenz gefunden werden [1].

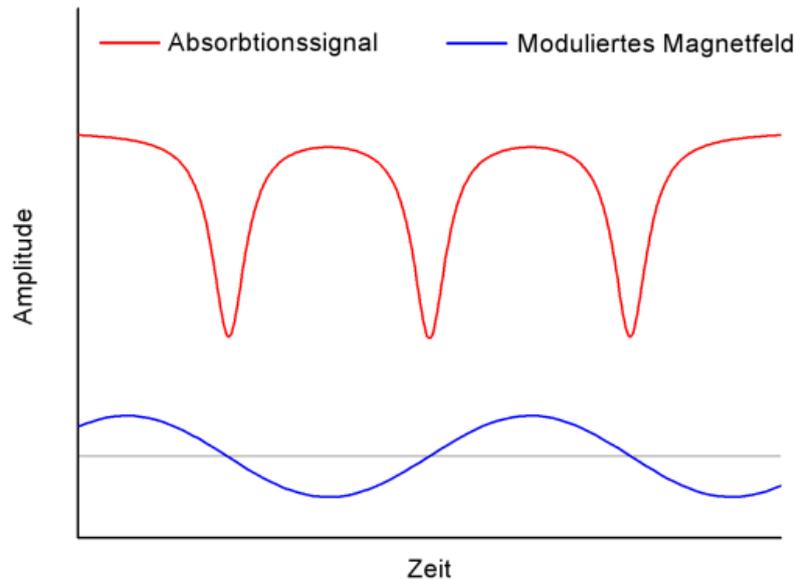


Abb. 1: Zu sehen sind in rot ein Absorptionssignal und in blau die Modulation des Magnetfelds. Hierbei sind die Absorptionspeaks äquidistant und sie liegen auf den Nulldurchgängen des Sinus, es liegt also Resonanz vor. Die Abbildung ist aus der Versuchsanleitung [1] entnommen.

2.3.3 Bestimmung der Resonanzfrequenz über die Lock-in-Methode

Im letzten Teil des Versuchs wird die sogenannte Lock-in-Methode zur Suche der Resonanzfrequenz verwendet. Dabei wird eine Sägezahnspannung mit niedriger Frequenz zu dem Magnetfeld B_0 addiert, sodass nacheinander verschiedene Magnetfeldstärken durchlaufen werden. Treffen der Absorptionspeak und die Nullstelle des Sägezahnsignals genau aufeinander, ist die Resonanzfrequenz zu B_0 gefunden.

Durch zusätzliche Überlagerung mit einer hochfrequenten Sinusspannung kleiner Amplitude lässt sich mithilfe eines Synchrondetektors zusätzlich Rauschen effektiv entfernen. Dazu wird das Signal mit einem Referenzsignal, das die gleiche Frequenz wie die Sinusspannung besitzt, multipliziert und anschließend integriert. Dadurch ergibt sich ein Signal, das der Ableitung des ursprünglichen Eingangssignals entspricht und bei dem alle Störfrequenzen herausgefiltert sind. Ein solches Signal ist in [Abbildung 2](#) schematisch dargestellt. Durch die Verwendung der Ableitung kann zusätzlich die Peak-Position, die hier dem Nulldurchgang entspricht leichter gefunden und eine lineare Regression mit den Abständen zwischen den Nulldurchgängen durchgeführt werden.

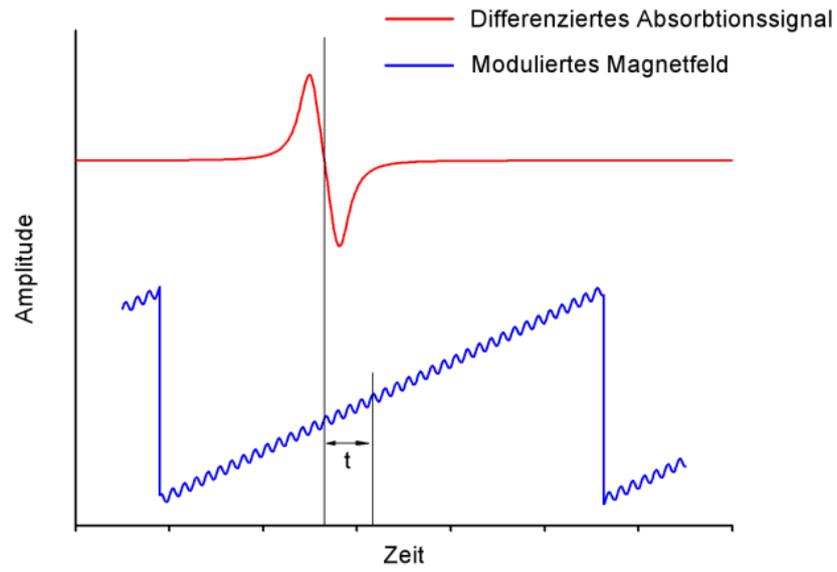


Abb. 2: Zu sehen sind in rot ein differenziertes Absorptionssignal und in blau die Modulation des Magnetfeldes als Sägezahn. Zusätzlich ist noch der Nulldurchgang des differenzierten Absorptionssignal und der Zeitpunkt des Nulldurchgangs der modulierten Sägezahnfunktion, sowie deren zeitlicher Abstand t eingezeichnet. Die Abbildung ist aus der Versuchsanleitung [1] entnommen.

3 Aufbau und Durchführung

Um die in der Einführung beschriebenen Versuchsteile durchführen zu können, werden drei verschiedene Aufbauten benötigt. Die jeweiligen eingestellten technischen Parameter sind im Anhang in [Tabelle 4](#) zu finden.

Für die Homogenitätsmessung im ersten Versuchsteil werden zunächst die Spulen an das Netzgerät angeschlossen um ein möglichst homogenes Magnetfeld zu erhalten. Für die Messung wird dann eine an ein Teslameter angeschlossene Hall-Sonde in 1 mm-Schritten in die Probenhalterung eingetaucht und Magnetfeldstärken abgelesen. In [Abbildung 3](#) ist der für diesen Versuchsteil verwendete Aufbau dargestellt.

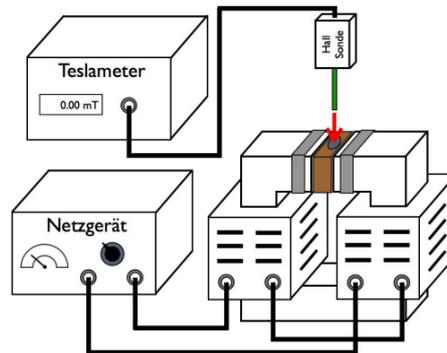


Abb. 3: Blockschaltbild für Versuchsteil 1 aus der Versuchsanleitung [1].

Für die Untersuchung des kernmagnetischen Moments g_I des ^{19}F luors und des gyromagnetischen Verhältnisses γ des Wassers und Glykols in den Versuchsteilen 2 – 4 wird zusätzlich eine Sinusmodulation des Magnetfeldes durchgeführt. Hierzu wird zusätzlich zum vorherigen Aufbau ein NMR-Oszillator mit den Modulationsspulen rechts und links der Probenhalterung verbunden und zur Messung der Absorptionspeaks wird der NMR-Oszillator auch mit der Probenhalterung verbunden. Die Modulationsfrequenz wird ebenfalls über den NMR-Oszillator eingestellt und die Sinusmodulation und die Absorptionspeaks der Probe werden über ein Oszilloskop ausgelesen. In [Abbildung 4](#) ist der für diesen Versuchsteil verwendete Aufbau dargestellt.

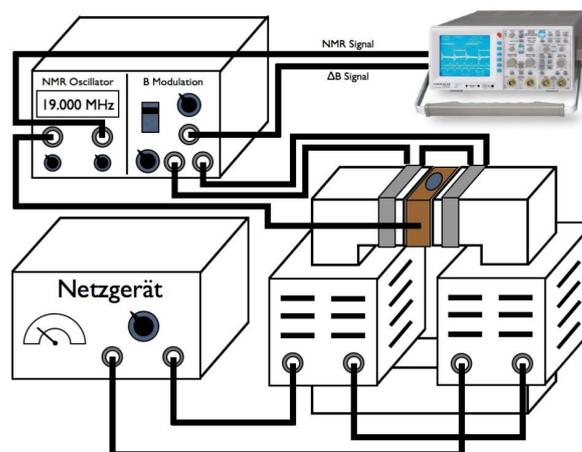


Abb. 4: Blockschaltbild für die Versuchsteile 2,3,4 aus der Versuchsanleitung [1].

Für die Lock-in-Methode zur Untersuchung des Wassers wird zunächst erneut das Netzgerät

für die Erzeugung des Permanentmagnetfeldes mit den Spulen und der NMR-Oszillator mit der Probenhalterung verbunden um das Absorptionsspeaksignal abzugreifen. Dieses Signal wird dann anschließend über einen Vorverstärker 100-fach verstärkt und mit dem Synchrondetektor verbunden. Das rechteckige Referenzsignal des Synchrondetektors wird über einen Sinusgenerator erzeugt. In einem Addierer werden anschließend ein hochfrequentes Sinussignal mit einem niederfrequentem Sägezahnsignal addiert und mit den Modulationsspulen rechts und links der Probenhalterung verbunden. Über ein Oszilloskop werden die modulierte Sägezahnfunktion und das gefilterte Signal aus dem Synchrondetektor ausgelesen. Die technischen Parameter werden dabei so lange justiert, bis sich ein möglichst scharfes Signal mit möglichst kleinem Rauschen erkennen lässt, die gefundenen sind in [Tabelle 4](#) im Anhang zusammengestellt. In [Abbildung 5](#) ist der für diesen Versuchsteil verwendete Aufbau dargestellt.

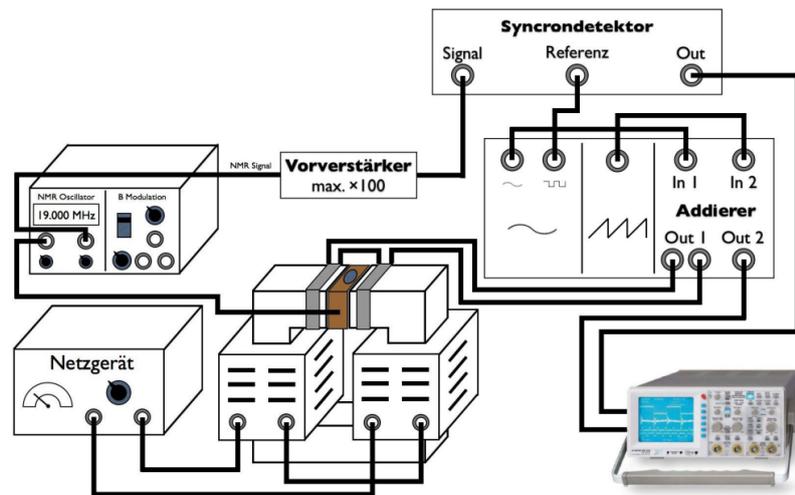


Abb. 5: Blockschaltbild für Versuchsteil 5 aus der Versuchsanleitung [1].

4 Datenanalyse und Fehlerbetrachtung

4.1 Vermessung des Magnetfeldes und Überprüfung der Homogenität

Bevor die eigentlichen Vermessungen der Kernspin-Proben beginnen kann, soll zunächst die Homogenität des permanenten Magnetfeldes B_0 mit einer Hall-Sonde überprüft werden. Dazu wird die Eintauchtiefe x der Sonde variiert und das zugehörige Magnetfeld B gemessen. Die Unsicherheit wird bei der analogen Skala zum Ablesen der Eindringtiefe über Dreiecksverteilung als $\Delta x = 1/\sqrt{6}$ mm abgeschätzt, während für das digitale Teslameter eine Unsicherheit von $\Delta B = 1/\sqrt{3}$ mT über Rechtecksverteilung geschätzt wird [5]. Die Messwerte sind in [Abbildung 6](#) in einer 2D-Darstellung aufgetragen:

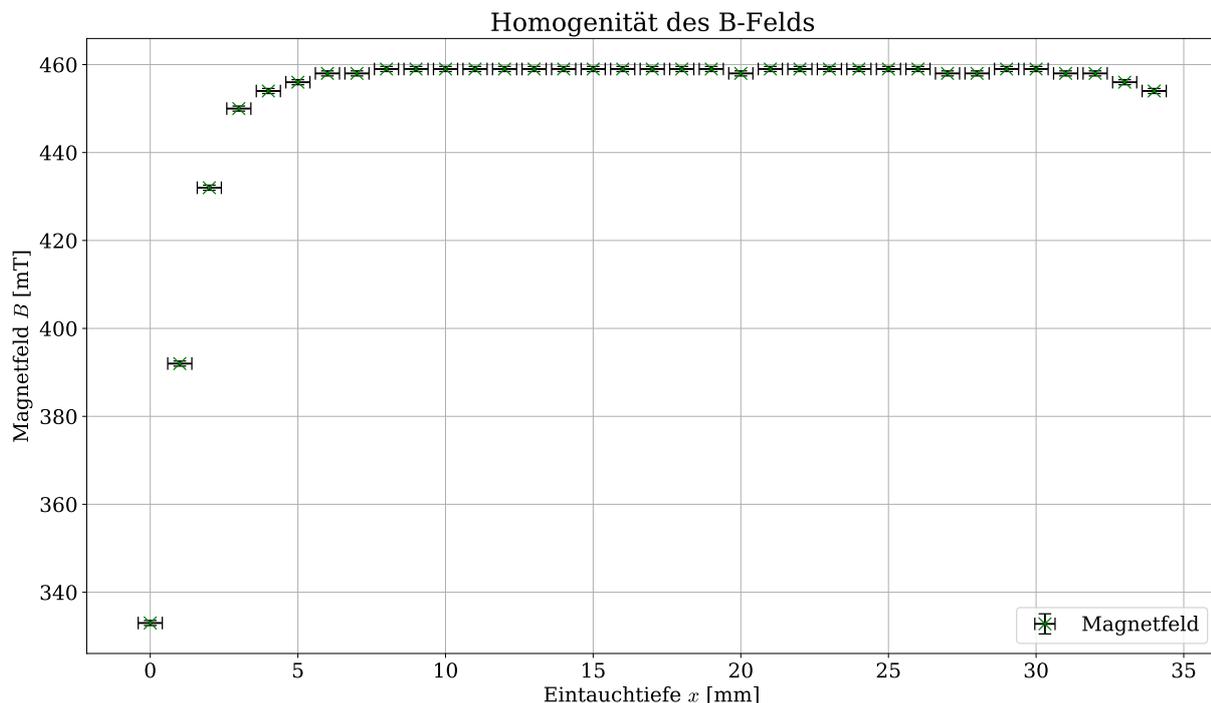


Abb. 6: Aufgetragen sind die gemessenen Werte für das Magnetfeld B in mT gegen die Eintauchtiefe der Hallsonde x in mm.

