

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	3
Abbildungsverzeichnis	4
Tabellenverzeichnis	4
1 Einleitung	5
2 Theoretische Grundlagen	5
2.1 Beugung	6
2.2 Aperturfunktion	6
2.3 Amplitudengitter	6
2.4 Phasengitter	7
2.5 Raman-Nath-Theorie	7
3 Aufbau und Durchführung	8
3.1 Aufbau	8
3.2 Durchführung	8
4 Auswertung	10
4.1 Bestimmung der Gitterkonstante eines Sinusgitters	10
4.2 Bestimmung der Gitterkonstanten und Auflösungsvermögen verschiedener Amplitudengitter	10
4.2.1 Winkeleichung	11
4.2.2 Bestimmung der Gitterkonstanten	12
4.2.3 Bestimmung der Auflösungsvermögen	14
4.3 Bestimmung der Aperturfunktion	15
4.4 Bestimmung des Spaltbreitenverhältnisses	16
4.5 Ultraschallphasengitter	17
4.5.1 Winkeleichung	17
4.5.2 Bessel-Verlauf der Intensitätsmaxima	18
4.5.3 Bestimmung der Wellenlänge von Isooktan	22
5 Diskussion	23
5.1 Bestimmung der Gitterkonstante eines Sinusgitters	23
5.2 Bestimmung der Gitterkonstanten und Auflösungsvermögen verschiedener Amplitudengitter	23
5.3 Bestimmung der Aperturfunktion	23
5.4 Ultraschallphasengitter	24
A Appendix	25
A.1 Laborheft	30
Literaturverzeichnis	31

Abbildungsverzeichnis

1	Schematische Darstellung des im Versuch genutzten Versuchsaufbaus. Die Brennweiten der Linsen sind: Linse 1: $f_1 = 100$ mm, Linse 2: $f_2 = 150$ mm und Linse 3: $f_3 = 300$ mm.	8
2	Beugungsbild des Referenzgitters. Das nullte Maximum wurde dabei zeitlich auf Null gesetzt.	11
3	Lineare Regression der durch Gleichung (16) gegebenen Winkel mit den in Abb. 2 gezeigten Zeiten der Maxima. Eingezeichnet ist auch die Ausgleichsgerade $\aleph \cdot t + \beth$	12
4	Beugungsbild des ersten Gitters. Aus Gründen der Übersicht ist nur ein Ausschnitt des Bildes gezeigt.	13
5	Lineare Regression der Form (21) mitsamt Messwerten aus Tabelle 2.	13
6	Aufnahme eines Laserstrahls, der auf Millimeterpapier trifft.	15
7	Verlauf der in Abschnitt 4.3 bestimmten Aperturfunktion.	16
8	Links das zur Winkeleichung aufgenommene Beugungsbild. Rechts die zur Winkeleichung durchgeführten linearen Regression.	17
9	Dreidimensionale Darstellung der Beugungsbilder bei verschiedenen Gegenspannungen an der Ultraschallzelle. Aus Gründen der Übersicht wurde auf Fehlerbalken sowie die Darstellung jedes zweiten Beugungsbildes verzichtet.	18
10	Bessel-Fit der Ordnung $m = 0$ mit den Messwerten aus Tabelle 6. . .	20
11	Bessel-Fit der Ordnung $m = 1$ mit den Messwerten aus Tabelle 6. . .	20
12	Bessel-Fit der Ordnung $m = 2$ mit den Messwerten aus Tabelle 6. . .	21
13	Bessel-Fit der Ordnung $m = 3$ mit den Messwerten aus Tabelle 6. . .	21
14	Bessel-Fit der Ordnung $m = 4$ mit den Messwerten aus Tabelle 6. . .	22
15	Lineare Regression der Winkel ϕ_m nach $m\lambda$ für $U_G = 10,0$ V.	23
16	Beugungsbild (a) und Regression (b) zu Gitter 2.	25
17	Beugungsbild (a) und Regression (b) zu Gitter 3.	25
18	Beugungsbild (a) und Regression (b) zu Gitter 4.	26
19	Beugungsbild (a) und Regression (b) zu Gitter 5.	26
20	Beugungsbilder des Ultraschallphasengitters für Spannungen von 0 V bis 3,50 V.	27
21	Beugungsbilder des Ultraschallphasengitters für Spannungen von 4,00 V bis 7,50 V.	28
22	Beugungsbilder des Ultraschallphasengitters für Spannungen von 8,00 V bis 10,00 V.	29

Tabellenverzeichnis

1	Symbole, die in diesem Versuchsprotokoll verwendet wurden.	5
2	Zeiten t_m und Winkel ϕ_m der Hauptmaxima am Oszilloskop. Ordnungen m links vom Maximum sind mit einem negativen Vorzeichen versehen.	13
3	Gitterkonstanten und Auflösungsvermögen der fünf Amplitudengitter	14
4	Zur Berechnung der Aperturfunktion benötigte Größen.	16
5	Fitparameter sowie χ^2, χ^2_V der Bessel-Fits nach Gleichung (37). . . .	19

6	Normierte Spannungen der Intensitätsmaxima in Abhängigkeit der Gegenspannung U_G	19
7	Gitterkonstanten und Auflösungsvermögen der fünf Amplitudengitter	24

In Tabelle 1 ist eine Übersicht über alle in diesem Versuchsprotokoll verwendeten Symbole gegeben.

Größensymbol	Bedeutung
a	Auflösungsvermögen
b	Spaltbreite
d	Durchmesser des Laserstrahls
f	Brennweite
g	Aperturfunktion
I	Intensität
\mathbf{k}	Wellenvektor
k	Gitterkonstante
L	Abstände
m	Ordnungszahl
N	Anzahl ausgeluchteter Spalten
r	Abstände
t	Zeit
U	Spannung, Intensität
η	Verhältnis Spaltbreite zu Gitterkonstante
λ	Wellenlänge
Λ	Wellenlänge von Isooktan
ν	Frequenz
ϕ	Winkel
ρ	Dichte
θ	Winkel
$\aleph, \beth, \beth, \beth, \delta, F$	Regressionsparameter
s_x	Unsicherheit des Wertes x

Tabelle 1: Symbole, die in diesem Versuchsprotokoll verwendet wurden.

1 Einleitung

Das Ziel dieses Versuchs ist die Untersuchung verschiedener Gitterarten auf einige ihrer Eigenschaften. Dafür soll einmal für verschiedene Amplitudengitter die Gitterkonstanten und deren Auflösungsvermögen bestimmt werden. Für ein Amplitudengitter wird zusätzlich noch die Aperturfunktion genähert. Anschließend wird ein Phasengitter untersucht, welches durch Ultraschallwellen erzeugt wird. Mit den Ergebnissen der Messungen am Phasengitter wird versucht, die Raman-Nath-Theorie zu verifizieren. Außerdem kann mit den Messungen die Schallwellenlänge in Isooktan bestimmt werden.

2 Theoretische Grundlagen

Die im Folgenden beschriebenen Grundlagen basieren auf dem Staatsexamen [2] und der Anleitung [1].

2.1 Beugung

Die Ausbreitung einer Welle, nachdem sie auf ein Hindernis trifft, wird Beugung genannt, dabei beschreibt Beugung ein Effekt, welcher nicht durch Brechung oder Reflektion beschrieben werden kann. Am einfachsten kann dieser Effekt durch das Huygensche Prinzip erklärt werden. Dieses besagt, dass jeder Punkt einer Welle wieder eine Ausgangspunkt einer Kugelwelle ist und alle diese Kugelwellen zusammen die Wellenfront bilden. Trifft eine Welle auf ein geometrisches Hindernis, wie zum Beispiel ein Gitter, entstehen an jedem Schlitz des Gitters neue Kugelwellen. Diese Kugelwellen interferieren miteinander, wodurch hinter dem Gitter sogenannte Beugungsbilder entstehen.

