

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Aufgabenstellung	3
3	Theoretische Grundlagen	3
3.1	Supraleitung	3
3.2	Ströme	4
3.3	Magnetische Eigenschaften	4
3.4	London-Gleichung	4
3.5	BCS-Theorie	5
3.6	Flussquantisierung	5
3.7	Josephson-Effekt	6
4	Aufbau des SQUID	7
5	Versuchsaufbau	8
6	Versuchsdurchführung	8
7	Auswertung	9
7.1	Dipolmomente der Leiterschleife	9
7.2	Magnetfelder/Dipolmomente verschiedener Materialien	10
7.3	Plots	11

1 Einleitung

In diesem Versuch wird ein sogenannter SQUID (Superconducting Quantum Interference Device) verwendet, um wie bereits erwähnt, die Dipolmomente verschiedener Stoffe zu bestimmen. Des Weiteren können die Magnetfeldstärken der Objekte in einer Rundumsicht dargestellt werden. Das benutzte RF-SQUID besteht aus einem supraleitenden Ring, welcher durch einen Isolator unterbrochen ist. Mit dieser Apparatur ist es uns möglich auch sehr geringe Magnetfeldstärken nachzuweisen.

Die nachfolgende Theorie stammt, sofern nicht auf andere Quellen verwiesen wird, aus der Versuchsanleitung des FPI, der Universität Freiburg - Superconducting Quantum Interference Device - von M. Köhli(2011).

2 Aufgabenstellung

- Beobachtung des SQUID-Patterns und Optimierung des Signal-Rauschen-Verhältnisses
- Bestimmung der Dipolmomente/Feldstärken der Leiterschleife mit fünf Widerständen und Vergleich mit den berechneten Werten
- Bestimmung der Dipolmomente/Feldstärken einer Reihe von Proben
- Polardarstellung der Stärke des Magnetfelds in Abhängigkeit des Drehwinkels

3 Theoretische Grundlagen

3.1 Supraleitung

Supraleiter sind klassifiziert über die folgenden Eigenschaften:

- Unterhalb einer sogenannten kritischen Temperatur T_c , welche materialabhängig ist, sinkt der elektrische Widerstand des Materials auf einen so geringen Wert, dass dieser nicht mehr messbar ist.
- Supraleiter sind nahezu perfekte Diamagneten. Induzierte Ströme erzeugen ein Magnetfeld welches das von außen angelegte Feld exakt kompensieren kann(Meissner-Ochsenfeld-Effekt).
- In der Bandstruktur des supraleitenden Materials existiert eine temperaturabhängige Energielücke mit $E_F \pm \Delta E$ für die Einteilchenzustände (BCS-Theorie). Unterhalb dieses Levels können keine Elektronen eingebracht werden.
- Unterhalb der kritischen Temperatur T_c bilden jeweils zwei Elektronen ein Cooper-Paar, wodurch sie sich gemeinsam wie ein Boson verhalten. Dies ermöglicht, dass die Cooper-Paare sich alle im niedrigsten Energiezustand befinden und durch einen globalen makroskopischen Quantenzustand beschrieben werden können.

Man kann im Allgemeinen zwischen Supraleitern (supraleitend unter 4,2 Kelvin) und Hochtemperatur-Supraleitern (supraleitend unter 130 Kelvin) unterscheiden. In diesem Versuch arbeiten wir mit einem Hochtemperatur-Supraleiter, da dieser schon durch flüssigen Stickstoff unter seine kritische Temperatur gebracht werden kann.

3.2 Ströme

Ist in einem Supraleiter die Temperatur zu hoch, also oberhalb der kritischen Temperatur, ist sein Verhalten das eines Leiters. Weitere Gründe, die das supraleitende Verhalten aufheben können sind außerdem:

- Die Materialordnung sowie der Druck.
- Ein hinreichend großes äußeres Magnetfeld, wodurch die Supraleitung aufgehoben wird.
- Anlegen eines großen Stromes, welcher wieder ein Magnetfeld erzeugt was letztlich die Supraleitung aufhebt.
- Anlegen eines äußeren elektromagnetischen Wechselfeldes ($\omega \approx \frac{\Delta E}{\hbar}$). Dadurch können Elektronen über die Bandlücke hinweg angeregt werden, was wieder die Supraleitung aufhebt.