Man kann gut erkennen, dass ab einer Eindringtiefe von etwa 8 mm ein sehr homogenes Magnetfeld vorliegt. Bis auf einen kleinen Ausreißer bei 20 mm kann mit der gegebenen Genauigkeit des Messgeräts in einem großen Bereich Homogenität nachgewiesen werden. Die Proben werden im Folgenden alle so platziert, dass sie im homogenen Bereich des Magnetfeldes liegen.

4.2 Untersuchung des ^{19}F -Kerns in Teflon und Bestimmung des kernmagnetischen Moments

Zur Berechnung des kernmagnetischen Moments muss zunächst die Resonanzfrequenz ν zum angelegten Magnetfeld B_0 bestimmt werden. Dieses wird sowohl vor, als auch nach der Messung gemessen, um Schwankungen zu erkennen. Es wird folgender Wert für das B -Feld bestimmt, wobei die Unsicherheit aus den Schwankungen während der Messung abgeschätzt wird:

$$B_0 = (452,0 \pm 1,0) \text{ mT.}$$

Zur Bestimmung der Resonanzfrequenz ν wird dieses Magnetfeld nun, wie in [Unterunterabschnitt 2.3.2](#) beschrieben, sinusförmig moduliert und dann der Abstand der erkennbaren Absorptionspeaks gesucht. In [Abbildung 7](#) ist eine der aufgenommenen Messungen zusammen mit dem zugehörigen Sinussignal dargestellt, bei der die Frequenz sehr nah an der Resonanzfrequenz liegt und die Peaks dadurch nahezu äquidistant sind. In [Abbildung 15](#) bis [Abbildung 28](#) im Anhang sind die weiteren Messungen mit anderen Frequenzen zu finden.

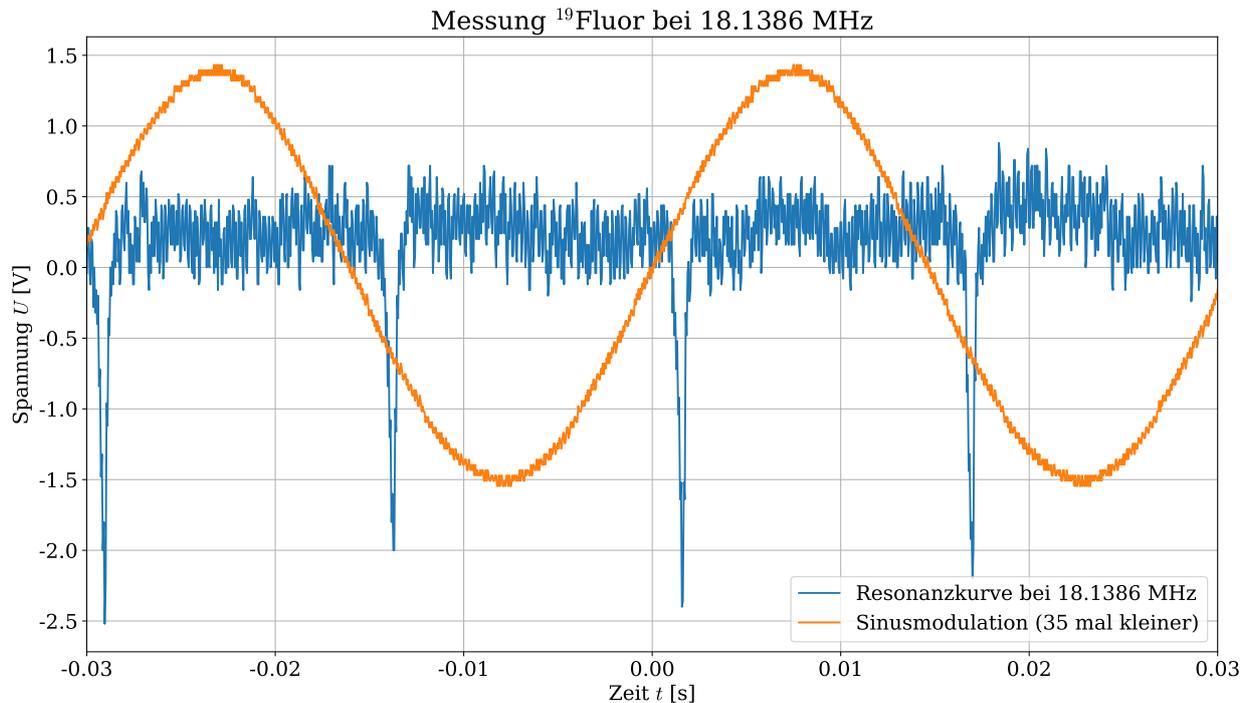


Abb. 7: Zu sehen sind die Resonanzkurve des $^{19}\text{Fluor}$ bei 18,1386 MHz und die Sinusmodulation des Magnetfelds. Dabei wird die Spannung U in V gegen die Zeit t in s aufgetragen. Die Sinusmodulation wurde hierbei um den Faktor 35 gestaucht.

Zunächst werden nun die Abstände der Peaks bestimmt um anschließend durch eine lineare Regression die Frequenz zu finden, bei der die Peaks äquidistant sind. Es wird sowohl der Abstand zwischen den ersten beiden, als auch zwischen den nächsten beiden Peaks bestimmt, sodass sich später zwei Geraden ergeben, deren Schnittpunkt bei der Resonanzfrequenz liegt. Zur Bestimmung der Peak Positionen x_i wird durch `np.argmax` die Position der Minima gefunden und dann über die Werte der benachbarten Messdaten die Unsicherheit abgeschätzt. Für [Abbildung 7](#) ergeben sich folgende Peak Positionen:

$$\begin{aligned}x_1 &= (-13,8 \pm 0,3) \text{ ms}, \\x_2 &= (1,6 \pm 0,3) \text{ ms}, \\x_3 &= (17,0 \pm 0,3) \text{ ms}.\end{aligned}$$

Die Abstände ergeben sich dann einfach aus der Differenz und die Unsicherheit aus quadratischer Addition der Unsicherheiten [5]. Nach Runden ergeben sich dabei in diesem Fall die gleichen

Werte:

$$x_{12} = (15,4 \pm 0,4) \text{ ms},$$

$$x_{23} = (15,4 \pm 0,4) \text{ ms}.$$

Dieses Vorgehen wird nun für alle Messreihen wiederholt, sodass sich für beide Abstände lineare Verläufe in Bezug auf die jeweiligen Frequenzen mit unterschiedlicher Steigung ergeben. Durch lineare Regression, durchgeführt mit `scipy.optimize.curve_fit`, kann anschließend der Schnittpunkt bestimmt werden. Es ergeben sich die folgenden Werte für Steigung a und y -Achsenabschnitt b mit Unsicherheiten:

$$a_{12} = (88,7 \pm 1,1) \text{ ms MHz}^{-1},$$

$$b_{12} = (-1,595 \pm 0,019) \text{ s},$$

$$a_{23} = (-88,5 \pm 1,1) \text{ ms MHz}^{-1},$$

$$b_{23} = (1,622 \pm 0,019) \text{ s}.$$

Die lineare Regression ist in [Abbildung 8](#) abgebildet.

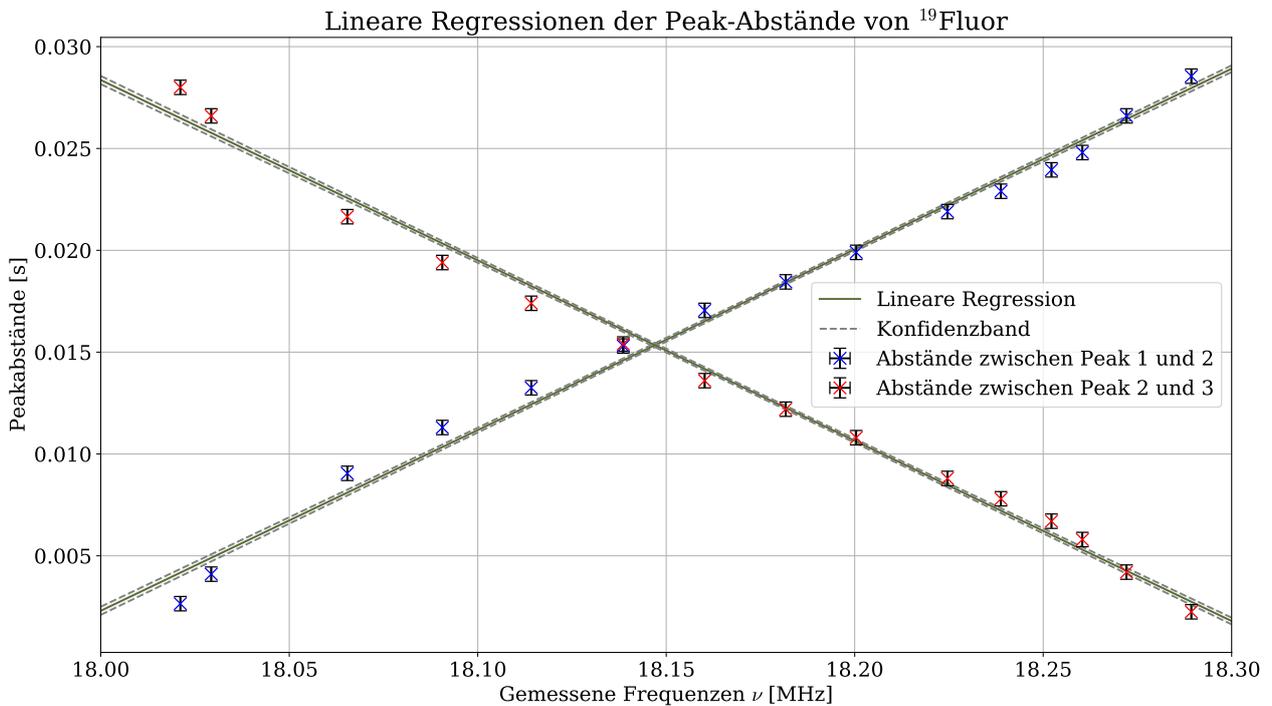


Abb. 8: Aufgetragen sind in blau die Peakabstände in s zwischen Peak 1 und 2 und in rot zwischen Peak 2 und 3 des $^{19}\text{Fluor}$ gegen die gemessenen Frequenzen ν in MHz. Zusätzlich sind für die jeweiligen Datensätze lineare Regressionen mit Konfidenzbändern eingezeichnet.

Durch Gleichsetzen der Geraden lässt sich der Schnittpunkt finden. Durch Gaußsche Fehlerfortpflanzung unter Berücksichtigung der Korrelation Cov [6] wird die Unsicherheit bestimmt:

$$a_{12} \cdot \nu_{\text{Fluor}} + b_{12} = a_{23} \cdot \nu_{\text{Fluor}} + b_{23}, \quad (6)$$

$$\Rightarrow \nu_{\text{Fluor}} = \frac{b_{23} - b_{12}}{a_{12} - a_{23}}, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \Delta\nu_{\text{Fluor}} = & \left[\left(\frac{\Delta b_{23}}{a_{12} - a_{23}} \right)^2 + \left(-\frac{\Delta b_{12}}{a_{12} - a_{23}} \right)^2 + \left(\frac{b_{12} - b_{23}}{(a_{12} - a_{23})^2} \cdot \Delta a_{12} \right)^2 \right. \\ & + \left(\frac{b_{23} - b_{12}}{(a_{12} - a_{23})^2} \cdot \Delta a_{23} \right)^2 + 2 \left(-\frac{1}{a_{12} - a_{23}} \cdot \frac{b_{12} - b_{23}}{(a_{12} - a_{23})^2} \right) \cdot \text{Cov}(a_{12}, b_{12}) \\ & \left. + 2 \left(\frac{1}{a_{12} - a_{23}} \cdot \frac{b_{23} - b_{12}}{(a_{12} - a_{23})^2} \right) \cdot \text{Cov}(a_{23}, b_{23}) \right]^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Einsetzen liefert folgenden Wert:

$$\nu_{\text{Fluor}} = (18,1470 \pm 0,0008) \text{ MHz.}$$

Mit [Gleichung 4](#) lässt sich nun das gyroskopische Verhältnis γ bestimmen. Erneut wird die Unsicherheit mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung bestimmt [\[5\]](#):

$$\gamma_{\text{Fluor}} = \frac{\nu_{\text{Fluor}} 2\pi}{B_0}, \quad (9)$$

$$\Delta\gamma_{\text{Fluor}} = 2\pi \sqrt{\left(\frac{\Delta\nu_{\text{Fluor}}}{B_0} \right)^2 + \left(-\frac{\nu_{\text{Fluor}} \Delta B_0}{B_0^2} \right)^2}. \quad (10)$$

Zuletzt kann mit [Gleichung 1](#) auch noch der Kern- g -Faktor ermittelt werden:

$$g_{I,\text{Fluor}} = \frac{\gamma_{\text{Fluor}} \hbar}{\mu_K}, \quad (11)$$

$$\Delta g_{I,\text{Fluor}} = \frac{\hbar \Delta\gamma_{\text{Fluor}}}{\mu_K}. \quad (12)$$

Folgende Werte ergeben sich durch Einsetzen in obige Formeln:

$$\begin{aligned} \gamma_{\text{Fluor}} &= (2,523 \pm 0,006) \cdot 10^8 \text{ rad T}^{-1} \text{ s}^{-1}, \\ g_{I,\text{Fluor}} &= (5,267 \pm 0,012) \cdot 10^{-6}. \end{aligned}$$

4.3 Untersuchung eines Protons in Wasser

Zur Bestimmung des gyroskopischen Verhältnisses γ eines Protons kann nun bei der Untersuchung der Wasser-Probe exakt analog verfahren werden. Erneut wird das Magnetfeld B_0 vor und nach der Messung gemessen und folgender Wert zur Verwendung in der Auswertung bestimmt:

$$B_0 = (451,0 \pm 1,0) \text{ mT.}$$

Auch hier wird zunächst die Resonanzfrequenz durch Analyse der Peaks bei Modulation des Magnetfeldes mit einer Sinusspannung gesucht. In [Abbildung 9](#) ist eine der aufgenommenen Messungen zusammen mit dem zugehörigen Sinussignal dargestellt. Auch hier sind alle weiteren Messungen im Anhang in [Abbildung 29](#) bis [Abbildung 42](#) zu finden.