2.2 Aperturfunktion

Die Eigenschaften eines Beugungshindernis können durch dessen Aperturfunktion g beschrieben werden. Diese ordnet jedem Punkt des Beugungshindernis einen Wert zu, welcher der jeweiligen Lichtintensität zugeordnet werden kann. Mithilfe der Fresnel-Kirchhoffschen Integralformel lässt sich die Intensitätsverteilung eines Beugungsbildes aus der Fouriertransformierten der Aperturfunktion des zugehörigen Beugungshindernisses bestimmen:

$$I(\mathbf{x}) = \left| \int_{\text{Beugungshindernis}} g(\mathbf{k}) \cdot e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} d\mathbf{k} \right|^2 \quad (1)$$

Umgekehrt kann die Aperturfunktion des Beugungshindernisses auch durch die Fouriertransformierte der Intensitätsverteilung beschrieben werden.

2.3 Amplitudengitter

In diesem Versuch unterscheiden wir zwischen zwei Arten von Beugungsgittern, dem Amplituden- und dem Phasengitter: Bei einem Amplitudengitter variiert die Transmission ortsabhängig und damit auch die Amplitude der Welle. Ein Amplitudengitter wird vor allem durch seine Gitterkonstante k und der Spaltbreite b beschrieben. Für das Auftreten eines Maximum im Beugungsbild gilt folgender Zusammenhang:

$$\sin \phi = \frac{m\lambda}{k}, \quad (2)$$

dabei ist m die Beugungsordnung des jeweiligen Maximum und λ die Wellenlänge der Welle. Bei der Aperturfunktion eines Amplitudengitters gilt, dass $g = 0$ einer vollständigen Abschirmung durch das Gitters entspricht und $g = 1$ einer vollständigen Transmission. Misst man die Maxima des Beugungsbildes eines Gitters, kann mithilfe einer Fourierreihe die zugehörige Aperturfunktion zu

$$g(x) = \sum_j \pm \sqrt{I_j} \cos\left(\frac{x}{k} 2\pi j\right) \quad (3)$$

genähert werden. Für den Spezialfall eines Sinusgitters gilt:

$$g(x) = \sqrt{I_0} + \sqrt{I_1} \cos\left(\frac{x}{k} 1\pi\right), \quad (4)$$

es gibt also keine Maxima mit Ordnung größer 1.

Auflösungsvermögen

Das Auflösungsvermögen a eines Gitter ist im Allgemeinen definiert als:

$$a = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}, \quad (5)$$

wobei λ die Wellenlänge des genutzten Lichts beschreibt und $\Delta\lambda$ den minimalen Wellenlängenabstand beschreibt, bei dem die Beugungsmaxima von einer anderen Wellenlänge von jenen von λ unterscheiden lässt. In diesem Versuch wird das Auflösungsvermögen allerdings anders berechnet:

$$a = N \cdot m, \quad (6)$$

mit der Zahl der beobachteten Beugungsmaxima m und der Anzahl an ausgeleuchteten Gitterlinien N . Die Zahl der ausgeleuchteten Gitterlinien wird in diesem Versuch berechnet mit

$$N = \frac{d}{k}, \quad (7)$$

dabei entspricht d dem Durchmesser des Laserstrahls und k der Gitterkonstante des Gitters.

2.4 Phasengitter

Bei einem Phasengitter ist die Transmission – ganz im Gegensatz zu einem Amplitudengitter – konstant. Die Beugung entsteht beim Phasengitter durch einen ortsabhängigen variierenden Brechungsindex n . In diesem Versuch wird das Phasengitter durch eine Ultraschallwelle im Medium Isooktan realisiert. Die Ultraschallwelle erzeugt periodische Dichteschwankungen im Isooktan, was auch eine periodische Schwankung des Brechungsindex verursacht ($\Delta n \propto \Delta\rho$). Trifft Licht senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Schallwelle auf das Isooktan, so zeigen die ursprünglich gleichphasigen Wellen des Lichts hinter dem Medium eine Phasendifferenz auf. Diese phasenverschobenen Wellen überlagern sich, was im Fernfeld ein Beugungsbild verursacht.

2.5 Raman-Nath-Theorie

Die Raman-Nath-Theorie besagt zum einen, dass für den Winkel θ unter dem ein Intensitätsmaximum im Beugungsbild zu sehen ist folgender Zusammenhang gilt:

$$\sin \theta = \pm m \frac{\lambda}{\Lambda}, \quad (8)$$

wobei m die Ordnung des Maximum beschreibt, λ die Wellenlänge des Lichts und Λ die Wellenlänge der Schallwelle. Zum anderen besagt sie, dass zwischen den Maxima m -ter Ordnung und den Besselfunktionen J_m m -ter Ordnung folgender Zusammenhang gilt:

$$I_m = J_m^2 \left(\Delta n D \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \right) = J_m^2(\alpha U), \quad (9)$$

D bezeichnet dabei die Dicke des schalldurchsetzten Mediums.

3 Aufbau und Durchführung

In diesem Abschnitt soll kurz der Aufbau des Versuchs erklärt und die Durchführung erläutert werden.

3.1 Aufbau

Eine schematische Darstellung des Versuchsaufbaus ist in Abb. 1 zu sehen. Als Lichtquelle dient ein He-Ne-Laser ($\lambda = 632,8 \text{ nm}$) dessen Strahl über zwei Spiegel auf die optische Bank geleitet wird. Am Anfang der optischen Bank steht ein Strahlteiler. Der Hauptstrahl breitet sich weiter entlang der optischen Bank auf. Als erstes passiert dieser eine Aufweitungslinse, die den Strahl aufweitet. Durch einen Kollimator wird der aufgeweitete Strahl in paralleles Licht verwandelt. Dieses trifft auf eine Blende, mit welcher der Strahldurchmesser reguliert werden kann. Anschließend trifft der Strahl auf das Beugungshindernis, welches je nach Versuchsteil ein Amplitudengitter oder die Ultraschallzelle ist. Das entstandene Beugungsbild wird durch eine Linse fokussiert und mittels eines sich mit einer Frequenz von $\nu = 12,5 \text{ Hz}$ drehenden Spiegels auf eine Photodiode geworfen. Die Breite des von der Photodiode aufgenommenen Signals kann mit Hilfe eines Spalts eingestellt werden (in Abb. 1 nicht dargestellt). Die Photodiode ist an einem Verstärker angeschlossen, welcher das Signal an ein Oszilloskop überträgt. Der zweite vom Strahlteiler erzeugte Strahl wird direkt auf den rotierenden Spiegel gelenkt. Dieses Signal wird mit einer zweiten Photodiode gemessen, welcher auch an einen Verstärker angeschlossen ist. Das Signal der zweiten Photodiode wird als Triggersignal für das Oszilloskop verwendet.

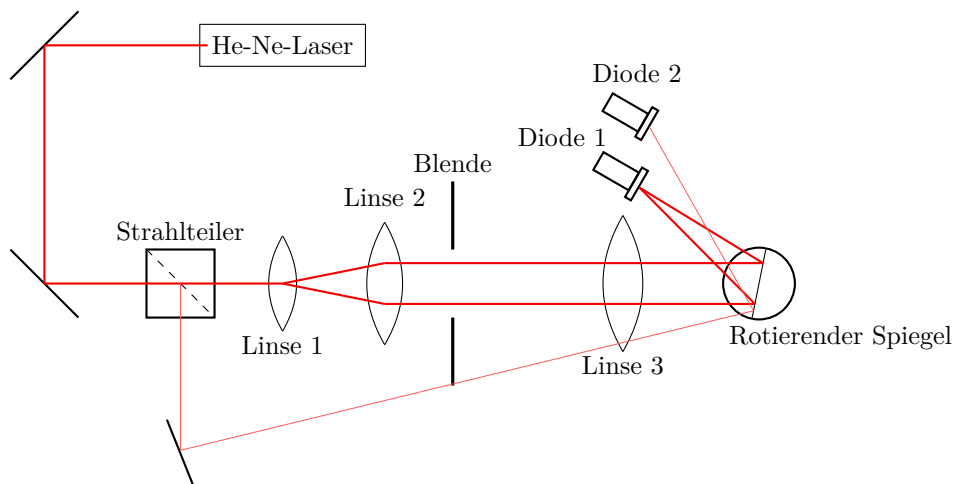


Abbildung 1: Schematische Darstellung des im Versuch genutzten Versuchsaufbaus. Die Brennweiten der Linsen sind: Linse 1: $f_1 = 100 \text{ mm}$, Linse 2: $f_2 = 150 \text{ mm}$ und Linse 3: $f_3 = 300 \text{ mm}$.