3.3 Magnetische Eigenschaften

Ist die Temperatur des Supraleiters unterhalb von T_c gibt es eine spontane Verdrängung des Magnetfeldes im Leiter. Das innere Magnetfeld wird Null.

Man unterscheidet zwei Arten von Supraleitern:

Typ I: Die kritische Temperatur liegt hier maximal bei 23,2K (bei Nb_3Ge). Unterhalb einer äußeren kritischen Magnetfeldstärke H_c sinkt hier das Magnetfeld B plötzlich auf 0T ab. Nur innerhalb der sogenannten London'schen Eintauchtiefe (siehe Kap. ??) kann das Magnetfeld in den Supraleiter eindringen.

Typ II: Dieser bezeichnet die Hochtemperatursupraleiter. Hier kann der Effekt der Supraleitung auch bei einem Magnetfeld innerhalb des Leiters existieren. Es gibt zwei kritische Magnetfeldstärken, H_{c2} (Magnetfeld wird nur teilweise Verdrängt) und H_{c1} (Magnetfeld wird vollständig Verdrängt). Die höchsten hier erreichte Temperatur beträgt 138K (bei Hg_{12} , Tl_3 , Ba_{30} , Ca_{30} , Cu_{45} , O_{125})

3.4 London-Gleichung

Wie bereits erwähnt gibt es eine geringe Eindringtiefe des Magnetfeldes in den Supraleiter. Diese wird über die Maxwellgleichungen hergeleitet (genaueres siehe ??), und lautet:

$$\nabla \times \vec{j} = -\frac{n_e e^2}{mc} \vec{B} \quad (1)$$

3.5 BCS-Theorie

Das Verhalten von Supraleitern unterhalb der kritischen Temperatur kann größten Teils durch die BCS-Theorie erklärt werden. Wie bereits erwähnt wurde existieren in einem supraleitenden Material bei gewissen Bedingungen keine freien Elektronen mehr, sondern gebundene Paarzustände dieser, die Cooper-Paare. Diese Paare bestehen aus zwei Elektronen mit antiparallelem Spin, die gemeinsam in einen Zustand niedriger Energie übergehen. Diese Bindung ermöglicht dem Supraleiter seine Eigenschaften.

In einem Supraleiter der eine Temperatur unter T_c besitzt, entsteht durch die Deformation des Atomgitters eine effektive Anziehung beider Elektronen. Durch die verlangsamte Geschwindigkeit der Elektronen und der Trägheit der Atome des Gitters hinterlässt das Elektron eine positive Polarisationsspur, welche auf das nachfolgende Elektron anziehend wirkt. Dies bildet die Kopplung zwischen den beiden Elektronen aus. Dieses Cooper-Paar besitzt, aufgrund der entgegengesetzten Spins, einen ganzzahligen Spin und gilt als Quasiteilchen mit Bosoneneigenschaften. Daraus folgt, dass sich mehrere Cooper-Paare in einem Zustand befinden können, woraus ein Abfall der Gesamtenergie des Systems auf einen neuen Grundzustand (BCS-Grundzustand) resultiert. Dies ist der Grund für die Absenkung des Widerstandes.