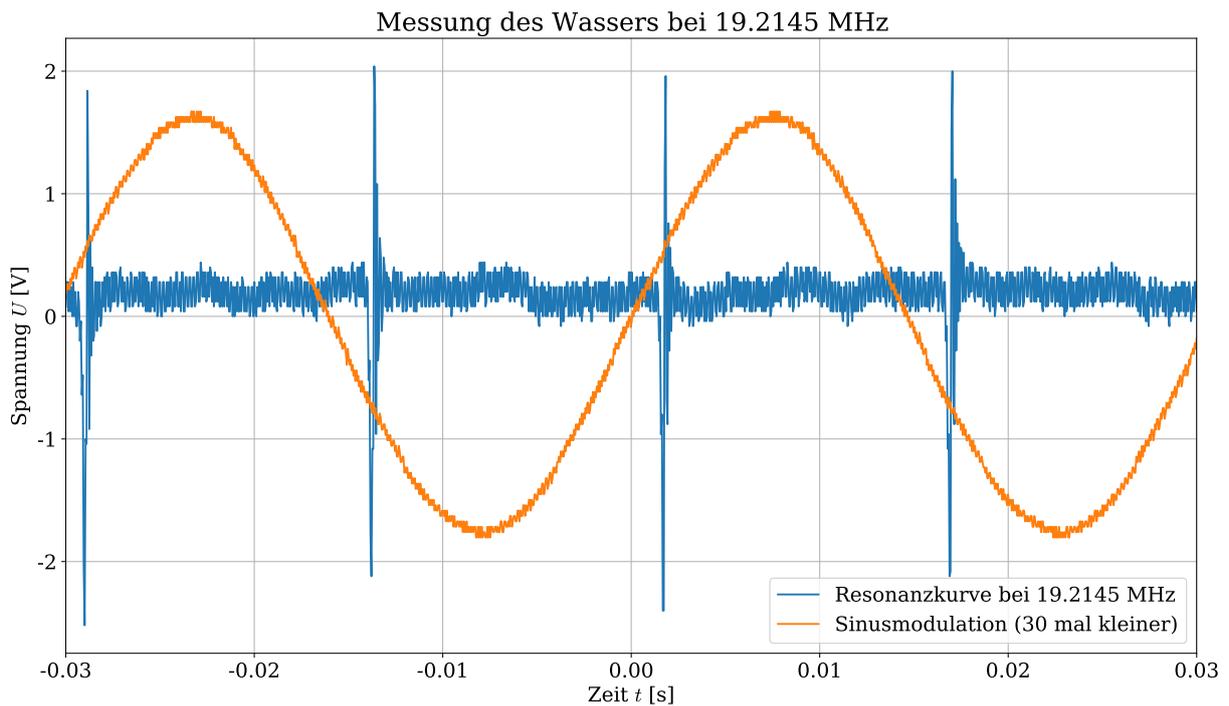


Abb. 9: Zu sehen sind die Resonanzkurve des Wassers bei 19,2145 MHz und die Sinusmodulation des Magnetfelds. Dabei wird die Spannung U in V gegen die Zeit t in s aufgetragen. Die Sinusmodulation wurde hierbei um den Faktor 30 gestaucht.

Die Bestimmung der Peaks und derer Abstände erfolgt exakt analog wie im vorherigen Teil, die Fehler auf die Peak-Positionen werden jedoch bei dieser Messung größer geschätzt, da sowohl Ausschläge nach oben als auch nach unten erkennbar sind und damit die exakte Position nicht mit der gleichen Sicherheit bestimmt werden kann. Auch die Auftragung in einem gemeinsamen Diagramm und das Ausführen einer linearen Regression mit `scipy.optimize.curve_fit`, die in [Abbildung 10](#) zu finden ist, wird genau gleich durchgeführt. In diesem Fall ergeben sich die folgenden Werte für Steigung a und y -Achsenabschnitt b mit Unsicherheiten:

$$\begin{aligned}
 a_{12} &= (89,3 \pm 1,9) \text{ ms MHz}^{-1}, \\
 b_{12} &= (-1,70 \pm 0,04) \text{ s}, \\
 a_{23} &= (-88,9 \pm 1,9) \text{ ms MHz}^{-1}, \\
 b_{23} &= (1,72 \pm 0,04) \text{ s}.
 \end{aligned}$$

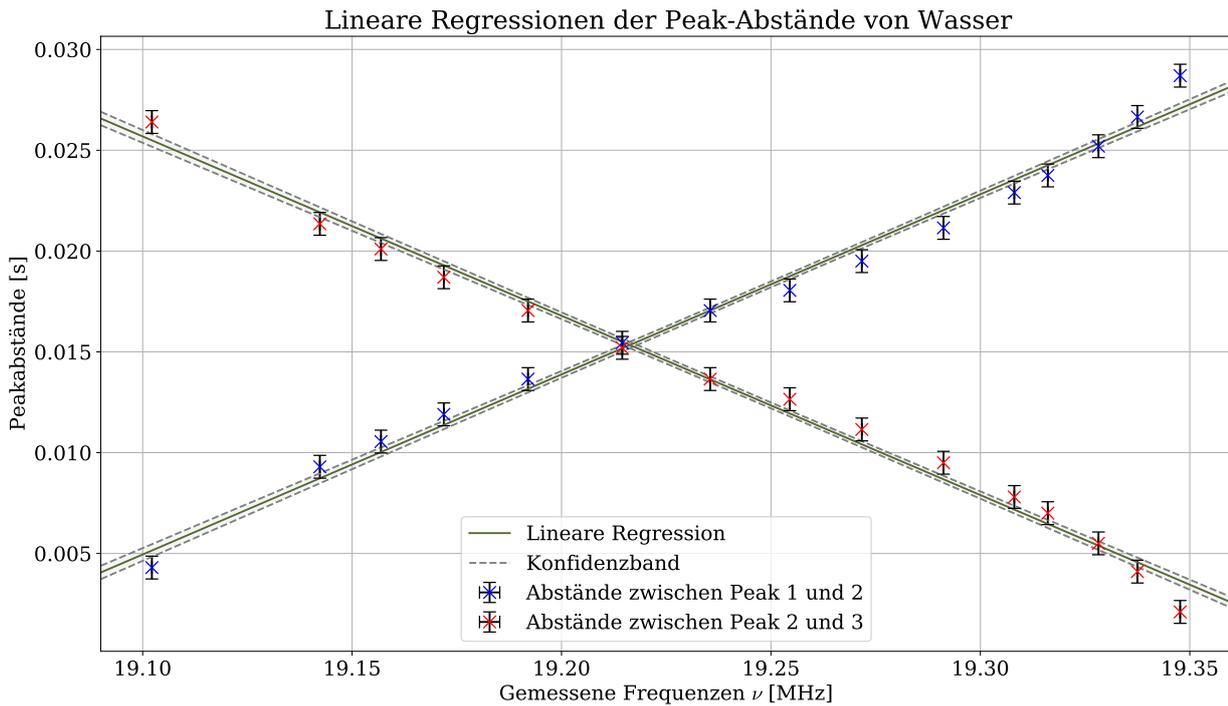


Abb. 10: Aufgetragen sind in blau die Peakabstände in s zwischen Peak 1 und 2 und in rot zwischen Peak 2 und 3 des Wassers gegen die gemessenen Frequenzen ν in MHz. Zusätzlich sind für die jeweiligen Datensätze lineare Regressionen mit Konfidenzbändern eingezeichnet.

Analog zu [Gleichung 6](#) kann nun der Schnittpunkt der Geraden und damit die Resonanzfrequenz bestimmt werden. Auch das gyroskopische Verhältnis γ und der Kern- g -Faktor g_I werden wie in [Gleichung 9](#) bzw. [Gleichung 11](#) ermittelt. Es können die folgenden Werte bestimmt werden:

$$\begin{aligned}\nu_{\text{Wasser}} &= (19,2163 \pm 0,0012) \text{ MHz}, \\ \gamma_{\text{Wasser}} &= (2,677 \pm 0,006) \cdot 10^8 \text{ rad T}^{-1} \text{ s}^{-1}, \\ g_{I,\text{Wasser}} &= (5,590 \pm 0,012) \cdot 10^{-6}.\end{aligned}$$

4.4 Untersuchung eines Protons in Glykol

Erneut soll das gyroskopische Verhältniss γ eines Protons bestimmt werden. In diesem Teil wird jedoch anstatt der Wasser-Probe eine Glykol-Probe verwendet. Ansonsten entspricht das Vorgehen exakt den beiden vorangegangenen Teilen. Die Bestimmung des Magnetfeldes B_0 vor und nach der Messung liefert in diesem Fall den folgenden Mittelwert mit geschätzter Unsicherheit:

$$B_0 = (449,0 \pm 1,0) \text{ mT}.$$

Eine Messung mit Glykol findet sich in [Abbildung 11](#), alle weiteren Messungen sind im Anhang in [Abbildung 43](#) bis [Abbildung 56](#) zu finden. Erneut wird der größere Fehler bei der Bestimmung der Peaks verwendet, da wieder ein Ausschlag in beide Richtungen erkennbar ist.

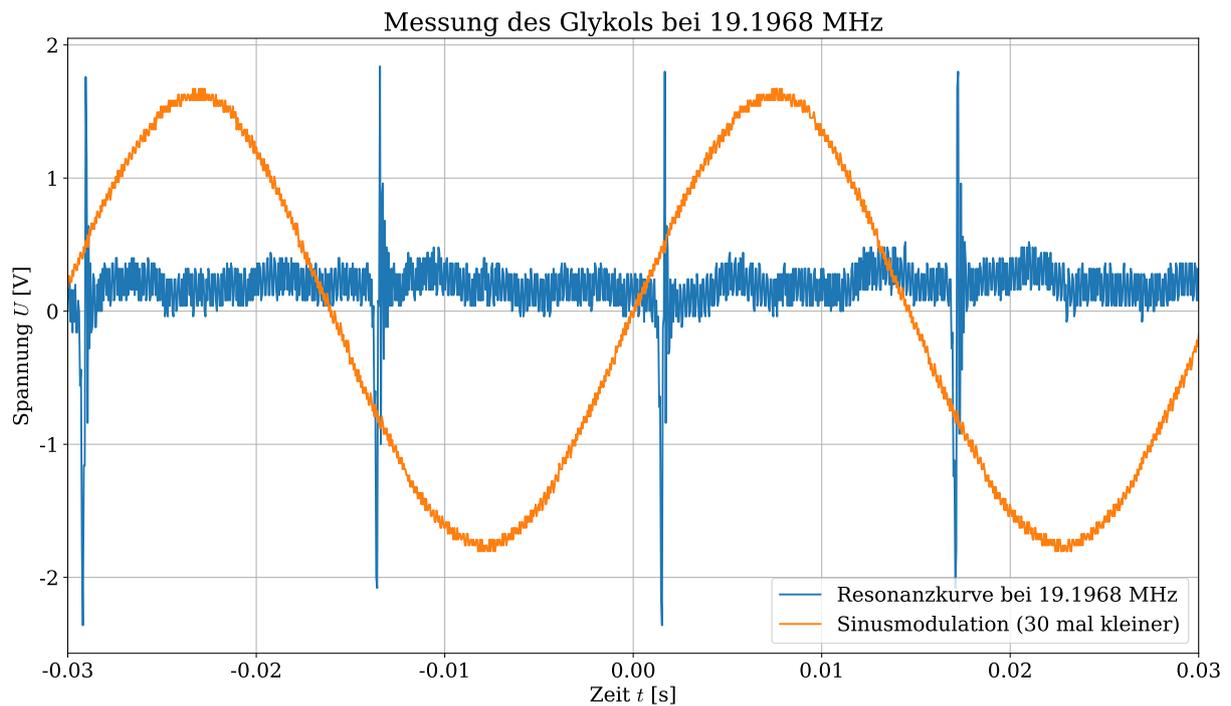


Abb. 11: Zu sehen sind die Resonanzkurve des Glykols bei 19,1968 MHz und die Sinusmodulation des Magnetfelds. Dabei wird die Spannung U in V gegen die Zeit t in s aufgetragen. Die Sinusmodulation wurde hierbei um den Faktor 30 gestaucht.