3.2 Durchführung

Zum Anfang des Versuchs wurden bis auf den Strahlteiler am Anfang und den rotierenden Spiegel am Ende der optischen Bank alle Elemente von der optischen Bank

entfernt. Der Laser wurde eingeschaltet und unter Zuhilfenahme der Blende überprüft, ob der Laserstrahl parallel zur optischen Bank verläuft. Dafür wurde mit der Blende die gesamte Bank abgefahren und überprüft, dass der Lichtpunkt auf der Blende immer auf dem Mittelpunkt dieser liegt. Da dies der Fall war, wurde das Sinusgitter auf der optischen Bank angebracht und ein Schirm mit Millimeterpapier direkt dahinter aufgestellt. Der Abstand zwischen Sinusgitter und Schirm sowie der Abstand der Maxima erster Ordnung von dem Maximum nullter Ordnung, zu sehen auf dem Schirm, wurden jeweils gemessen. Das Sinusgitter und der Schirm wurden wieder von der optischen Bank entfernt und der in Abschnitt 3.1 beschriebene Strahlengang wurde justiert. Die Aufweitungslinse und der Kollimator wurden mit einem Abstand von der Summe deren Brennweiten zueinander angebracht. Die Linse zur Fokussierung des Beugungsbildes wurde so angebracht, dass die Strecke des Lichtstrahls von Linse bis Diode der Brennweite dieser Linse entspricht. Als der Strahlengang aufgebaut war, wurden alle Gerätschaften eingeschaltet. Die Position der Diode wurde etwas nachjustiert, so, dass das Signal am Oszilloskop möglichst deutlich war. Als erstes wurde dann zur Bestimmung der Zeit-Winkel-Umrechnung das Referenzgitter eingesetzt. Das Oszilloskop wurde so eingestellt, dass das Beugungsbild mit möglichst vielen Ordnungen zu erkennen waren. Das vom Oszilloskop gezeigte Bild wurde an den Computer übertragen und wurde sowohl als .csv als auch als .bmp Datei gespeichert. Jetzt konnten nacheinander die fünf Gitter, deren Gitterkonstante und Auflösungsvermögen es zu bestimmen galt, eingesetzt werden und die Beugungsbilder nach demselben verfahren wie beim Referenzgitter gespeichert werden. Bei manchen Gittern wurden zwei unterschiedliche Bilder aufgenommen, da bei diesen das Oszilloskop entweder so eingestellt werden konnte, dass zwar höhere Ordnung zu sehen waren, aber dafür das Maximum nullter Ordnung aus dem Bild des Oszilloskops herausragte, oder so, dass zwar das Maximum nullter Ordnung vollständig zu sehen war, dafür jedoch die Maxima höherer Ordnung kaum bis gar nicht mehr zu sehen waren. Nachdem alle fünf Gitter vermessen wurden, wurde an die Position der Gitter der Schirm mit Millimeterpapier angebracht und Fotos von dem Laserpunkt auf dem Papier gemacht, um den Durchmesser des Laserstrahls bestimmen zu können.

Für den letzten Versuchsteil wurde die Ultraschallzelle eingesetzt; die Spannung wurde zunächst hochgedreht, um dann die Frequenz so einzustellen, dass das Beugungsbild auf dem Oszilloskop gut zu erkennen war. Zusätzlich zur Frequenz musste auch der Winkel der Ultraschallzelle zum Laserstrahl nachjustiert werden. Es wurde eine erste Messreihe aufgenommen, bei der zwischen 0 V und 10 V in 1 V Schritten das Beugungsbild aufgenommen wurde. Da bei dieser Messreihe wenige Maxima höherer Ordnung gemessen wurden, wurde der Aufbau noch einmal nachjustiert, wobei vor allem die Diodenposition feiner eingestellt wurde, was zu einem symmetrischeren Beugungsbild führte. Mit den neuen Einstellung wurde wieder eine Messreihe aufgenommen, diesmal in 0,5 V Schritten. Diese Messreihe war zwar besser als die erste, aber dadurch dass sich die angelegte Frequenz während des Messens stark veränderte, wurden die aufgenommenen Beugungsbilder über die Zeit zunehmend schlechter und es konnte ein Hysterese-artiger Effekt beobachtet werden. Daher wurde die Messungen noch einmal durchgeführt, nur dass bei dieser Messung die Frequenz die ganze Zeit nach geregelt wurde, so dass sie weitestgehend konstant blieb. Diese Messreihe zeigte unserer Ansicht nach während der Durchführung die vielversprechendsten

Ergebnisse. Zu guter Letzt wurde hinter der Ultraschallzelle das Referenzgitter eingesetzt, um aus dem damit aufgenommenen Beugungsbild wieder eine Winkel-Zeit-Eichung durchzuführen.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Gitterkonstante eines Sinusgitters

In diesem Abschnitt soll die Gitterkonstante k eines Gitters ausgehend von dem Abstand der ersten zur nullten Beugungsordnungen auf dem Schirm berechnet werden. Dafür seien x_r, y_r die Schirmkoordinaten des rechten Intensitätsmaximums und x_l, y_l die Schirmkoordinaten des linken Intensitätsmaximums. Die Abstände r_l, r_r zum Hauptmaximum, welches auf der Schirmmitte liegt, berechnet sich durch

$$\begin{aligned} r_l &= \sqrt{x_l^2 + y_l^2} = (5,360 \pm 0,010) \text{ cm} \\ \text{bzw. } r_r &= \sqrt{x_r^2 + y_r^2} = (5,150 \pm 0,010) \text{ cm,} \end{aligned} \quad (10)$$

wobei die Unsicherheiten über Gaußsche Fehlerfortpflanzung aus der Unsicherheit der Schiebelehre berechnet wurden:

$$s_{r_{l,r}} = \sqrt{\left(\frac{x_{l,r}}{r_{l,r}} \cdot s_{x_{l,r}}\right)^2 + \left(\frac{y_{l,r}}{r_{l,r}} \cdot s_{y_{l,r}}\right)^2} \quad (11)$$

Um die Gitterkonstante über die Bedingung für Beugungsmaxima (2) zu bestimmen, werden beide Werte gemittelt:

$$r = \frac{r_l + r_r}{2} = (5,254 \pm 0,007) \text{ cm} \quad (12)$$

Auch hier wurde die Unsicherheit über Gaußsche Fehlerfortpflanzung ermittelt:

$$s_r = \frac{1}{2} \sqrt{s_{r_l}^2 + s_{r_r}^2} \quad (13)$$

Aus dem Abstand $L = (6,50 \pm 0,02) \text{ cm}$ zwischen Schirm und Gitter kann unter Verwendung der Wellenlänge $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ des Lasers die Gitterkonstante ausgerechnet werden: Ist ϕ der Winkel zwischen Schirmmitte und erstem Intensitätsmaximum, so ergibt sich:

$$k = \frac{\lambda}{\sin \phi} = \lambda \cdot \frac{\sqrt{L^2 + r^2}}{r} = (1,007 \pm 0,009) \cdot 10^{-6} \text{ m} = (1007 \pm 9) \text{ nm}. \quad (14)$$

Der Fehler errechnet sich dabei durch

$$s_k = \lambda \cdot \sqrt{\left(\frac{L^2}{s^2 \cdot \sqrt{L^2 + r^2}} \cdot s_r\right)^2 + \left(\frac{L}{s \cdot \sqrt{L^2 + r^2}} \cdot s_L\right)^2}. \quad (15)$$

4.2 Bestimmung der Gitterkonstanten und Auflösungsvermögen verschiedener Amplitudengitter

In diesem Abschnitt sollen für die fünf unbekanntes Gitter sowohl die Gitterkonstanten als auch die Amplitudengitter bestimmt werden. Zuvor ist allerdings die Vermessung des Referenzgitters auszuwerten, um von den zeitlichen Datenpunkten des Oszilloskops auf den Winkel zu schließen.