3.6 Flussquantisierung

Der SQUID dieses Versuches besteht, wie schon erwähnt, aus einem Supraleiter der einen geschlossenen Ring (mit Unterbrechung durch Isolator) bildet. Für den Kreisstrom folgt deswegen, dass er über das geschlossene Wegintegral $\oint \vec{j} d\vec{l} = 0$, mit der Stromdichte \vec{j} beschrieben werden kann, da der Strom konstant ist. Nach dem Stoke'schen Satz folgt für den magnetischen Fluss Φ_B durch den Ring:

$$\oint \vec{A} d\vec{l} = \Phi_B \quad (2)$$

Da jedoch ein geschlossener Weg vorliegt, Φ ist ein eindeutiger Parameter, darf sich das Ergebnis für einen Umlauf lediglich um ein ganzes Vielfaches von 2π ändern. Woraus folgt:

$$\oint \nabla \theta d\vec{l} = \Delta \theta = 2\pi n \quad (3)$$

Dadurch das alle Cooper-Paare in einem Zustand vorliegen werden sie durch eine gemeinsame Wellenfunktion beschrieben, womit eine Phasenbeziehung zwischen diesen vorliegt. Der magnetische Fluss der im Ring herrscht erhält nun eine Quantisierung in Flussquanten Φ_0 , welche Fluxoide genannt werden. Es gilt:

$$|\Phi_B| = n \frac{\hbar}{2e} = n\Phi_0 \quad (4)$$

$$\Phi_0 = 2,067833667(52) \cdot 10^{-15} \text{Wb} (1[\text{Wb}] = 1[\text{Tm}^2]) \quad (5)$$

3.7 Josephson-Effekt

Dieser Effekt tritt auf, wenn man zwischen zwei Supraleitern eine dünne Isolatorschicht (Josephson-Kontakt) einbringt. Die Cooper-Paare können nun, aufgrund ihrer ausgedehnten Wellenfunktion, durch diese Schicht hindurchtunneln. Jedoch nur, solange die äußeren Bedingungen wie Magnetfeld und angelegte Stromstärke stimmen.

Ein Cooper-Paar wird als einzige Wellenfunktion beschrieben, auch dann noch wenn der Isolator passiert wird. Also muss die Wellenfunktion ϕ_1 stetig in die des zweiten Supraleiters ϕ_2 übergehen, siehe Abb.(1). Um später mit dieser Methode Berechnungen durchführen zu können wird eine symmetrische Kopplung K zwischen den beiden Systemen eingeführt. Dies kann durch die zeitabhängige Schrödingergleichung folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$i\hbar \frac{\delta \phi_1}{\delta t} = H_1 \phi_1 + K \phi_2 \quad i\hbar \frac{\delta \phi_2}{\delta t} = H_2 \phi_2 + K \phi_1 \quad (6)$$

Löst man dieses Gleichungssystem ergibt sich für ϕ_1 folgende Lösung:

$$\frac{\delta \phi_1}{\delta t} = \frac{2}{\hbar} \phi_{01} \phi_{02} K \sin(\theta_2 - \theta_1) \quad (7)$$

$$\frac{\delta \theta_1}{\delta t} = \frac{1}{\hbar} \phi_{02} \phi_{01} K \cos(\theta_2 - \theta_1) - \frac{H_1}{\hbar} \quad (8)$$

Wobei θ die jeweilige Phase angibt. Analog hierzu ist die Lösung zu ϕ_2 .



Abbildung 1: Wellenfunktionen ϕ_1 und ϕ_2 durch den Isolator getrennt

3.7.1 Josephson-Gleichstrom

Wenn kein äußerer Einfluss auf das System der Supraleiter wirkt, existiert eine konstante Phasenbeziehung von $\theta_1 = \theta_2$ auf die beiden. Daraus ergibt sich $\phi_{01} \approx \phi_{02} = \phi_0$, woraus folgt:

$$\frac{\delta\phi_1}{\delta t} = -\frac{\delta\phi_2}{\delta t} = \frac{2}{\hbar}\phi_0 K \sin(\theta_2 - \theta_1) \quad (9)$$

Die Cooper-Paare verlieren beim tunneln durch den Josephson-Kontakt keine Energie, weswegen dort auch kein Strom abfällt. Doch da es sich bei dem Kontakt um keinen Supraleiter handelt kann ein äußeres angelegtes Magnetfeld in die Isolatorschicht eindringen. Dies sorgt für eine Änderung der Phasenverschiebung. Man erhält einen Josephson-Gleichstrom I , siehe Abb.(2), welcher vom magnetischen Fluss Φ und dem Flussquant Φ_0 abhängt.