Mithilfe von `scipy.optimize.curve_fit` kann auch hier eine lineare Regression zur Bestimmung der Resonanzfrequenz durchgeführt werden, die in [Abbildung 12](#) zu finden ist. In diesem Fall ergeben sich die folgenden Werte für Steigung a und y -Achsenabschnitt b mit Unsicherheiten:

$$\begin{aligned}
 a_{12} &= (98 \pm 2) \text{ ms MHz}^{-1}, \\
 b_{12} &= (-1,86 \pm 0,04) \text{ s}, \\
 a_{23} &= (-98 \pm 2) \text{ ms MHz}^{-1}, \\
 b_{23} &= (1,89 \pm 0,04) \text{ s}.
 \end{aligned}$$

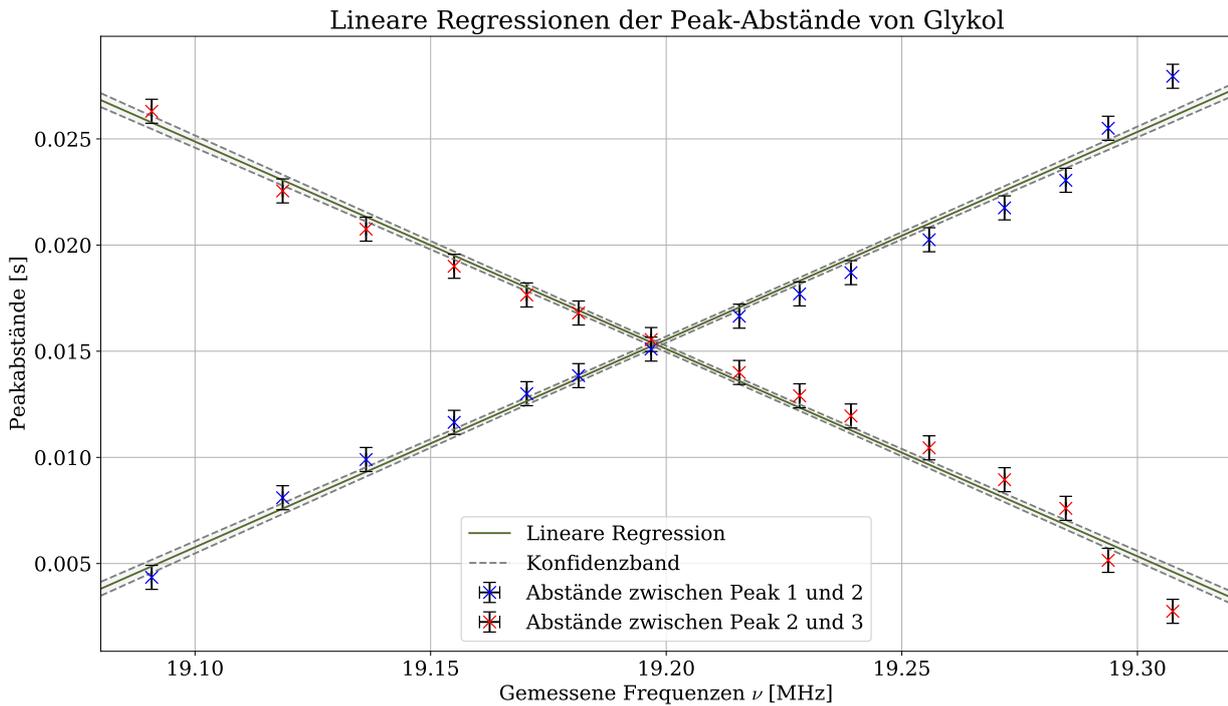


Abb. 12: Aufgetragen sind in blau die Peakabstände in s zwischen Peak 1 und 2 und in rot zwischen Peak 2 und 3 des Glykols gegen die gemessenen Frequenzen ν in MHz. Zusätzlich sind für die jeweiligen Datensätze lineare Regressionen mit Konfidenzbändern eingezeichnet.

Nach erneuter Bestimmung der Resonanzfrequenz mit [Gleichung 6](#) wird das gyroskopische Verhältnis γ und der Kern- g -Faktor g_I bestimmt:

$$\begin{aligned}\nu_{\text{Glykol}} &= (19,1977 \pm 0,0011) \text{ MHz}, \\ \gamma_{\text{Glykol}} &= (2,686 \pm 0,006) \cdot 10^8 \text{ rad T}^{-1} \text{ s}^{-1}, \\ g_{I,\text{Glykol}} &= (5,609 \pm 0,012) \cdot 10^{-6}.\end{aligned}$$

Ein qualitativer Vergleich dieses Wertes mit dem Ergebnis aus dem vorherigen Teil kann mithilfe eines t -Wertes angestellt werden [\[5\]](#). Der t -Wert wird dabei aus der Differenz der beiden Messwerte berechnet und anschließend durch die quadratisch addierte Unsicherheit dividiert. Ein t -Wert von kleiner als zwei deutet dabei auf eine gute, ein größerer t -Wert auf eine schlechte Verträglichkeit hin [\[5\]](#). Für das gyroskopische Verhältnis γ der beiden Messwerte erhalten wir den folgenden t -Wert:

$$t = 1,1.$$

Die Werte sind somit sehr gut miteinander verträglich, was bei einer relativen Unsicherheit von 0,2% auf eine konsistente Messung hindeutet. Ein Vergleich mit einem Literaturwert, bei dem auch systematische Fehler in der Messung erkannt werden können, erfolgt in [Unterabschnitt 5.2](#).

4.5 Erneute Untersuchung des Wassers mithilfe der Lock-in-Methode

Eine erneute Vermessung der Wasser Probe soll nun mithilfe der in [Unterabschnitt 2.3.3](#) beschriebenen Lock-in-Methode durchgeführt werden. Dazu werden sowohl das differenzierte

Absorptionssignal, als auch das mit einer hochfrequenten Sinusspannung überlagerte niederfrequente Sägezahnsignal aufgezeichnet, um jeweils die Nullstellen und deren Differenz zu bestimmen. Für eine genauere Nullstellenbestimmung wird jeweils an den annähernd linearen Teilen der beiden Signale eine lineare Regression mithilfe von `scipy-optimize.curve_fit` durchgeführt. In [Abbildung 13](#) ist eine der Messungen mit den beiden linearen Regressionen zu sehen, alle weiteren Messungen finden sich in [Abbildung 57](#) bis [Abbildung 69](#) im Anhang. Es wurde eine Messung ausgewählt, bei der die Frequenz sehr nah an der Resonanzfrequenz liegt, was daran erkennbar ist, dass sich die Geraden sehr nahe bei der Null schneiden.

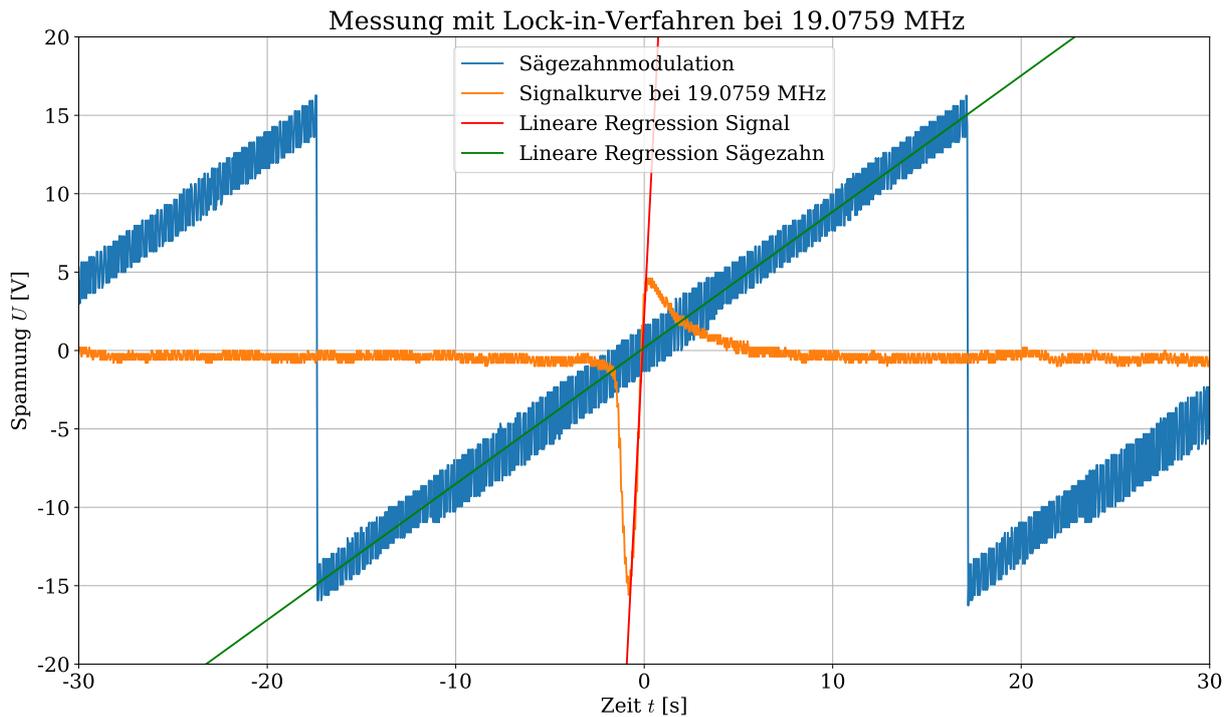


Abb. 13: Aufgetragen sind die Spannungen U der Sägezahnmodulation des Magnetfelds, sowie die Signalkurve des Wassers in V gegen die Zeit t in s. Zusätzlich sind für beide Datensätze lineare Regressionen eingezeichnet.

Für die linearen Regressionen ergeben sich in dieser Messung die folgenden Parameter für Steigung a und y -Achsenabschnitt b :

$$\begin{aligned} a_{\text{Säge}} &= (0,868 \pm 0,005) \text{ V s}^{-1}, \\ b_{\text{Säge}} &= (0,17 \pm 0,05) \text{ V s}^{-1}, \\ a_{\text{Signal}} &= (24,0 \pm 1,6) \text{ V s}^{-1}, \\ b_{\text{Signal}} &= (2,2 \pm 0,8) \text{ V s}^{-1}. \end{aligned}$$

Die Nullstelle kann nun jeweils durch Nullsetzen der Geraden gefunden werden, die Unsicherheit wird über Gaußsche Fehlerfortpflanzung unter Berücksichtigung der Korrelation [6] durch-

geführt:

$$a \cdot x_0 + b = 0, \quad (13)$$

$$\Rightarrow x_0 = -\frac{b}{a}, \quad (14)$$

$$\Delta x_0 = \sqrt{\left(-\frac{\Delta b}{a}\right)^2 + \left(\frac{b\Delta a}{a^2}\right)^2 - 2\frac{b}{a^3}\text{Cov}(a, b)}. \quad (15)$$

Einsetzen liefert für die Werte aus [Abbildung 13](#) folgende Nullstellen, wobei der Abstand direkt aus der Differenz berechnet wird und sich dessen Unsicherheit aus der quadratischen Summe der beiden Einzelunsicherheiten ergibt [5]:

$$x_{\text{Säge},0} = (-0,20 \pm 0,06) \text{ s},$$

$$x_{\text{Signal},0} = (-0,09 \pm 0,03) \text{ s},$$

$$\Rightarrow \Delta x_0 = (0,11 \pm 0,07) \text{ s}.$$

Dieses Vorgehen wird nun auch für alle anderen Messreihen durchgeführt. Es ergeben sich für jede Frequenz unterschiedliche Abstände der Nullstellen. Durch lineare Regression mithilfe von `scipy.optimize.curve_fit` kann dann unter Berücksichtigung der Unsicherheiten die Nullstelle und damit die Resonanzfrequenz gefunden werden. Die lineare Regression zwischen Abständen Δt in s und Frequenzen ν in MHz ist in [Abbildung 14](#) zu finden:

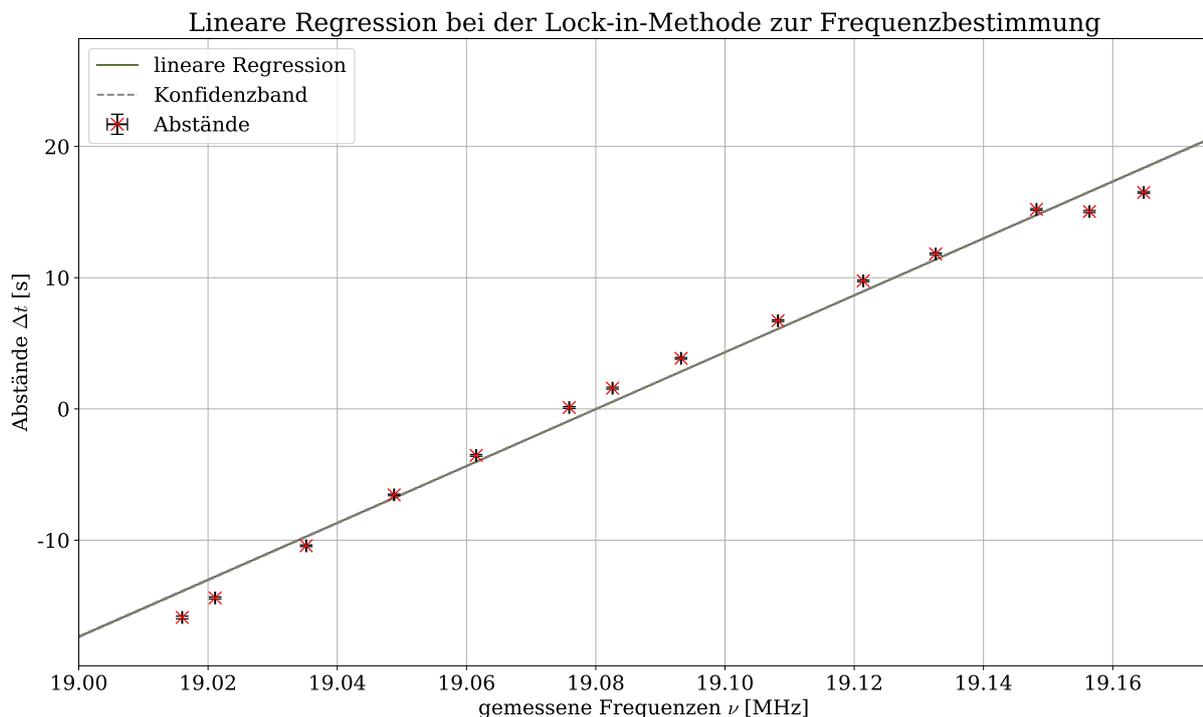


Abb. 14: Aufgetragen sind die Abstände Δt in s der Nulldurchgänge der Sägezahnmodulation und der Signalkurve bei der Messung mit dem Lock-in-Verfahren gegen die gemessene Frequenz ν in MHz. Zusätzlich ist eine lineare Regression mit einem Konfidenzband eingezeichnet. Dieses ist allerdings sehr klein und daher nur schwer erkennbar.