4.2.1 Winkeleichung

Ausgehend vom in Abbildung 2 gezeigten Beugungsbild zeichnen wir Maxima ein und bestimmen per Hand den jeweiligen zeitlichen Wert. Da wir wissen, dass die Gitterkonstante des Referenzgitters $k = 125 \mu\text{m}$ beträgt, muss für die Positionen der Maxima in Kleinwinkelnäherung

$$\phi_m = m \frac{\lambda}{k} \quad (16)$$

gelten. Ferner muss zwischen Winkel und Zeit ein linearer Zusammenhang bestehen.

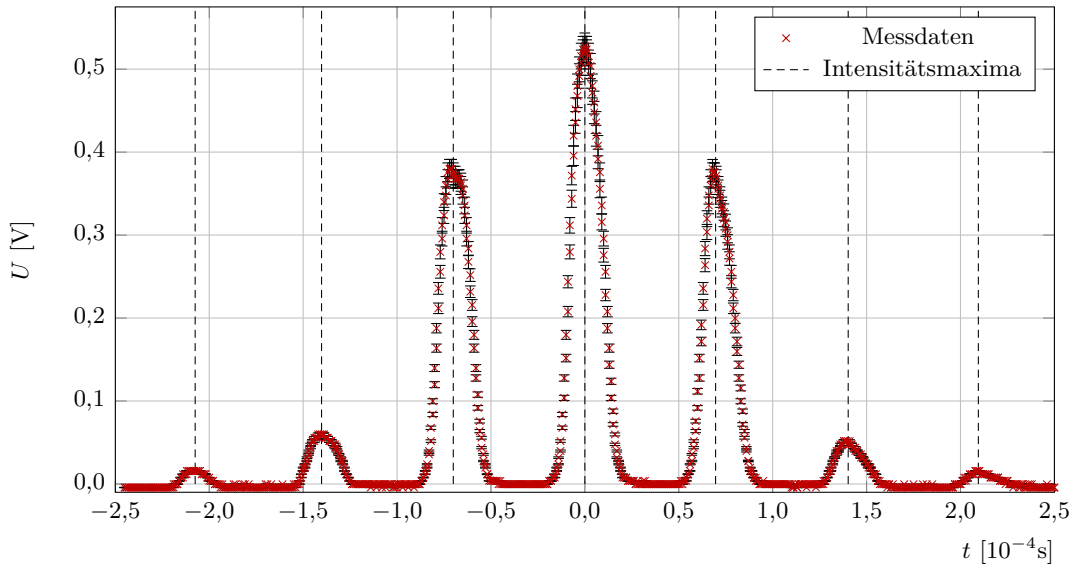


Abbildung 2: Beugungsbild des Referenzgitters. Das nullte Maximum wurde dabei zeitlich auf Null gesetzt.

Trägt man nun den zur Ordnung m gehörigen Winkel ϕ_m auf die aus Abbildung 2 erhaltene Zeit auf, lässt sich eine lineare Regression der Form

$$\phi_m = \aleph \cdot t_m + \beth \quad (17)$$

durchführen, um so auf den Koeffizienten \aleph zu kommen, der den Winkel mit der Zeit in Verbindung bringt. Da wir auf ϕ_m keine Unsicherheiten gegeben haben und die Fehler auf die Zeiten t_m gleich sind, genügt die Durchführung einer ungewichteten Regression mithilfe von dem Python-Modul `scipy.optimize.curve_fit`. Die Ausgleichsgerade ist mitsamt den zugehörigen Messpunkten in Abb. 3 gegeben. Die Ergebnisse der linearen Regression lauten

$$\begin{aligned} \aleph &= (7,273 \pm 0,017) \cdot 10^{-1} \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \\ \beth &= (-1,6 \pm 2,4) \cdot 10^{-5} \text{ rad}. \end{aligned} \quad (18)$$

Da die Unsicherheit auf \beth der gleichen Ordnung wie der Wert selbst ist, lässt sich der Einfluss dessen vernachlässigen.

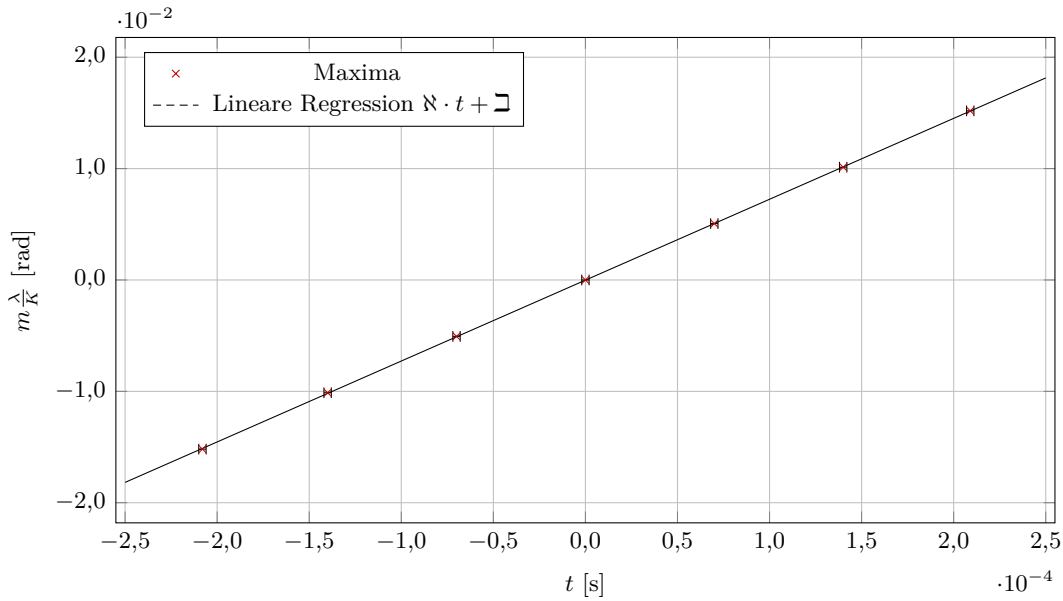


Abbildung 3: Lineare Regression der durch Gleichung (16) gegebenen Winkel mit den in Abb. 2 gezeigten Zeiten der Maxima. Eingezeichnet ist auch die Ausgleichsgerade $\aleph \cdot t + \beth$.