$$I = I_0 \frac{\sin(\pi\Phi/\Phi_0)}{\pi\Phi/\Phi_0} \quad (10)$$

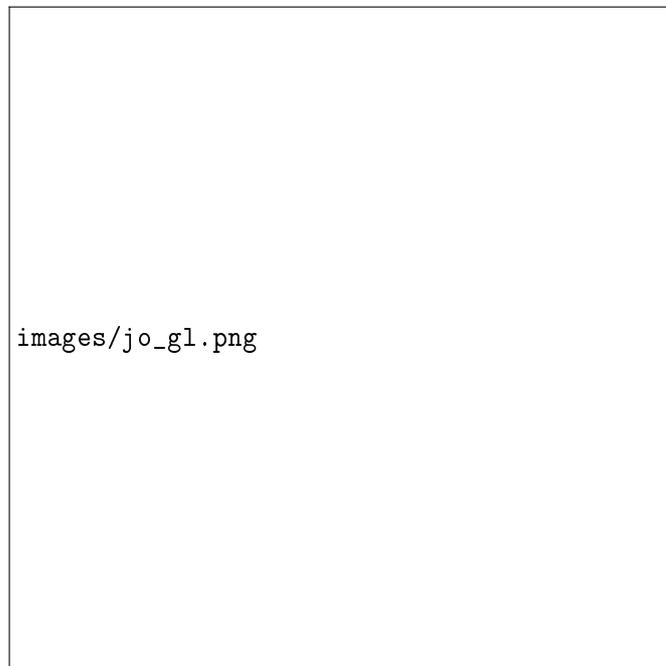


Abbildung 2: Maximaler Strom in Abhängigkeit des externen Magnetfeldes

4 Aufbau des SQUID

In diesem Versuch wird mit einem RF-SQUID (radio frequency) gearbeitet. Dieses besteht aus einem Ring, welcher ein Hochtemperatursupraleiter ist, mit einer Isolatorschicht (Josephson-Kontakt) von nur einigen Nanometern Dicke. Ein Schwingkreis ist ebenfalls angebracht (siehe

Abb.(3)) welcher ein zusätzliches Magnetfeld erzeugt. Dieses wiederum führt zu einem Wechselstrom im SQUID-Ring. Wird dieser größer als der kritische Strom, führt dies zu einem periodischen Wechsel des SQUIDs zwischen dem supraleitenden und dem normal leitenden Zustand. Ist also der Strom groß genug, entzieht das SQUID durch seinen Widerstand dem Schwingkreis Energie, was dort zu einem Spannungsabfall führt. Ist ein periodisches Signal zu sehen, wird dem Schwingkreis keine Energie entzogen.



Abbildung 3: Darstellung des RF-SQUIDs

5 Versuchsaufbau

Der SQUID-Sensor befindet sich in einem isolierten Gefäß (Kryostat) welches mit flüssigem Stickstoff gefüllt ist. So wird dafür gesorgt das die kritische Temperatur unterschritten wird. Die Proben werden auf einer Halterung befestigt, welche drehbar ist. Somit kann eine 360°-Messung des Magnetfeldes gemacht werden.

Mit dem Oszilloskop betrachten wir schließlich die Darstellung des SQUID-Signals und können dies auch am Computerbildschirm darstellen.