Offensichtlich sind die Fehler hier etwas zu klein geschätzt, da die Ausgleichsgerade eindeutig nicht in einem 2σ Intervall aller Messwerte liegt. Auf diese Problematik wird in [Unterabschnitt 5.3](#) eingegangen. Folgende Werte für Steigung a und y -Achsenabschnitt b werden gefunden:

$$\begin{aligned}a &= (216,8 \pm 0,4) \text{ s MHz}^{-1}, \\b &= (-4137 \pm 8) \text{ s}.\end{aligned}$$

Die Resonanzfrequenz ν kann dann mit [Gleichung 14](#) über die Nullstelle der linearen Regression gefunden werden:

$$\nu = (10,080\,07 \pm 0,000\,09) \text{ MHz}.$$

Erneut wird das zugrundeliegende Magnetfeld B_0 vor und nach der Messung gemessen, gemittelt und der Fehler über die Schwankung abgeschätzt:

$$B_0 = (448,5 \pm 1,0) \text{ mT}.$$

Analog zu den vorherigen Teilen wird die Frequenz erneut in ein gyromagnetisches Verhältnis γ und einen Kern- g -Faktor g_I umgerechnet werden:

$$\begin{aligned}\gamma &= (2,673 \pm 0,006) \cdot 10^8 \text{ rad T}^{-1} \text{ s}^{-1}, \\g_I &= (5,581 \pm 0,012) \cdot 10^{-6}.\end{aligned}$$

Ein erneuter Vergleich mit der vorherigen Messung an Wasser kann über den t -Wert der beiden Messwerte für das gyromagnetische Verhältnis γ angestellt werden [\[5\]](#). Es wird folgender t -Wert bestimmt:

$$t = 0,5.$$

Erneut sind die Werte sehr gut verträglich, was auf eine in sich konsistente Messung schließen lässt.

5 Zusammenfassung und Fehlerdiskussion

5.1 Zusammenstellung der Ergebnisse

Im ersten Versuchsteil konnte die Homogenität des Magnetfeldes innerhalb der Spule bis auf wenige, vernachlässigbare Schwankungen nachgewiesen und damit ein guter Arbeitsbereich für die folgenden Versuchsteile ausgewählt werden.

In den weiteren Versuchsteilen konnten erfolgreich jeweils gyromagnetisches Verhältnis γ und Kern- g -Faktor g_I aus der Resonanzfrequenz ν für die Proben $^{19}\text{Fluor}$, Wasser und Glykol bestimmt werden. Dabei wurden die Proben zunächst durch Sinusmodulation des Magnetfeldes untersucht und anschließend eine weitere Messung an Wasser mithilfe der Lock-in-Methode vorgenommen. Die Ergebnisse sind alle in [Tabelle 2](#) zusammengestellt.

Tab. 2: Zusammengestellt sind die gemessenen Werte für Magnetfeld B_0 in mT und Frequenz ν in MHz, sowie die berechneten Werte für das gyroskopische Verhältnis γ in $10^8 \text{ rad T}^{-1} \text{ s}^{-1}$ und der Kern- g -Faktor in 10^{-6} .

Stoff	B_0 in mT	Frequenz ν in MHz	γ in $10^8 \text{ rad T}^{-1} \text{ s}^{-1}$	g_I in 10^{-6}
Fluor	$452,0 \pm 1,0$	$18,1470 \pm 0,0008$	$2,523 \pm 0,006$	$5,267 \pm 0,012$
Wasser	$451,0 \pm 1,0$	$19,2163 \pm 0,0012$	$2,677 \pm 0,006$	$5,590 \pm 0,012$
Glykol	$449,0 \pm 1,0$	$19,1977 \pm 0,0011$	$2,686 \pm 0,006$	$5,609 \pm 0,012$
Wasser (Lock-in)	$448,5 \pm 1,0$	$19,08007 \pm 0,00009$	$2,673 \pm 0,006$	$5,581 \pm 0,012$

Ein Vergleich von Messung 4 und 5 mit Messung 3 konnte dabei mit t -Werten von 1,1 beziehungsweise 0,5 eine gute Konsistenz der Werte untereinander belegen. Ein Vergleich mit Literaturwerten wird im folgenden Abschnitt angestellt.

5.2 Vergleich mit Literaturwerten

In diesem Abschnitt sollen die eben zusammengefassten Messergebnisse mit Literaturwerten verglichen werden. Es wird sich dabei auf das gyromagnetische Verhältnis γ beschränkt, da sich der Kern- g -Faktor über Konstanten direkt in γ umrechnen lässt. Als Quelle für die Literaturwerte wird für das Proten [7] und für das $^{19}\text{Fluor}$ [8] verwendet:

$$\begin{aligned}\gamma_p &= 2,675 \cdot 10^8 \text{ rad T}^{-1} \text{ s}^{-1}, \\ \gamma_F &= 2,517 \cdot 10^8 \text{ rad T}^{-1} \text{ s}^{-1}.\end{aligned}$$

Ein Vergleich wird erneut über t -Werte angestellt. In folgender [Tabelle 3](#) ist für jede Probe der t -Wert im Vergleich zum Literaturwert sowie der relative Fehler angegeben.

Tab. 3: Ein Vergleich mit Literaturwerten ist in dieser Tabelle zusammengestellt. Für das gyromagnetische Verhältnis γ in $10^8 \text{ rad T}^{-1} \text{ s}^{-1}$ sind sowohl Messwert als auch Literaturwert angegeben. Zusätzlich sind der t -Wert und der relative Fehler aufgelistet.

Stoff	γ_{Mess} in $10^8 \text{ rad T}^{-1} \text{ s}^{-1}$	γ_{Lit} in $10^8 \text{ rad T}^{-1} \text{ s}^{-1}$	t -Wert	relativer Fehler
Fluor	$2,523 \pm 0,006$	2,517	1,0	0,22%
Wasser	$2,677 \pm 0,006$	2,675	0,4	0,22%
Glykol	$2,686 \pm 0,006$	2,675	1,9	0,22%
Wasser (Lock-in)	$2,673 \pm 0,006$	2,675	0,3	0,22%

Alle Werte sind trotz des extrem kleinen relativen Fehlers von 0,22% sehr gut mit ihrem Literaturwert verträglich.

5.3 Fehlerdiskussion und Erörterung der Ergebnisse

Die Justierung für die Lock-in Messung gestaltet sich als etwas schwierig, da die Optimierung für ein sehr deutliches rauschfreies Signal von vielen Parametern abhängt, wie der Amplitude der Sinus- und der Sägezahnschwingung, sowie deren Frequenz, dem Delay und den verschiedenen Zeitkonstanten. Die letzte Messung musste deshalb zweimal durchgeführt werden, da erst bei feiner Nachjustage ein sehr gutes, rauschfreies Signal erkennbar war. Da jedoch die ausgewertete Messung ein sehr gutes Ergebnis liefert, kann von einer guten Justage am Ende ausgegangen werden.

Bei der linearen Regression zur Bestimmung der Resonanzfrequenz des Wassers aus der Lock-in-Methode in [Abbildung 14](#) fällt auf, dass die Werte etwas stärker von der Regressionslinie abweichen und zusätzlich noch extrem kleine Fehler haben. Allerdings stammen die Fehler aus der Fehlerfortpflanzung der zuvor durchgeführten linearen Regressionen des modulierten Sägezahnsignals und des Messsignals. Trotzdem ist der mit Hilfe dieser Regressionslinie bestimmte Wert für das gyromagnetische Verhältnis γ sowohl mit dem Literaturwert verträglich, als auch mit dem mit der Sinusmodulation bestimmten Wert konsistent. Daraus lässt sich auf einen unterschätzten Fehler, aber trotzdem gute Messwerte schließen.

Ein wichtiger Aspekt dieses Versuchs ist die Verwendung zweier unterschiedlicher Methoden zur Bestimmung des gyromagnetischen Verhältnisses γ . Während in der Versuchsanleitung [1] davon ausgegangen wird, dass mit der Lock-in-Methode ein deutlich besseres Ergebnis erzielt werden kann, da hier das Rauschen reduziert ist und die Nullstelle des Absorptionssignals für eine genauere Auswertung sorgt, konnten in dem Versuch keine großen Unterschiede in der Genauigkeit der beiden Methoden festgestellt werden. Dies lässt sich nicht durch genaueres Arbeiten bei den Messungen im ersten Versuchsteil erklären, sondern hat insbesondere zwei Gründe: Zum einen wird in der Versuchsanleitung davon ausgegangen, dass in der ersten Messung keine lineare Regression durchgeführt wird, was zu einer erheblich schwierigeren Bestimmung der Resonanzfrequenz führt. Zum anderen überwiegt bei der Bestimmung des gyromagnetischen Verhältnisses γ eindeutig der Fehler bei der Messung auf das Magnetfeld, womit sich auch erklären lässt, dass die Fehler hier in allen Messungen nahezu identisch sind. Dies führt dazu, dass selbst bei genauerer Messung der Resonanzfrequenz durch das Lock-in-Verfahren keine nennenswerte Verbesserung der Genauigkeit erzielt werden kann. Es müsste also auch die Messung des Magnetfeldes genauer durchgeführt werden, um die Genauigkeit des Lock-in-Verfahrens voll ausnutzen zu können.

Literatur

- [1] A. Ortner, M. Köhli, K. Köneke: *Kernspinresonanz - Versuchsanleitung Fortgeschrittenen Praktikum Teil 1*, (Freiburg im Breisgau: 2013)
- [2] Alfred Klett: *Zum Versuch Kernspinresonanz*, (Freiburg im Breisgau: 1990)
- [3] James G. Kushmerick: *The NIST Reference on Constants, Units and Uncertainty* <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?mun> (aufgerufen am: 31.08.2022)
- [4] James G. Kushmerick: *The NIST Reference on Constants, Units and Uncertainty* <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?hbar> (aufgerufen am: 31.08.2022)
- [5] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Datenanalyse Teil A - Skript zur Vorlesung am 06.09.2021*, (Freiburg im Breisgau: 2021/22)
- [6] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Datenanalyse Teil B - Skript zur Vorlesung am 28.02.2022*, (Freiburg im Breisgau: 2021/22)
- [7] W.M.Haynes: *CRC Handbook of Chemistry and Physics - 95th Edition*, (Boca Raton: CRC Press, 2014), p. 27
- [8] J. Nelson: *Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy*, (London: Prentice Hall, 2003)

7 Anhang

7.1 Technische Parameter

Tab. 4: Zusammengefasst sind die technischen Einstellungen, die bei den Verschiedenen Versuchteilen verwendet werden. Die Unsicherheit kann über Rechtecksverteilung abgeschätzt werden, da ausschließlich digitale Messgeräte verwendet werden und beträgt damit jeweils $1/\sqrt{3}$ auf die letzte Stelle [5].

Parameter	Teil 1	Teil 2	Teil 3	Teil 4	Teil 5
MAGNETFELD					
Messung B in mT davor	-	453	451	450	446
Messung B in mT danach	-	451	451	448	445
Spannung in V	8,3	8,7	8,7	8,7	8,6
Stromstärke in A	3,49	3,43	3,40	3,39	3,49
MESSUNGEN DER PROBEN					
Eintauchtiefe in mm	-	30	30	30	30
kleinste Frequenz in MHz	-	18,0211	19,1022	19,0908	19,0160
größte Frequenz in MHz	-	18,2893	19,3477	19,3075	19,1648
TECHNIK FÜR TEIL 5					
Gain Vorverstärker	-	-	-	-	100
Delay in ms	-	-	-	-	5
Time constant in s	-	-	-	-	1
Sinusamplitude V_{ss} in V	-	-	-	-	0,34
Sägezahnamplitude V_{sz}	-	-	-	-	$2,8 \cdot V_{ss}$
Frequenz Sinusmodulation in Hz	-	-	-	-	70
Sägezahn Periodendauer in s	-	-	-	-	30

7.2 Messwerte des ^{19}F uors

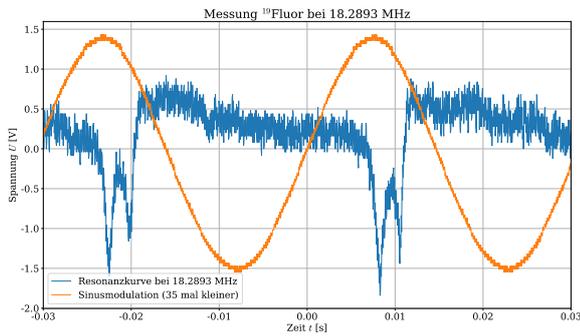


Abb. 15: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 18,2893 MHz für ^{19}F uor. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 35 kleiner.

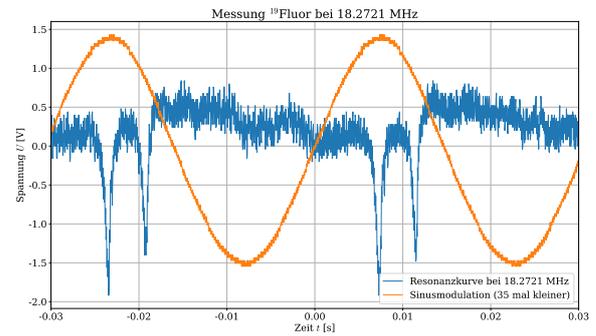


Abb. 16: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 18,2721 MHz für ^{19}F uor. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 35 kleiner.

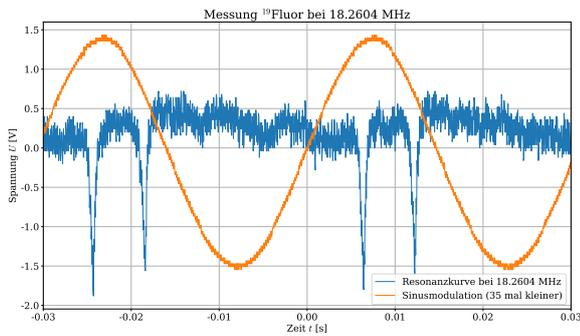


Abb. 17: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 18,2604 MHz für ^{19}F uor. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 35 kleiner.

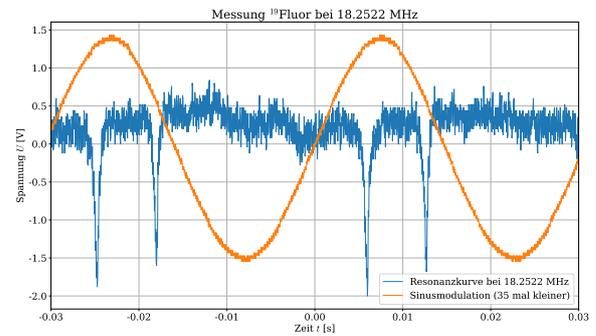


Abb. 18: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 18,2522 MHz für ^{19}F uor. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 35 kleiner.