4.2.2 Bestimmung der Gitterkonstanten

Nun, da ein Zusammenhang zwischen Zeit und Winkel gefunden ist, kann man für alle fünf unbekanntes Gitter das Beugungsbild betrachten und nach den Zeiten suchen, bei denen die Intensität maximal wird. Diese Zeiten lassen sich durch Multiplikation mit \aleph aus Gleichung (18) in Winkel umrechnen und dann auf diese – ähnlich wie in Abschnitt 4.2.1 – $m \cdot \lambda$ graphisch auftragen. Durch die Steigung der Ausgleichsgerade lässt sich so die Gitterkonstante errechnen. Dieser Prozess sei im Folgenden für das erste Gitter aufgeführt; das Verfahren ist komplett analog für die anderen vier Gitter anwendbar. Zuerst sind die Zeiten t_m graphisch aus dem Beugungsbild zu bestimmen (siehe Abb. 4). Durch Multiplikation mit \aleph erhält man damit den Beugungswinkel ϕ_m , wobei sich der Fehler gemäß

$$s_{\phi_m} = \sqrt{(\aleph \cdot s_{t_m})^2 + (t_m \cdot s_{\aleph})^2} \quad (19)$$

fortpflanzt. Da am Oszilloskop die Zeit mit $20 \frac{\mu\text{s}}{\text{div}}$ angezeigt wurde, lässt sich der Ablesefehler mit einer Zehntel Division vernünftig abschätzen, $s_{t_m} = 2 \mu\text{s}$. Da allerdings die Zeiten bereits so entlang der Skala ausgerichtet wurden, dass das Hauptmaximum zeitlich in etwa bei Null liegt, muss der Wert noch mit $\sqrt{2}$ multipliziert werden, da man die Zeit t_m gewissermaßen aus einer „absoluten“ Zeit t'_m erhalten hat, die dann von t_0 abgezogen wurde:

$$t_m = t_0 - t'_m, \quad s_{t_m} = \sqrt{s_{t_0}^2 + s_{t'_m}^2} = \sqrt{2} \cdot s_{t'_m}. \quad (20)$$

Für das erste Gitter sind die Zeiten sowie die zugehörigen Winkel der Intensitätsmaxima in Tabelle 2 mitsamt Fehlern aufgeführt. Dabei verrechnen wir Ordnungen m von Maxima links vom Hauptmaximum negativ.

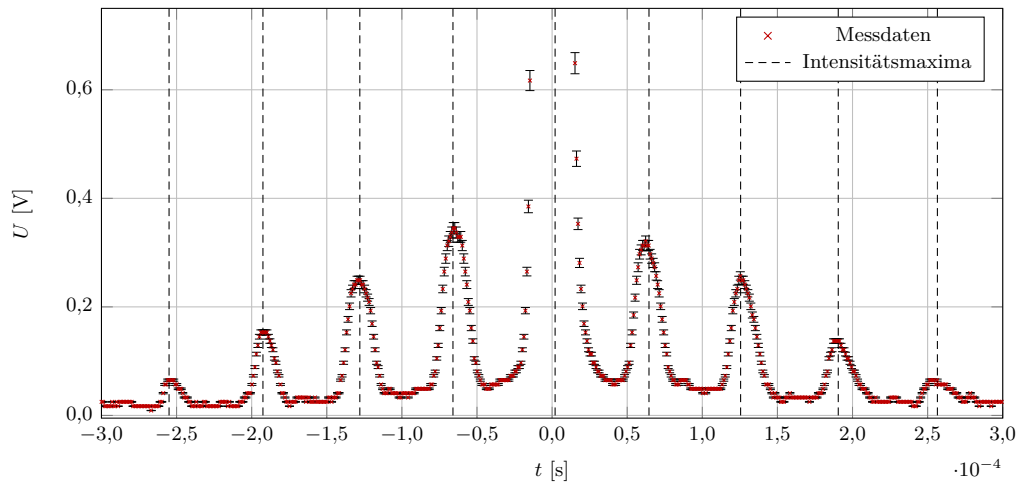


Abbildung 4: Beugungsbild des ersten Gitters. Aus Gründen der Übersicht ist nur ein Ausschnitt des Bildes gezeigt.

m	$t_m [10^{-4} \text{ s}]$	$\phi_m [10^{-4} \text{ rad}]$
-4	$-2,505 \pm 0,028$	$-181,9 \pm 1,5$
-3	$-1,885 \pm 0,028$	$-136,9 \pm 1,5$
-2	$-1,280 \pm 0,028$	$-93,0 \pm 1,5$
-1	$-0,610 \pm 0,028$	$-44,3 \pm 1,5$
0	$0,020 \pm 0,028$	$1,5 \pm 1,5$
1	$0,652 \pm 0,028$	$47,4 \pm 1,5$
2	$1,305 \pm 0,028$	$94,8 \pm 1,5$
3	$1,905 \pm 0,028$	$138,4 \pm 1,5$
4	$2,565 \pm 0,028$	$186,3 \pm 1,5$

Tabelle 2: Zeiten t_m und Winkel ϕ_m der Hauptmaxima am Oszilloskop. Ordnungen m links vom Maximum sind mit einem negativen Vorzeichen versehen.

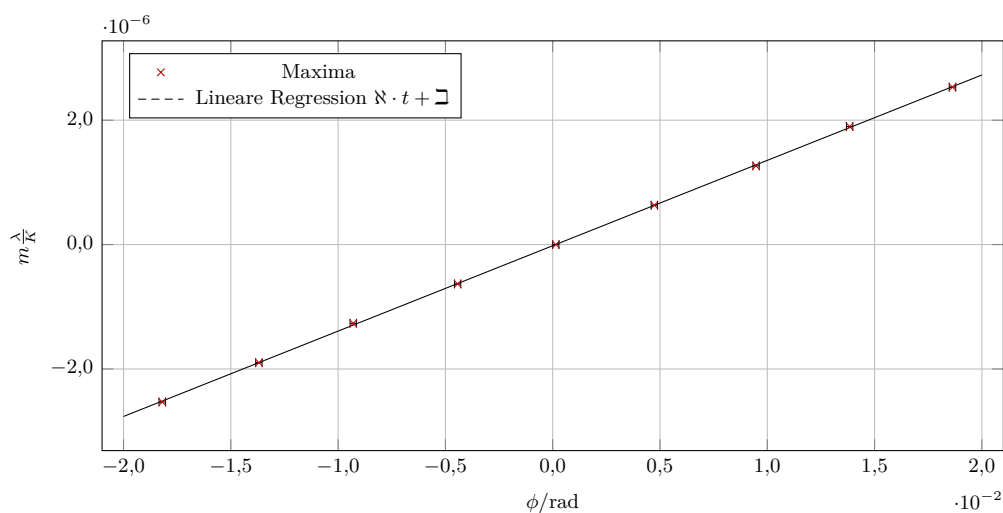


Abbildung 5: Lineare Regression der Form (21) mitsamt Messwerten aus Tabelle 2.

Nun lässt sich der so erhaltene Winkel ϕ_m graphisch auf $m\lambda$ auftragen und eine lineare Regression der Form

$$m\lambda = \beth \cdot \phi_m + \daleth, \quad (21)$$

wobei \beth , \daleth die zu bestimmenden Parameter sind, durchführen. Für das erste Gitter ergeben sich die Regressionsparameter

$$\begin{aligned} \beth &= (1,373 \pm 0,004) \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{rad}}, \\ \daleth &= (-1,8 \pm 0,5) \text{ m}. \end{aligned} \quad (22)$$

Blickt man auf die Größenordnungen in Tabelle 2, lässt sich eine Kleinwinkelnäherung vertreten. Vergleicht man nun Gleichung (21) mit Gleichung (2), so ergibt sich für das erste Gitter die Gitterkonstante

$$k_1 = \beth \cdot 1 \text{ rad} = (137,3 \pm 0,4) \mu\text{m}. \quad (23)$$

Die Gitterkonstanten der anderen Gitter sind mitsamt deren Auflösungsvermögen am Ende von Abschnitt 4.2.3 in Tabelle 3 zusammengefasst. Die Beugungsbilder sind zusammen mit den linearen Regressionen im Anhang zu finden (siehe Abb. 16 bis 19).

4.2.3 Bestimmung der Auflösungsvermögen

Nun ist noch das Auflösungsvermögen der Gitter zu bestimmen. Dafür ist der Strahldurchmesser des Laserstrahls zu bestimmen, den wir aus Abb. 6 auf $d = (5,0 \pm 0,5) \text{ mm}$ abschätzen. Da die Höchste von uns beobachtete Ordnung $m_{\text{max}} = 4$ ist, berechnet sich das Auflösungsvermögen a_1 des Gitters nach

$$a_1 = m_{\text{max}} \cdot \frac{d}{k_1} = 117 \pm 15. \quad (24)$$

Der Fehler auf a_1 berechnet sich nach

$$s_{a_1} = m_{\text{max}} \sqrt{\left(\frac{s_d}{k_1}\right)^2 + \left(\frac{d}{k_1^2} s_{k_1}\right)^2}. \quad (25)$$

Diese Schritte sind nun für die restlichen Gitter zu wiederholen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3 zusammengefasst.