Abbildung 4: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus

6 Versuchsdurchführung

Zuerst wird der flüssige Stickstoff in das Kryostat gefüllt und der SQUID eingetaucht um ihn abzukühlen (ca. 15 Minuten). Anfangs wird das SQUID im *Test-Modus* betrieben. In diesem Modus bestimmen wir zunächst den Arbeitspunkt. Dieser ist dann erreicht wenn die Amplitude der Spannungsantwort maximal wird. Im *Test-Modus* wird eine zusätzliche Dreiecksspannung in den Schwingkreis gekoppelt. Die bedeute eine kontrollierte Flussänderung und ermöglicht eine gute Justierung. Bei gleichzeitiger Darstellung bei der Kanäle erhält man Abb. 5, wenn man seinen optimalen Arbeitspunkt gefunden hat. Durch wechseln in den *Mess-Modus* des SQUID stellt man dann sicher, dass man seine Einstellungsparameter nicht mehr ändern kann und schaltet die zusätzlich Dreiecksspannung aus. In diesem Modus haben wir alle relevanten Daten für unsere Auswertung aufgenommen.



Abbildung 5: Squid-Pattern

7 Auswertung

7.1 Dipolmomente der Leiterschleife

Zur Bestimmung der Dipolmomente und der Feldstärken der Leiterschleife mit verschiedenen Widerständen, fitteten wir folgende Funktion an unsere Messdaten:

$$f(x) = a + b \sin(ex + d) \quad (11)$$

Damit können nun unsere Magnetfelder mit

$$B_z = F \frac{\Delta U}{s_i} \quad (12)$$

berechnet werden. Dabei beschreibt $F = 9,3 \frac{nT}{\Phi_0}$ den Feld-Fluss-Koeffizienten und s_i die Sensitivität, welche bei dieser Messreihe konstant bei $s_i = 0,95 \frac{V}{\Phi_0}$ lag.

Die Differenz der Spannung ΔU wird über die Amplitude b , der Fits berechnet.

$$\Delta U = 2 \cdot |b| \quad (13)$$

Für die Fehler gilt:

$$B_z = F \frac{2|b|}{s_i} \quad (14)$$

$$s_B = B_z \cdot |s_b/b| \quad (15)$$

Das entsprechende Dipolmoment p berechnete sich über die Stromstärke I mit:

$$p = AI = A \frac{U}{R_i} = \pi r^2 \frac{U}{R_i} \quad (16)$$

Wobei $U = 2,7V \pm 0,2V$ die Spannung der beiden Batterien ist und $r = 3,5mm \pm 0,5mm$ den Radius. Für den Fehler gilt:

$$s_p = p \cdot \sqrt{\left(\frac{2s_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{s_U}{U}\right)^2 + \left(\frac{s_R}{R}\right)^2} \quad (17)$$

Für die Verschiedenen Widerstände ergeben sich folgende Werte:

Widerstand R / Ω	$B_z/10^{-9}T$	$B_{rech}/10^{-9}T$	$p/10^{-7}Am^2$	$p_{rech}/10^{-7}Am^2$
$51,47 \pm 0,05$	$7,63 \pm 0,08$	7,97	$9,3 \pm 0,8$	20,2
$100,8 \pm 0,10$	$7,4 \pm 0,5$	4,07	$9,0 \pm 0,9$	10,3
$300,8 \pm 0,3$	$0,583 \pm 0,014$	1,36	$0,71 \pm 0,06$	3,45
$510,6 \pm 0,5$	$0,309 \pm 0,012$	0,803	$0,377 \pm 0,003$	2,04
$1000 \pm 1,0$	$0,15 \pm 0,04$	0,41	$0,184 \pm 0,005$	1,04

Die berechneten Werte ergaben sich aus den Formeln:

$$B_{rech} = \frac{\mu p}{2\pi z^3} \quad (18)$$

$$p_{rech} = \frac{2\pi B_z z^3}{\mu_0} \quad (19)$$

Wie man unschwer erkennen kann weichen die gemessenen Werte oft stark von den berechneten ab. Eine mögliche Fehlerquelle ist die Spannung der Batterien. Beim berechneten Wert wurde von einer konstanten Spannung ausgegangen. Doch da die Batterien bereits älter waren, kann man von einem Spannungsabfall während der Messung ausgehen, wodurch sich auch erklären würde, warum die Werte im Verlauf der Messung immer schlechter wurden.