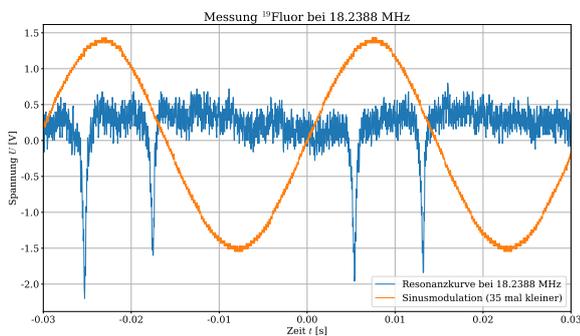


Abb. 19: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 18,2388 MHz für ^{19}F uor. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 35 kleiner.

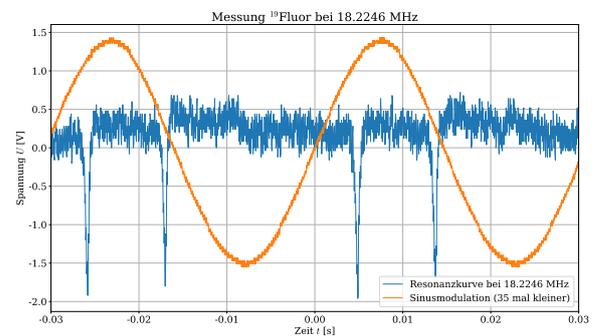


Abb. 20: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 18,2246 MHz für ^{19}F uor. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 35 kleiner.

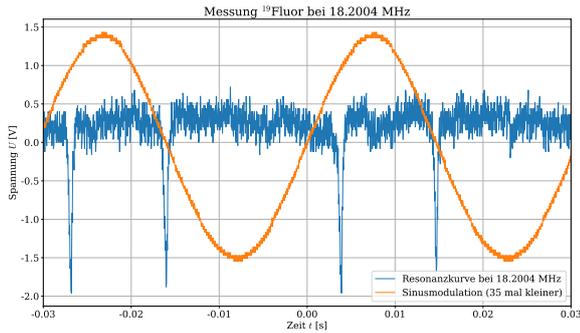


Abb. 21: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 18,2004 MHz für $^{19}\text{Fluor}$. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 35 kleiner.

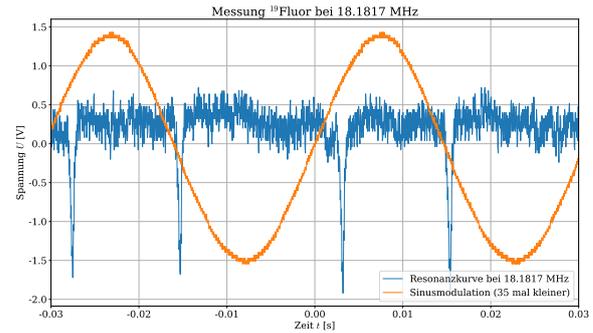


Abb. 22: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 18,1817 MHz für $^{19}\text{Fluor}$. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 35 kleiner.

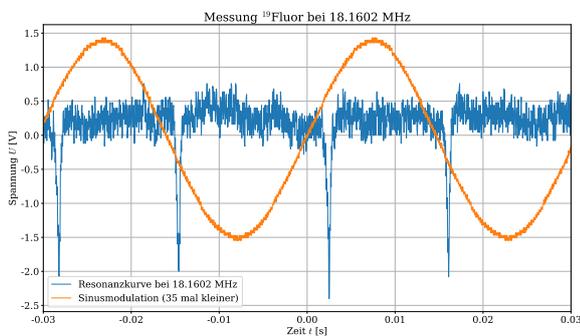


Abb. 23: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 18,1602 MHz für $^{19}\text{Fluor}$. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 35 kleiner.

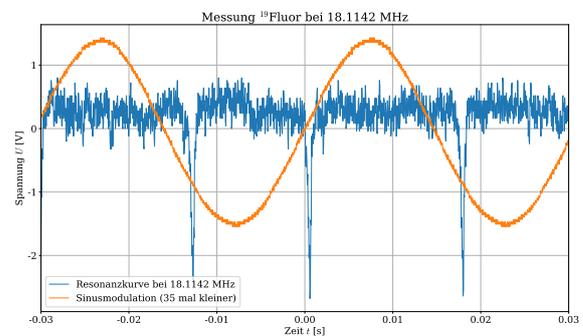


Abb. 24: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 18,1142 MHz für $^{19}\text{Fluor}$. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 35 kleiner.

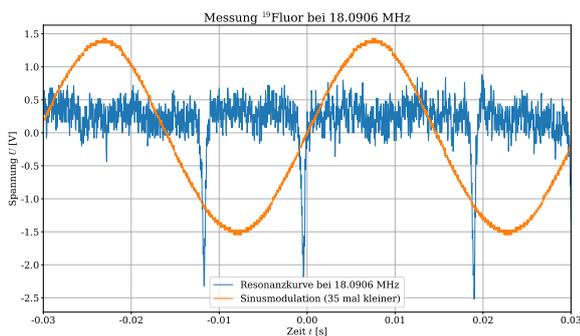


Abb. 25: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 18,0906 MHz für $^{19}\text{Fluor}$. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 35 kleiner.

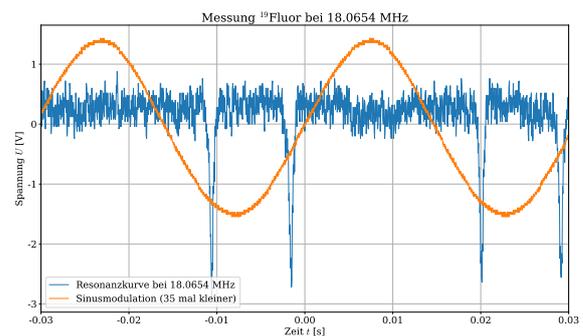


Abb. 26: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 18,0654 MHz für $^{19}\text{Fluor}$. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 35 kleiner.

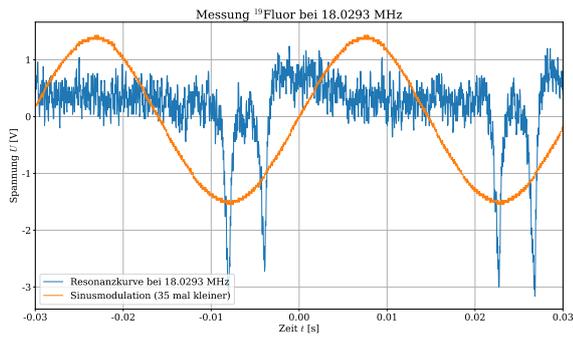


Abb. 27: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 18,0293 MHz für ¹⁹Fluor. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 35 kleiner.

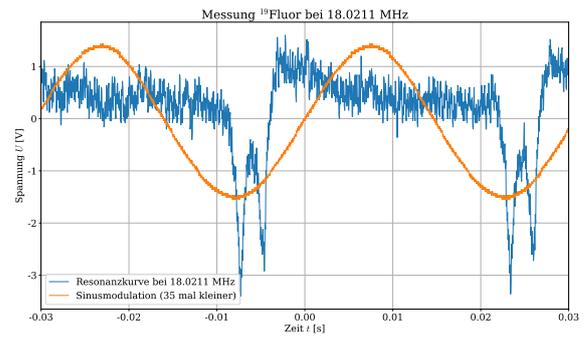


Abb. 28: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 18,0211 MHz für ¹⁹Fluor. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 35 kleiner.

7.3 Messwerte des Wassers

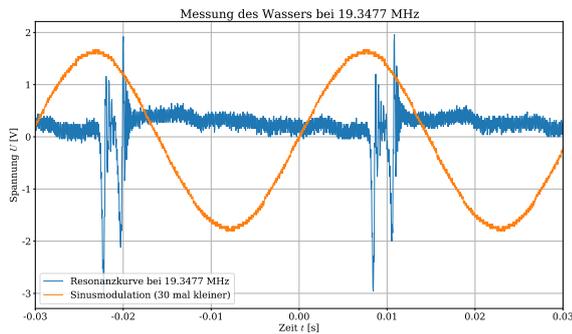


Abb. 29: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,3477 MHz für H_2O . Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

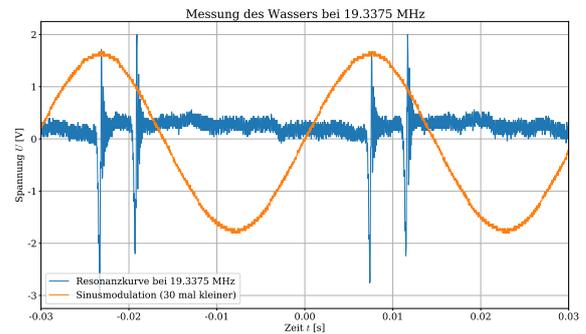


Abb. 30: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,3375 MHz für H_2O . Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

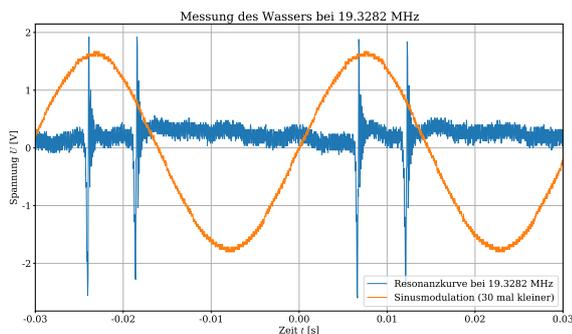


Abb. 31: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,3282 MHz für H_2O . Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

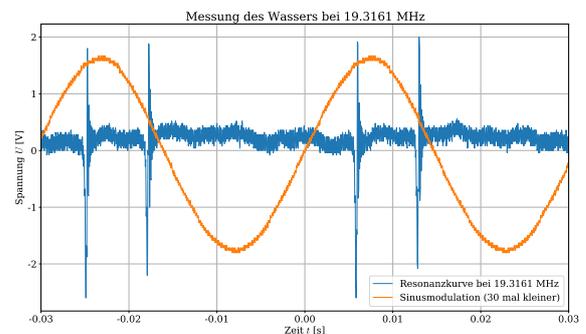


Abb. 32: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,3161 MHz für H_2O . Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

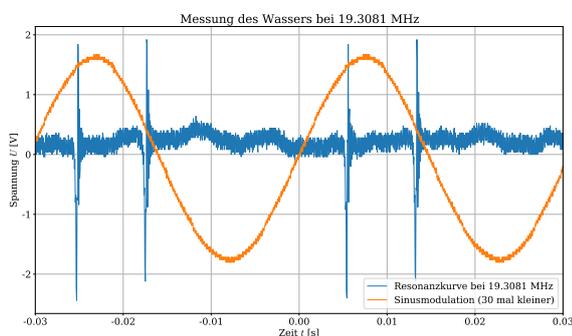


Abb. 33: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,3081 MHz für H_2O . Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

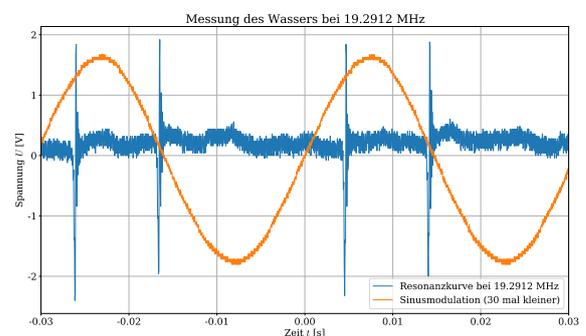


Abb. 34: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,2912 MHz für H_2O . Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

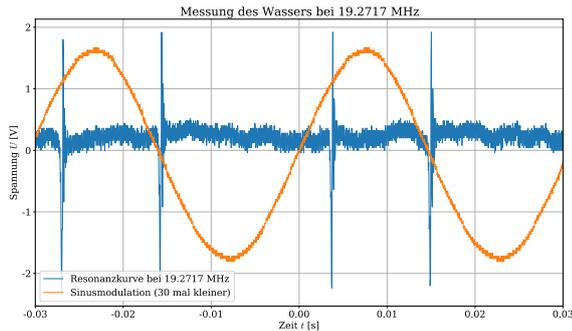


Abb. 35: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,2717 MHz für H_2O . Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

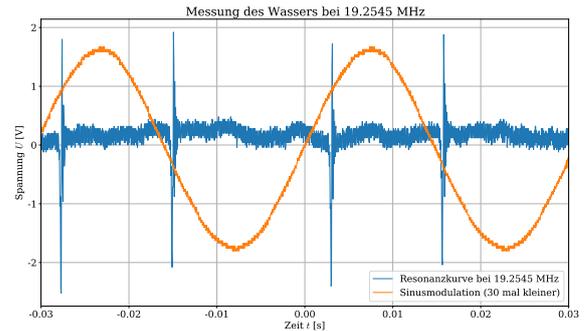


Abb. 36: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,2545 MHz für H_2O . Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

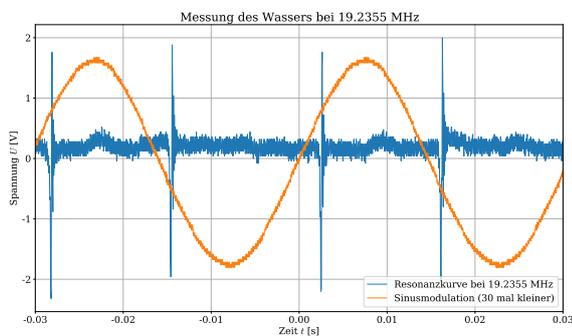


Abb. 37: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,2355 MHz für H_2O . Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

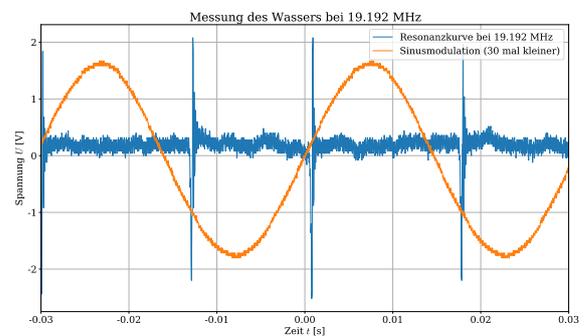


Abb. 38: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,192 MHz für H_2O . Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