Gitter i	$k_i \mu\text{m}$	m_{max}	a_i
1	$137,3 \pm 0,4$	4	117 ± 15
2	$35,3 \pm 0,4$	3	340 ± 43
3	$109,9 \pm 0,5$	2	73 ± 9
4	$110,4 \pm 0,5$	3	109 ± 14
5	$54,8 \pm 0,3$	2	146 ± 18

Tabelle 3: Gitterkonstanten und Auflösungsvermögen der fünf Amplitudengitter

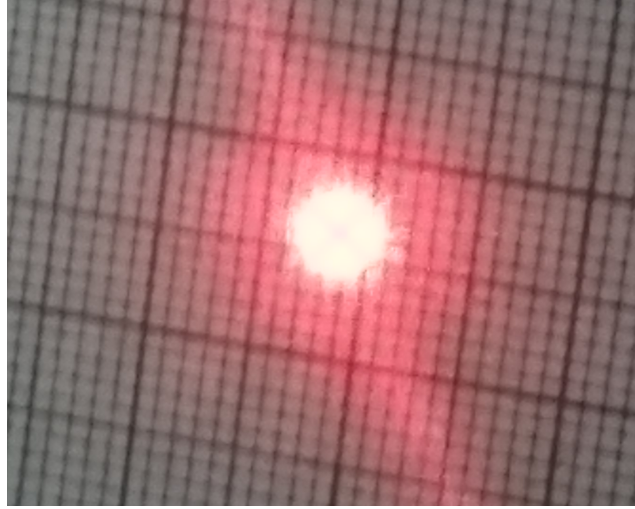


Abbildung 6: Aufnahme eines Laserstrahls, der auf Millimeterpapier trifft.

4.3 Bestimmung der Aperturfunktion

Nun soll die Aperturfunktion des ersten Gitters bestimmt werden. Da uns vier unterschiedliche Beugungsmaxima zur Verfügung stehen, lässt sich die Fourierreihe nach Gleichung (3) bis zur vierten Ordnung aufstellen. Da das Beugungsbild symmetrisch ist, haben wir – bis auf das Hauptmaximum – pro Ordnung m zwei Intensitäten $U_r^{(m)}$ und $U_l^{(m)}$ zu verrechnen. Diese mitteln wir gemäß

$$U^{(m)} = \frac{U_r^{(m)} + U_l^{(m)}}{2}, \quad (26)$$

wobei sich der Fehler nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung als

$$s_{U^{(m)}} = \frac{1}{2} \sqrt{s_{U_r^{(m)}}^2 + s_{U_l^{(m)}}^2} \quad (27)$$

errechnet. Für jedes Maximum normieren wir diesen Wert, indem wir durch $U^{(0)}$ dividieren, damit wir eine Einheitenlose Aperturfunktion erhalten:

$$U_m = \frac{U^{(m)}}{U^{(0)}}, \quad s_{U_m} = \sqrt{\left(\frac{s_{U^{(m)}}}{U^{(0)}}\right)^2 + \left(\frac{U^{(m)}}{(U^{(0)})^2} \cdot s_{U^{(0)}}\right)^2} \quad (28)$$

Schließlich benötigt man für die Fourierreihe noch die Wurzel dieses Wertes. Der Fehler auf diese berechnet sich nach:

$$s_{\sqrt{U_m}} = \frac{s_{U_m}}{2\sqrt{U_m}}. \quad (29)$$

Die soeben aufgeführten Größen sind für jedes Maximum des ersten Gitters in Tabelle 4 aufgeführt.

Die Aperturfunktion g lässt sich nun näherungsweise als

$$g(x) = \sum_{m=0}^4 \sqrt{U_m} \cos\left(2\pi m \cdot \frac{x}{k_1}\right) \quad (30)$$

berechnen. Der Graph der Aperturfunktion ist in Abb. 7 aufgezeichnet.

m	$U_r^{(m)}$ [10^{-2} V]	$U_l^{(m)}$ [10^{-2} V]	$U^{(m)}$ [10^{-2} V]	U_m	$\sqrt{U_m}$
0	13,0 ± 0,4	13,0 ± 0,4	13,0 ± 0,4	1,000 ± 0,021	1,000 ± 0,011
1	3,61 ± 0,11	3,37 ± 0,10	3,49 ± 0,07	0,269 ± 0,006	0,519 ± 0,006
2	2,73 ± 0,08	2,81 ± 0,08	2,77 ± 0,06	0,214 ± 0,005	0,462 ± 0,005
3	1,77 ± 0,05	1,61 ± 0,05	1,69 ± 0,04	0,1303 ± 0,0028	0,361 ± 0,004
4	0,890 ± 0,027	0,890 ± 0,027	0,890 ± 0,019	0,0686 ± 0,0015	0,2620 ± 0,0028

Tabelle 4: Zur Berechnung der Aperturfunktion benötigte Größen.

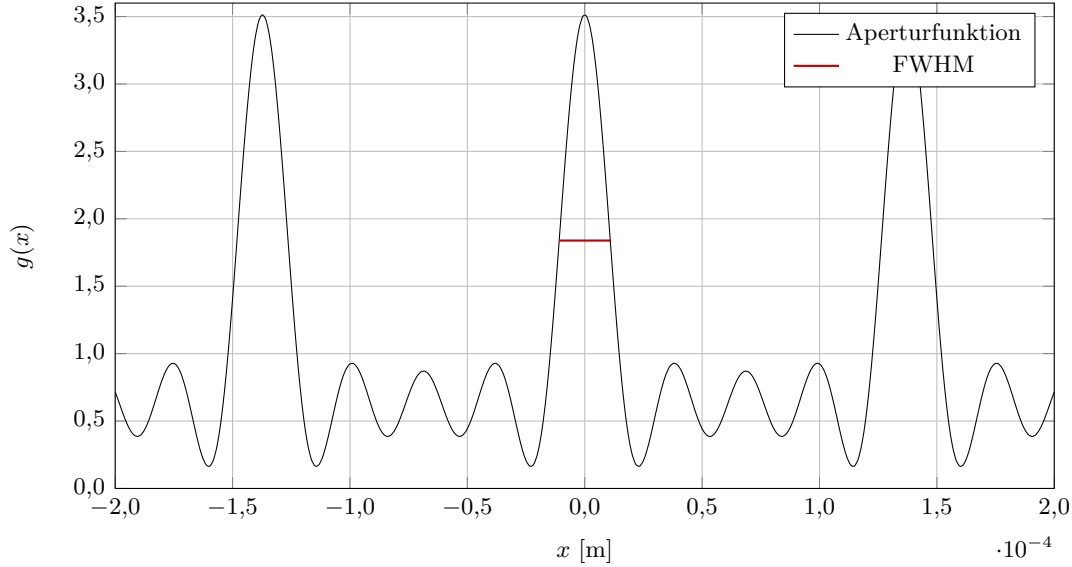


Abbildung 7: Verlauf der in Abschnitt 4.3 bestimmten Aperturfunktion.

4.4 Bestimmung des Spaltbreitenverhältnisses

Aus der Aperturfunktion lässt sich das Verhältnis von Spaltbreite zu Gitterkonstante näherungsweise bestimmen. Die Tatsache, dass sich die Aperturfunktion eines Strichgitters mit zunehmender Ordnung im Idealfall einer periodischen Rechteckfunktion annähert, motiviert zur Näherung der Spaltbreite durch die volle Breite einer Kurve auf halber Höhe (auch als FWHM bezeichnet).