Mit der Formel

$$z = \sqrt{\left(\frac{\mu_0 r^2 I}{2B_z}\right)^{2/3} - r^2} \quad (20)$$

$$s_z = \left| \left(\frac{2\mu_0 I r}{6B_z(\mu_0 I r^2 / (2B)^{1/3}) - r^2} \right) \frac{s_r}{z} \right| \quad (21)$$

berechneten wir noch einen mittleren Abstand von

$$z_{mittel} = (2,81 \pm 0,07)cm \quad (22)$$

von der Probe zur Messsonde.

7.2 Magnetfelder/Dipolmomente verschiedener Materialien

Die Berechnungen, inklusive Fehlerrechnungen, in diesem Kapitel wurden mit den Formeln von Kap.(7.1) berechnet.

7.2.1 Magnet-Span

Faktor $s_i = 0,38$

$$B_z = (346 \pm 4) \cdot 10^{-9} T \quad (23)$$

$$p = (422 \pm 30) \cdot 10^{-7} T \quad (24)$$

7.2.2 2-ct. Stück

Beim 2 Cent Stück haben wir zwei unterschiedliche Messungen vorgenommen. Einmal wurde die Münze Hochkant und das andere mal Quer rotiert. Wir erhielten die folgenden Ergebnisse. Faktor $s_i = 0,195$ (bei beiden Messungen)

Hochkant

$$B_z = (503 \pm 2) \cdot 10^{-9} T \quad (25)$$

$$p = (610 \pm 50) \cdot 10^{-7} T \quad (26)$$

Quer

$$B_z = (430 \pm 40) \cdot 10^{-9} T \quad (27)$$

$$p = (520 \pm 70) \cdot 10^{-7} T \quad (28)$$

Man sieht das sich, im Bereich von zwei Standardabweichungen, sehr ähnliche Werte ergeben, woraus sich schließen lässt, dass die Ausrichtung der Münze bei der Magnetfeldmessung keine, bzw. eine untergeordnete Rolle spielt. Jedoch weißt die Quer gestellte Münze einen um den Faktor 20 größeren Fehler auf.

7.2.3 Kronkorken

Faktor $s_i = 0,38$

$$B_z = (97 \pm 9) \cdot 10^{-9} T \quad (29)$$

$$p = (120 \pm 10) \cdot 10^{-7} T \quad (30)$$

7.2.4 Sicherheitsnadel

Faktor $s_i = 0,290$

$$B_z = (170 \pm 30) \cdot 10^{-9} T \quad (31)$$

$$p = (200 \pm 40) \cdot 10^{-7} T \quad (32)$$

7.3 Plots

Mit Hilfe von *Root* haben wir unsere Daten geplottet und gefittet um die in den Berechnungen benötigten Werte zu erhalten. Hier sind diese Plots inklusive ihrer Polarplots zu sehen.

Zusätzlich wurden all unsere Werte gemittelt, da das Oszilloskop einen doppelten Verlauf aufzeichnete, so wie in Gl.(6) zu sehen ist. In den folgenden Plots wurde auf einen Verlauf verzichtet und nur einzelne Plots auch als Polarplot dargestellt, da dies nur der Anschauung dienen sollen.