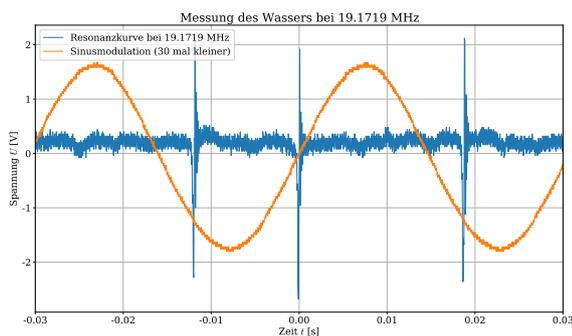


Abb. 39: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,1719 MHz für H_2O . Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

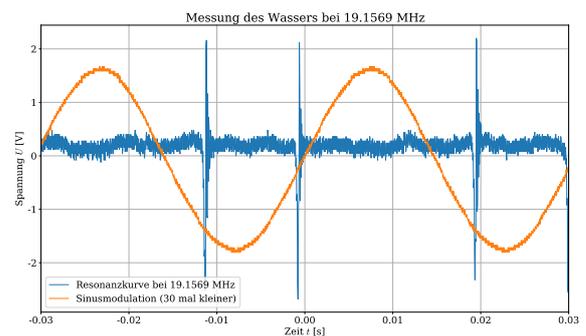


Abb. 40: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,1569 MHz für H_2O . Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

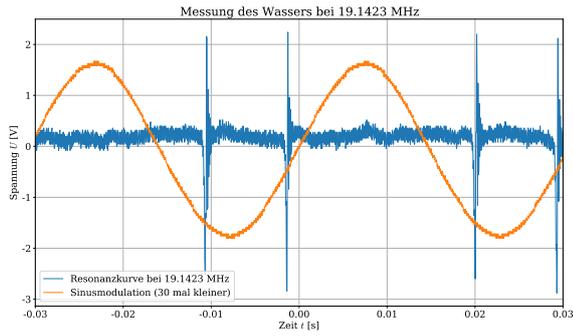


Abb. 41: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,1423 MHz für H₂O. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

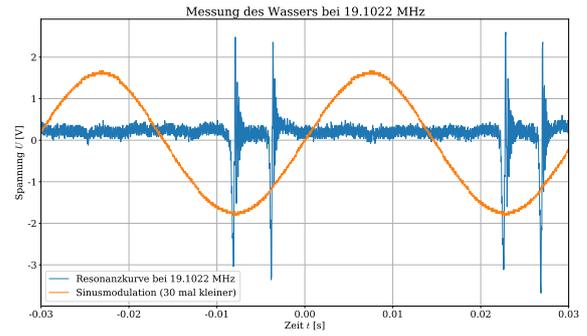


Abb. 42: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,1022 MHz für H₂O. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

7.4 Messwerte des Glykols

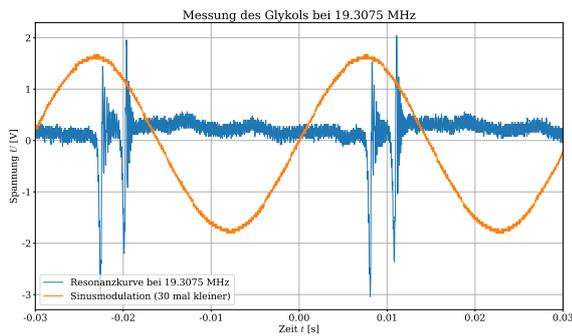


Abb. 43: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,3075 MHz für die Glykol Probe. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

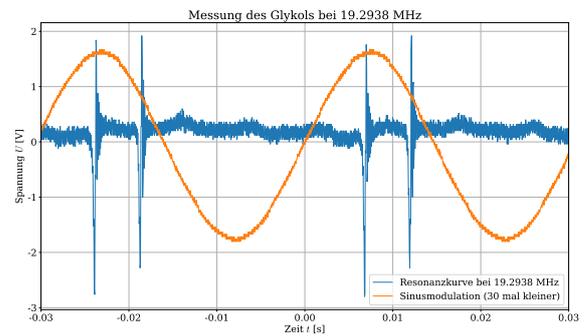


Abb. 44: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,2938 MHz für die Glykol Probe. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

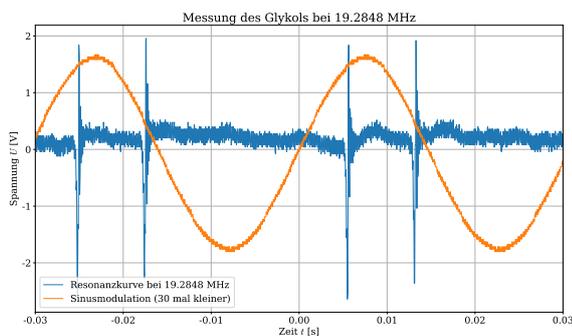


Abb. 45: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,2848 MHz für die Glykol Probe. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

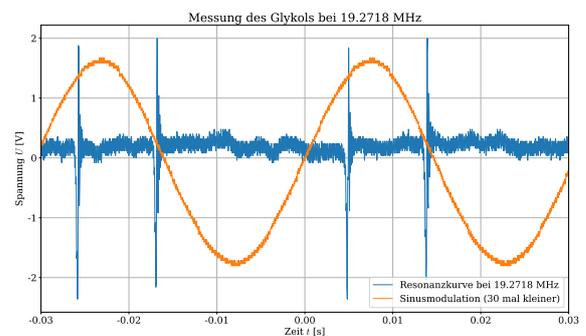


Abb. 46: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,2718 MHz für die Glykol Probe. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

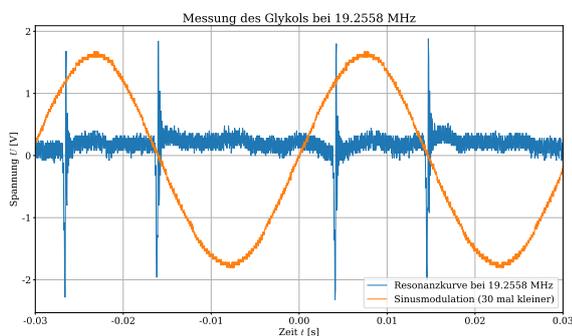


Abb. 47: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,2558 MHz für die Glykol Probe. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

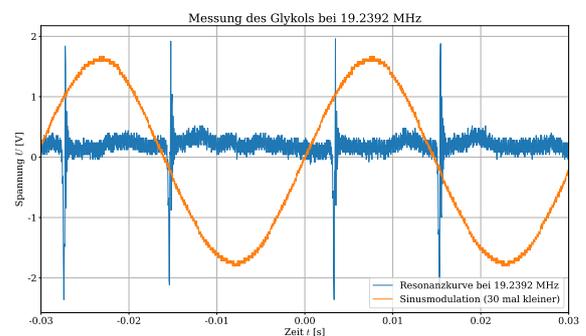


Abb. 48: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,2392 MHz für die Glykol Probe. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

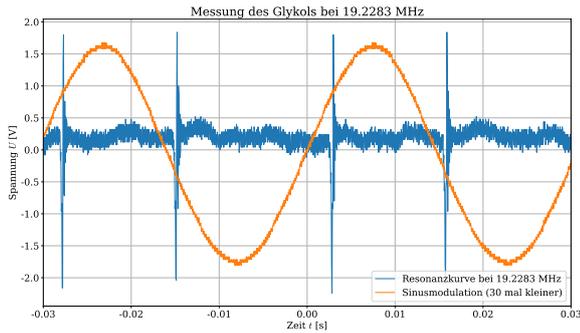


Abb. 49: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,2283 MHz für die Glykol Probe. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

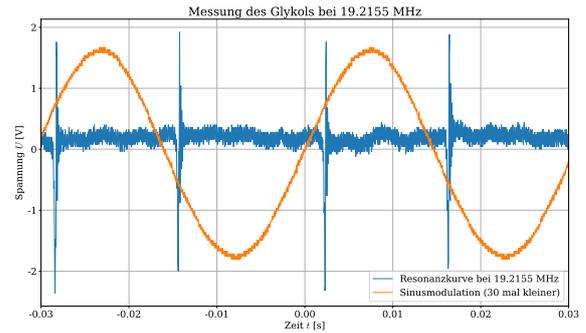


Abb. 50: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,2155 MHz für die Glykol Probe. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

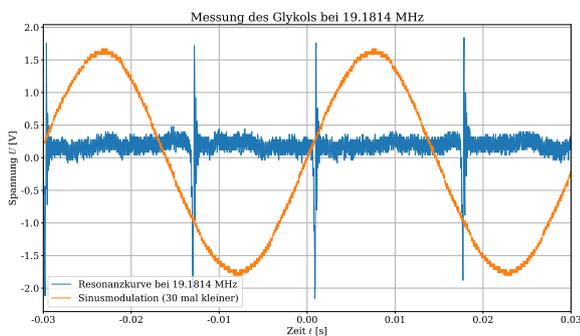


Abb. 51: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,1814 MHz für die Glykol Probe. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

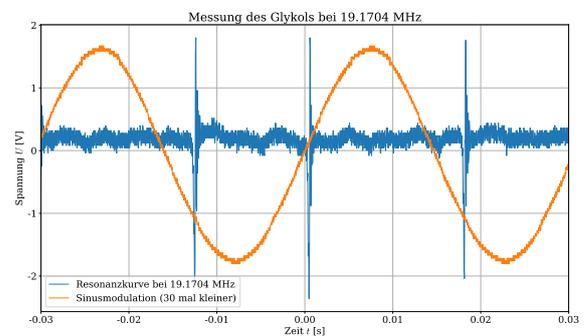


Abb. 52: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,1704 MHz für die Glykol Probe. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

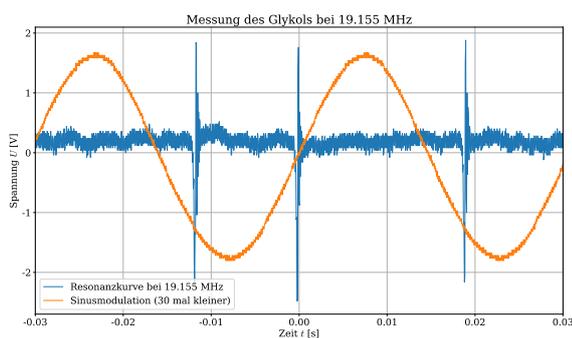


Abb. 53: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,155 MHz für die Glykol Probe. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

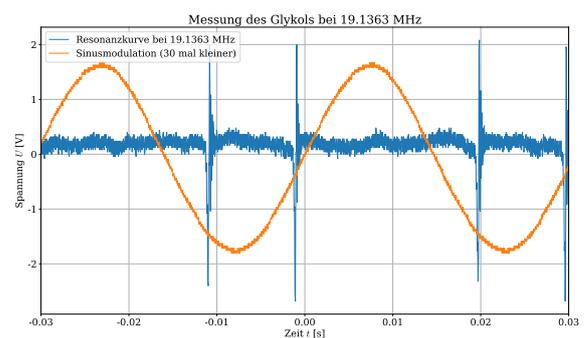


Abb. 54: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,1363 MHz für die Glykol Probe. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

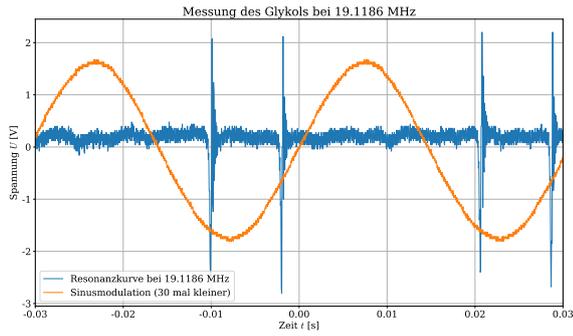


Abb. 55: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,1186 MHz für die Glykol Probe. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

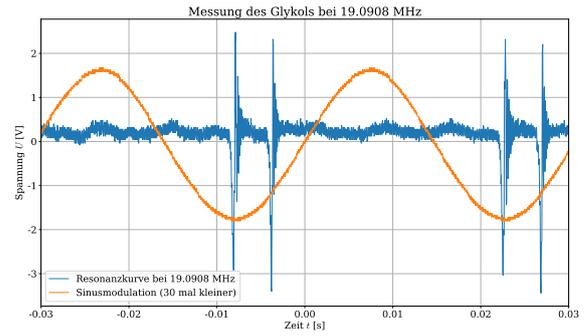


Abb. 56: Messdaten und Sinusmodulation des Magnetfeldes bei 19,0908 MHz für die Glykol Probe. Die Sinusmodulation ist um den Faktor 30 kleiner.

7.5 Messwerte mit dem Lock-in-Verfahren

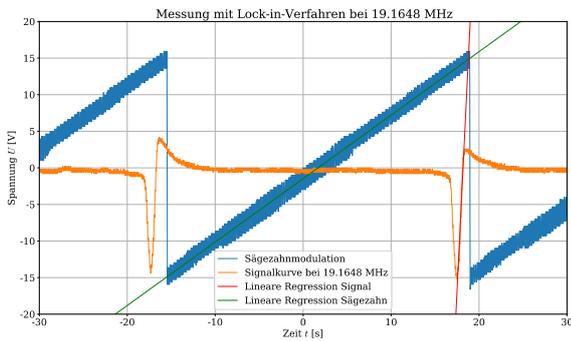


Abb. 57: Messdaten und Sägezahnmodulation bei 19,1648 MHz für die H₂O Probe. Es sind lineare Regression für Signal und Sägezahn dargestellt.

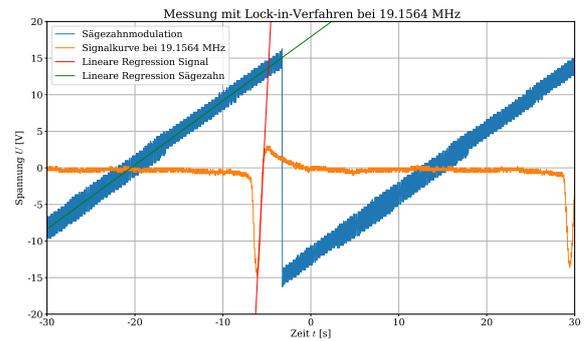


Abb. 58: Messdaten und Sägezahnmodulation bei 19,1564 MHz für die H₂O Probe. Es sind lineare Regression für Signal und Sägezahn dargestellt.