Unter Zuhilfenahme des Python-Moduls `scipy.optimize.fsolve` lassen sich numerisch die Nullstellen x des Ausdrucks

$$g(x) - \frac{1}{2} \left(\max_{y \in [-k_1, k_1]} g(y) + \min_{y \in [-k_1, k_1]} g(y) \right) \quad (31)$$

finden. Die Nullstellen dieses Ausdrucks geben gerade den Schnittpunkt der Aperturfunktion mit einer konstanten Gerade an, die auf der Mitte zwischen Minimum und Maximum der Aperturfunktion verläuft. Als Lösung erhält man auf numerischem Weg:

$$x = \pm 1,08808 \cdot 10^{-5} \text{ m} \quad (32)$$

Die volle Halbwertsbreite b , die wir als Schätzung für die Spaltbreite verwenden, ist dann

$$b = 2 \cdot x = (2,17 \pm 0,11) \text{ m}, \quad (33)$$

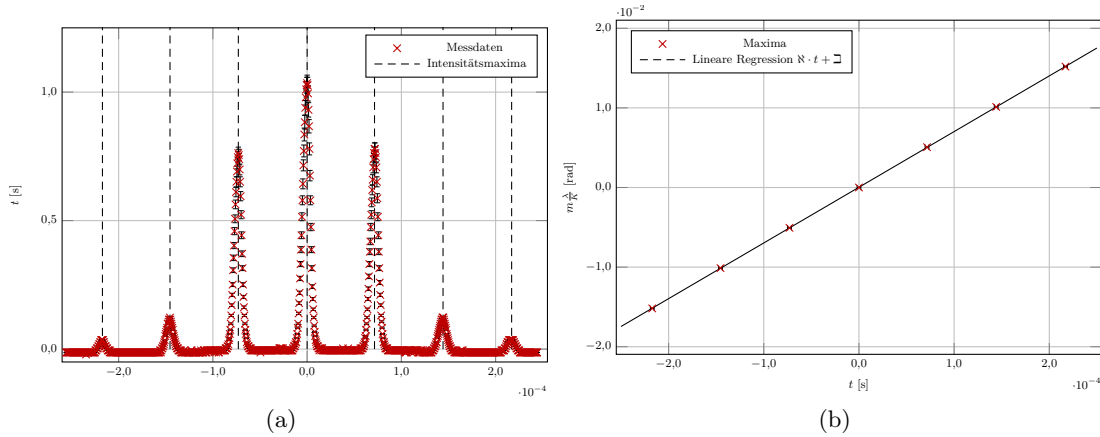


Abbildung 8: Links das zur Winkeleichung aufgenommene Beugungsbild. Rechts die zur Winkeleichung durchgeführten linearen Regression.

wobei wir den Fehler auf b mit 5% des Wertes abgeschätzt haben. Das Verhältnis Spaltbreite zu Gitterkonstante lässt sich nun berechnen:

$$\eta = \frac{b}{k_1} = 1,59 \pm 0,08. \quad (34)$$

Die Unsicherheit auf diesen Wert wurde mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung ausgerechnet:

$$s_\eta = \sqrt{\left(\frac{s_b}{k_1}\right)^2 + \left(\frac{b}{k_1^2} \cdot s_{k_1}\right)^2} \quad (35)$$

4.5 Ultraschallphasengitter

Nun sollen die Messungen der Messreihen, bei denen das Ultraschallphasengitter verwendet wurde, ausgewertet werden. Da sich bei diesen Messreihen der Versuchsaufbau verändert hat, muss die Winkeleichung wiederholt werden.

4.5.1 Winkeleichung

Für die Winkeleichung wird genau wie in Abschnitt 4.2.1 vorgegangen: Zunächst werden anhand des Beugungsbildes die zu den Maxima gehörigen Zeiten t_m ermittelt. Daraufhin werden die Zeiten t_m auf die nach Gleichung (8) erwarteten Winkel auf die zugehörigen Zeiten aufgetragen und eine lineare Regression der Form Gleichung (18) durchgeführt. Das Beugungsbild ist neben der linearen Regression in Abb. 8 zu sehen. Die Ergebnisse der Regression sind

$$\begin{aligned} \aleph &= (6,995 \pm 0,007) \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \\ \beth &= (3,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-5} \text{ rad}. \end{aligned} \quad (36)$$

Nun kann erneut aus der Zeit durch Multiplikation mit \aleph der zugehörige Winkel gewonnen werden.

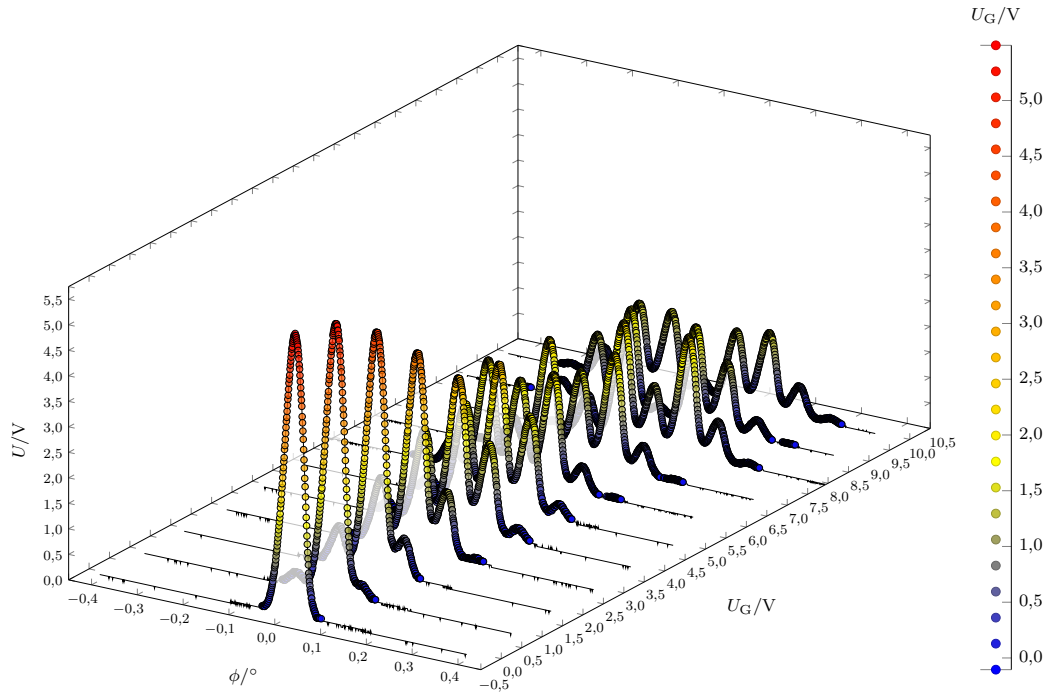


Abbildung 9: Dreidimensionale Darstellung der Beugungsbilder bei verschiedenen Gegenspannungen an der Ultraschallzelle. Aus Gründen der Übersicht wurde auf Fehlerbalken sowie die Darstellung jedes zweiten Beugungsbildes verzichtet.

4.5.2 Bessel-Verlauf der Intensitätsmaxima

Nun sind die Messreihen der Beugungsbilder an der Ultraschallzelle für verschiedene Gegenspannungen U_G auszuwerten. Eine graphische Übersicht aller Beugungsbilder ist in Abb. 9 gegeben; die Beugungsbilder selber sind zusätzlich im Anhang aufgeführt (siehe Abb. 20 bis 22).