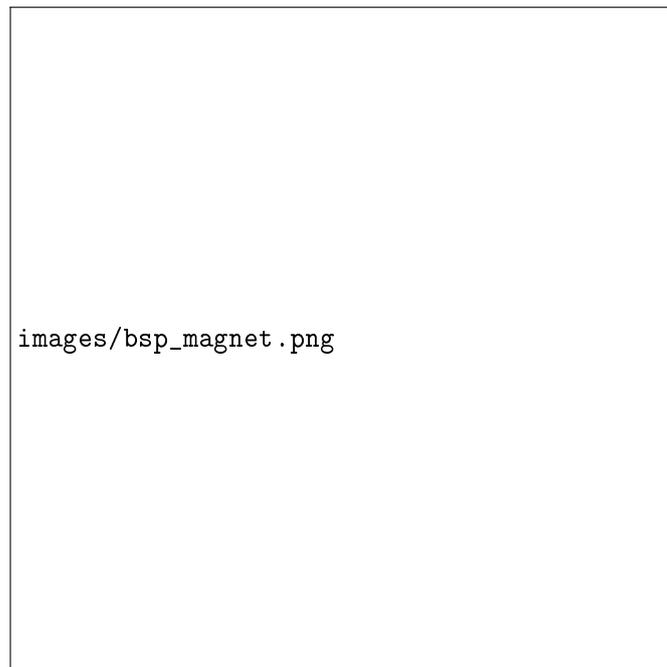


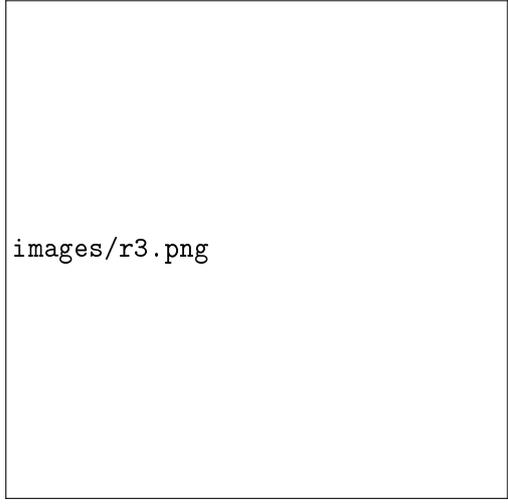
Abbildung 6: Beispiel des doppelten Verlaufs mit Magnet-Span