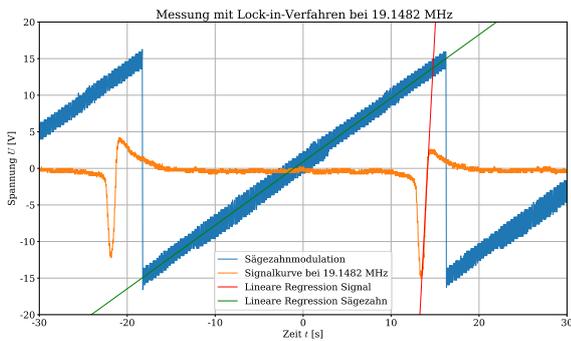


Abb. 59: Messdaten und Sägezahnmodulation bei 19,1482 MHz für die H₂O Probe. Es sind lineare Regression für Signal und Sägezahn dargestellt.

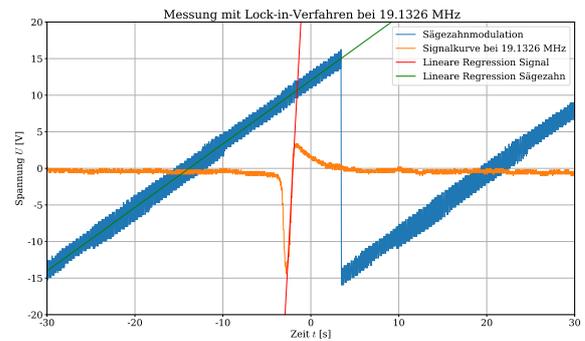


Abb. 60: Messdaten und Sägezahnmodulation bei 19,1326 MHz für die H₂O Probe. Es sind lineare Regression für Signal und Sägezahn dargestellt.

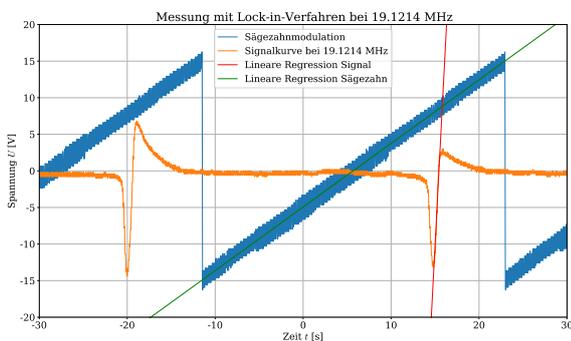


Abb. 61: Messdaten und Sägezahnmodulation bei 19,1214 MHz für die H₂O Probe. Es sind lineare Regression für Signal und Sägezahn dargestellt.

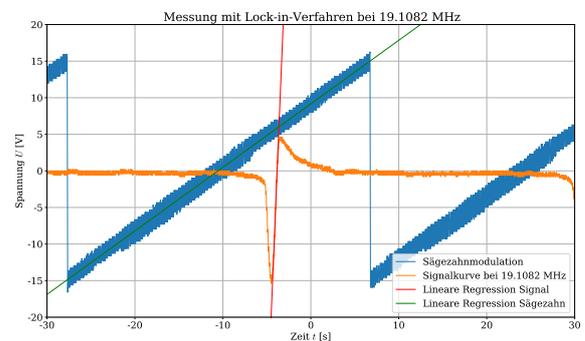


Abb. 62: Messdaten und Sägezahnmodulation bei 19,1082 MHz für die H₂O Probe. Es sind lineare Regression für Signal und Sägezahn dargestellt.

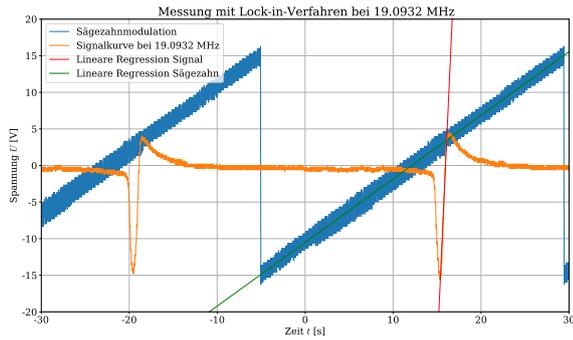


Abb. 63: Messdaten und Sägezahnmodulation bei 19,0932 MHz für die H₂O Probe. Es sind lineare Regression für Signal und Sägezahn dargestellt.

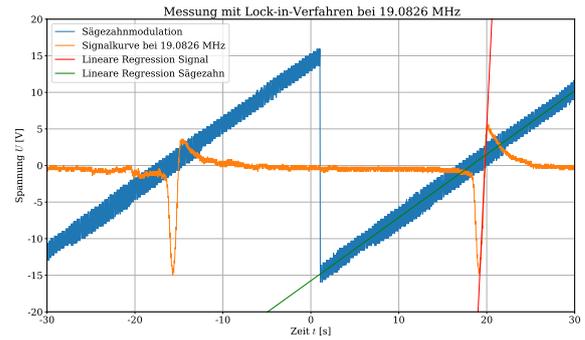


Abb. 64: Messdaten und Sägezahnmodulation bei 19,0826 MHz für die H₂O Probe. Es sind lineare Regression für Signal und Sägezahn dargestellt.

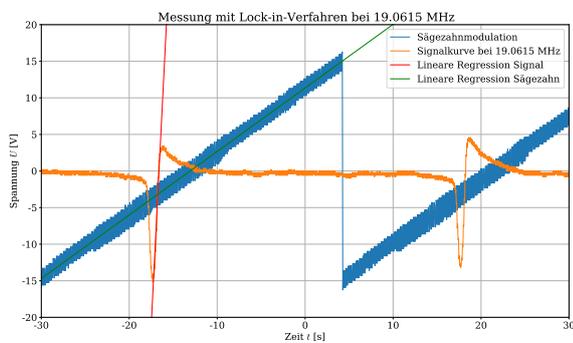


Abb. 65: Messdaten und Sägezahnmodulation bei 19,0615 MHz für die H₂O Probe. Es sind lineare Regression für Signal und Sägezahn dargestellt.

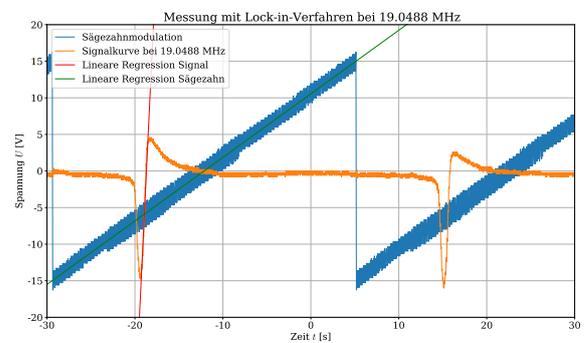


Abb. 66: Messdaten und Sägezahnmodulation bei 19,0488 MHz für die H₂O Probe. Es sind lineare Regression für Signal und Sägezahn dargestellt.

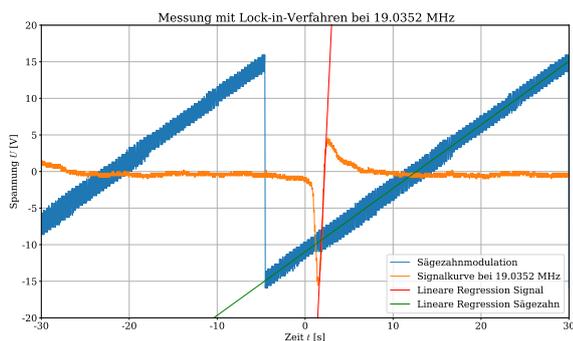


Abb. 67: Messdaten und Sägezahnmodulation bei 19,0352 MHz für die H₂O Probe. Es sind lineare Regression für Signal und Sägezahn dargestellt.

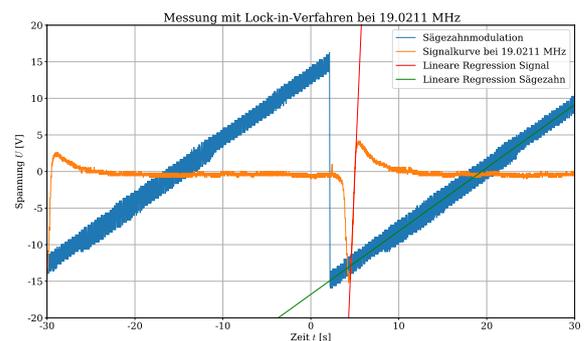


Abb. 68: Messdaten und Sägezahnmodulation bei 19,0211 MHz für die H₂O Probe. Es sind lineare Regression für Signal und Sägezahn dargestellt.

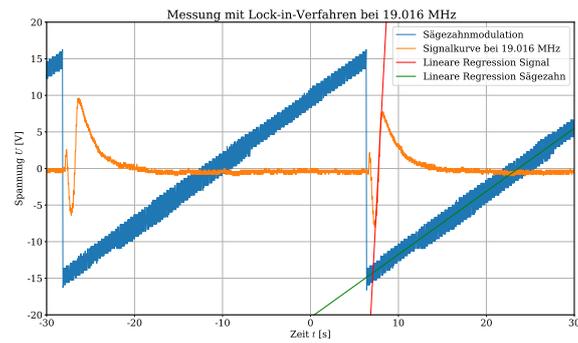


Abb. 69: Messdaten und Sägezahnmodulation bei 19,0160 MHz für die H_2O Probe. Es sind lineare Regression für Signal und Sägezahn dargestellt.

7.6 Laborbuch

Kernspinsonanz 30.08.22

Fehler wenn nicht anders angegeben $\frac{1}{10}$ auf die letzte Stelle
 → digitale Skala ⇒ Rundungsunsicherheit

① $V = 8,3V$ $I = 3,49 A$ Antenn S.9
Versuchsanleitung

Magnetfeld B in mT ($\frac{1}{10}$ auf letzte Stelle)	Eintragsnr. in mm ($\frac{1}{10}$ mm)
333	0
392	1
432	2
450	3
454	4
456	5
458	6
458	7
459	8
459	9
459	10
459	11
459	12
459	13
459	14
459	15
459	16
459	17
459	18
459	19
458	20
459	21
459	22
459	23
459	24
459	25
459	26
458	27
458	28
459	29
459	30
458	31
458	32
456	33
454	34

② Antenn siehe S.9 Versuchsbeschreibung
 Messwert über USB

Eintragsnr. (2,0 ± 0,3) cm (Magnetfeld $B = (459 \pm \frac{1}{10})$ mT)
 $(V = 8,6V \quad I = 3,5A)$

Abb. 70: Laborbuch - Seite 1

2 Messung: 1. $V = 8,7V$ $I = 3,43A$ Eintauchtiefe: $(3,0 \pm 0,3)cm$

$B = 453 mT$ (Messung durch)

Messung: Fluor ~~$f_n = 18,293 MHz$~~

$B_{nach} = 451 mT$ (Messung durch)

f in MHz	H_2O	Glykol
18,2893	f in MHz	f in MHz
18,2721	19,3477	19,3075
18,2604	19,3575	19,2938
18,2522	19,3282	19,2848
18,2388	19,3161	19,2718
18,2388	19,3081	19,2558
18,2246	19,2912	19,2392
18,2004	19,2787	19,2283
18,1817	19,2545	19,2155
18,1602	19,2355	19,1968
18,1586	19,2145	19,1814
18,1142	19,1920	19,1704
18,0906	19,1719	19,1550
18,0654	19,1569	19,1363
18,0293	19,1423	19,1180
18,0211	19,1022	19,0908

3 Messung H_2O : $V = 8,7V$ $I = 3,40A$
 $B = 451 mT$ Eintauchtiefe: $(3,0 \pm 0,3)cm$

$B_{nach} = 451 mT$

4 Messung Glykol: $V = 8,7V$ $I = 3,39A$
 $B = 450 mT$ Eintauchtiefe: $(3,0 \pm 0,3)cm$

$B_{nach} = 448 mT$

Abb. 71: Laborbuch - Seite 2

⑤ Aufbau siehe Seite 10 · $V=8,6V$ $I=3,49A$

$B=457mT$ Eintauchtiefe: $(3,0 \pm 0,3)cm$

Es wird erst die Resonanzfrequenz ungefähr eingestellt: $f = \del{19,5} 19,5247 MHz$

Danach genauer eingestellt: $f = 19,5102 MHz$

$B=455mT$ kurz vor Versuch $f = \del{19,5102} MHz$

$f = 19,3430 MHz$

Beginn der Messung:

$B = 448mT$

Verwendete Frequenz: f MHz

$f = 19,2363 MHz$

19,2205 MHz

19,2118 MHz

19,2032 MHz

19,1902 MHz

19,1770 MHz

19,1602 MHz

19,1455 MHz

19,1326 MHz

19,1202 MHz

~~19,1066 MHz~~

19,1130 MHz

19,1012 MHz

19,0940 MHz

~~19,0~~

~~19,0~~

Time Code 1g

Gain 100

$U_{ss} = 1,54V$

$f_{sin} = 50 Hz$

$U_{s\ddot{a}g} = 4,0V$

$\tau = 30s$

Messung danach $B = 448mT$



Handwritten signature

Abb. 72: Laborbuch - Seite 3

(5) erhaltene Pureinführung mit folgenden Werten:

$\beta = 446 \text{ mT}$ Eintauchtiefe $(3,0 \pm 0,3) \text{ cm}$
 Gain: 100 Delay: 25 ms Time Constant: 1 s
 $V_{SS} = 0,34 \text{ V}$ $f = 70 \text{ Hz}$ $E = 30 \text{ s}$ $V_{SZ} = 2,8 \cdot V_{SS}$
eingetragen

Frequenzen:

19,1648 MHz	19,1082 MHz	19,0438 MHz
19,1564 MHz	19,0932 MHz	19,0352 MHz
19,1482 MHz	19,0826 MHz	19,0211 MHz
19,1326 MHz	19,0753 MHz	19,0160 MHz
19,1214 MHz	19,0645 MHz	19,0

$\beta = 445 \text{ mT}$ nach Messung

RK

Abb. 73: Laborbuch - Seite 4