images/r1.png

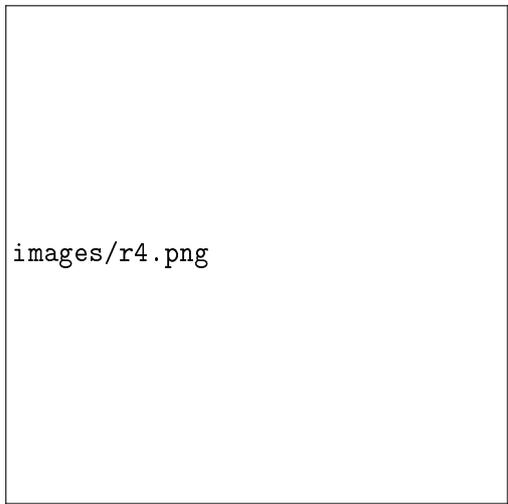
images/r1pol.png

images/r2.png

images/r2pol.png



images/r3.png



images/r4.png

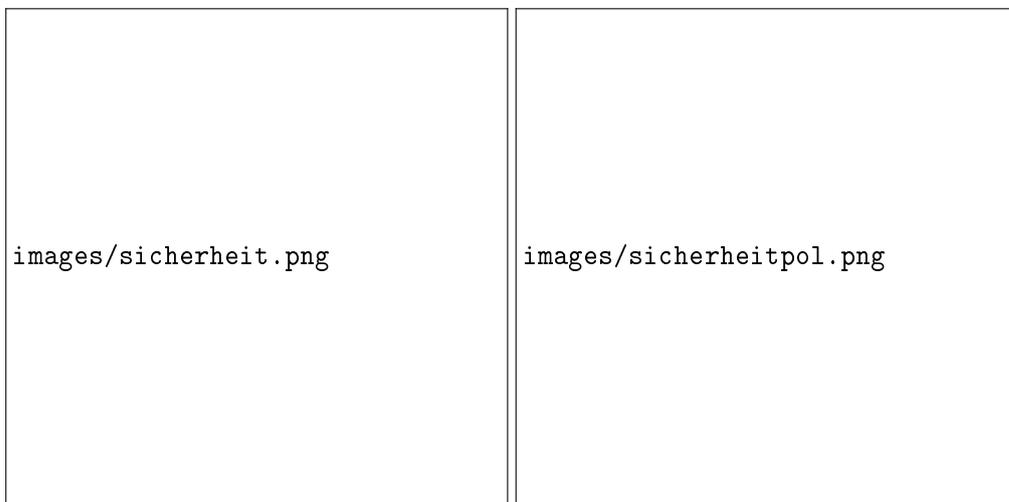
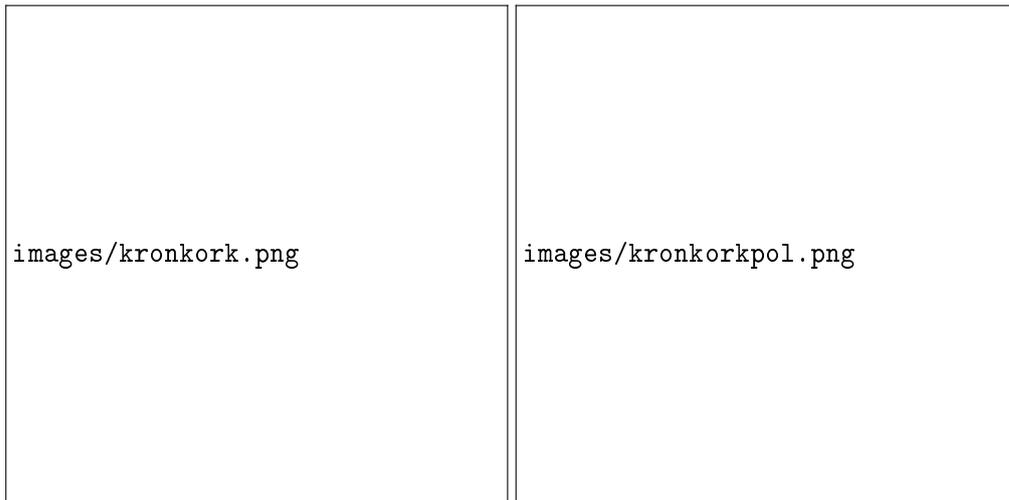
images/r5.png

images/magnet_span.png

images/2cthoch.png

images/2ctquer.png

images/2ctquerpol.png



8 Zusammenfassung

Mit dem SQUID konnten wir selbst kleine Magnetfelder messen. Diese bewegten sich im Bereich von $10^{-9}T$. Dies zeigt gut wie sensibel dieses Messverfahren ist. Im ersten Teil des Versuchs nahmen wir das SQUID-Pattern auf, was sich wie erwartet verhielt. Danach wurde das Magnetfeld einer Leiterschleife mit verschiedenen Widerständen untersucht. Wir ermittelten die Werte B_z des Magnetfeldes, sowie die Dipolmomente p .

Widerstand R / Ω	$B_z/10^{-9}T$	$p/10^{-7}Am^2$
$51,47 \pm 0,05$	$7,63 \pm 0,08$	$9,3 \pm 0,8$
$100,8 \pm 0,10$	$7,4 \pm 0,5$	$9,0 \pm 0,9$
$300,8 \pm 0,3$	$0,583 \pm 0,014$	$0,71 \pm 0,06$
$510,6 \pm 0,5$	$0,309 \pm 0,012$	$0,377 \pm 0,003$
$1000 \pm 1,0$	$0,15 \pm 0,04$	$0,184 \pm 0,005$

Im nächsten Teil untersuchten wir unterschiedliche Gegenstände, ebenfalls auf Magnetfeld B_z und Dipolmoment p . Unsere Ergebnisse waren:

	Magnet-Span	2ct Hoch	2ct Quer	Kronkorken	Sicherheitsnadel
$B_z/10^{-9}T$	(346 ± 4)	(503 ± 2)	(430 ± 40)	(97 ± 9)	(170 ± 30)
$p/10^{-7}T$	(422 ± 30)	(610 ± 50)	(520 ± 70)	(120 ± 10)	(200 ± 40)

9 Anlagen

images/anlage.jpg