Aus den Beugungsbildern sind nun die Intensitäten an den Maxima zu bestimmen und durch die Spannung des Hauptmaximums bei $U_G = 0,00 \text{ V}$ zu dividieren. Die Unsicherheit wurde dabei auf die übliche Art nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung errechnet. Die normierten Werte U_m sind nach Maximum m sortiert in Tabelle 6 aufgeführt. Die auf die Gegenspannung aufgetragene normierte Spannung bezüglich der Ordnung m ist nun nach der Funktion

$$U_m = J_m^2(\mathfrak{J} \cdot U_G) + \mathfrak{T} \quad (37)$$

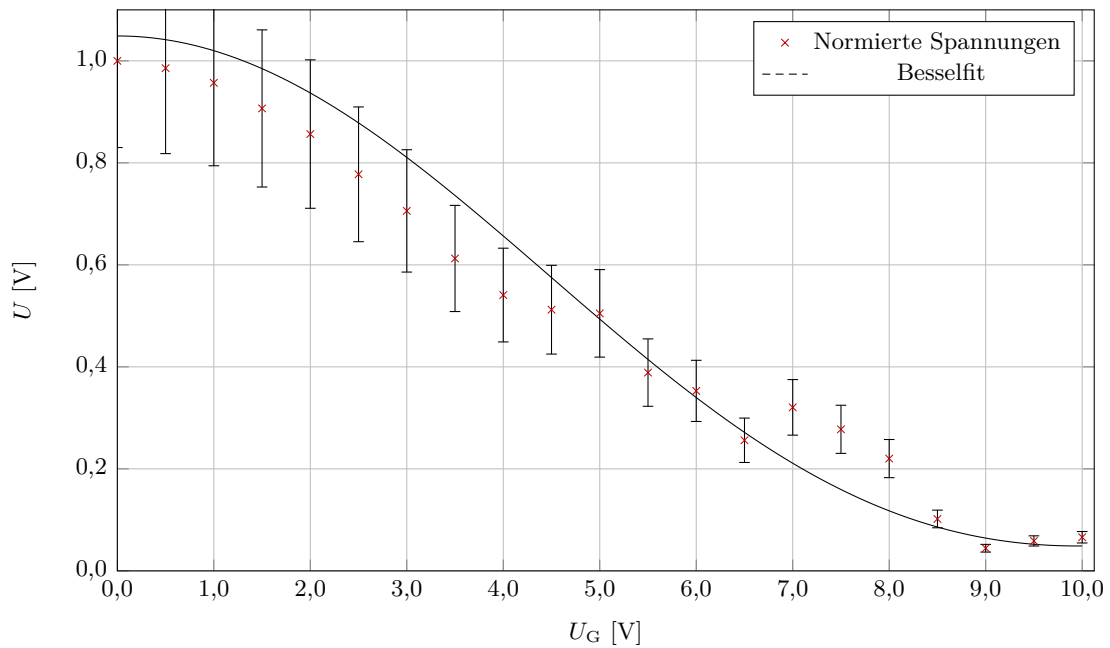
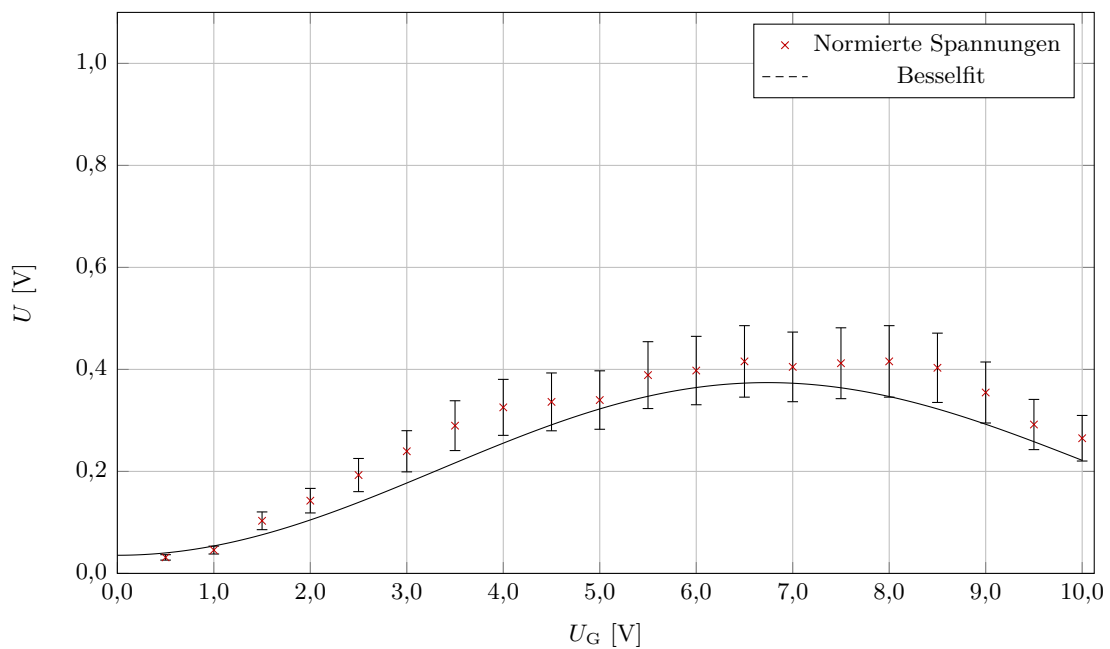
zu fitten, wobei $\mathfrak{J}, \mathfrak{T}$ die Regressionsparameter sind. Entgegen der Anleitung haben wir dabei den Offset \mathfrak{T} hinzugefügt, um mögliche Spannungsverschiebungen auszugleichen. Wie in den vorgegangenen Abschnitten wird auch dieser Fit mit dem Python-Modul `scipy.optimize.curve_fit` durchgeführt. Die Ergebnisse der Regression sind mit ihrem χ^2 -Wert, sowie ihrem reduzierten χ^2_{ν} -Wert in Tabelle 5 angegeben, um die Güte der Anpassung zu bewerten. Die für die Fits benutzten Messwerte sind mit den Fits in Abb. 10 bis 14 graphisch aufgetragen.

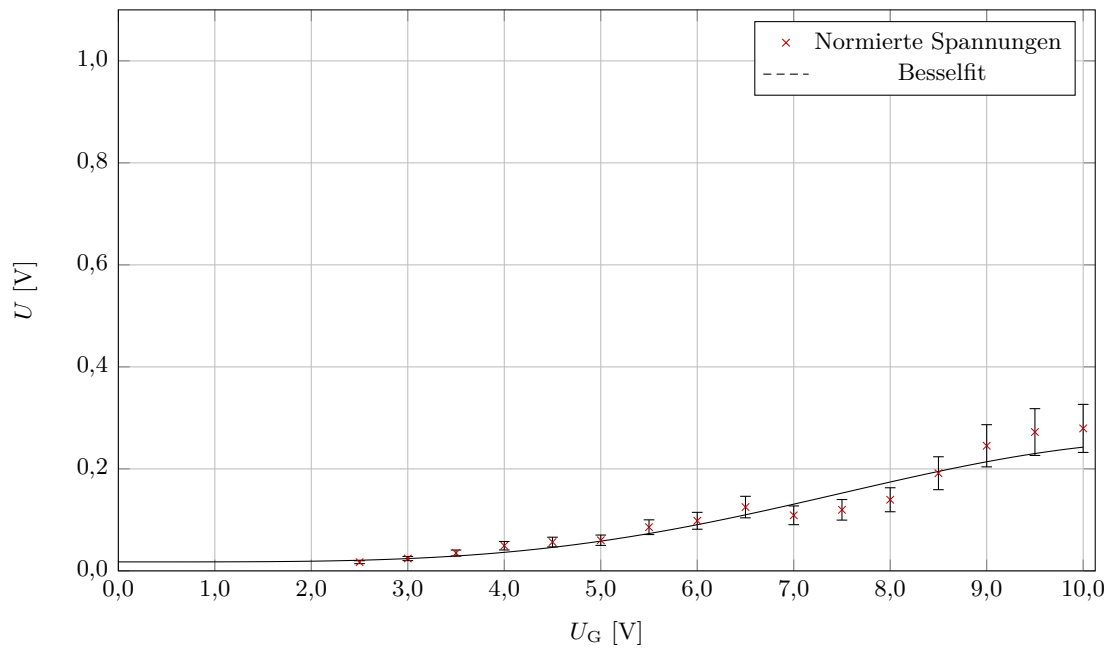
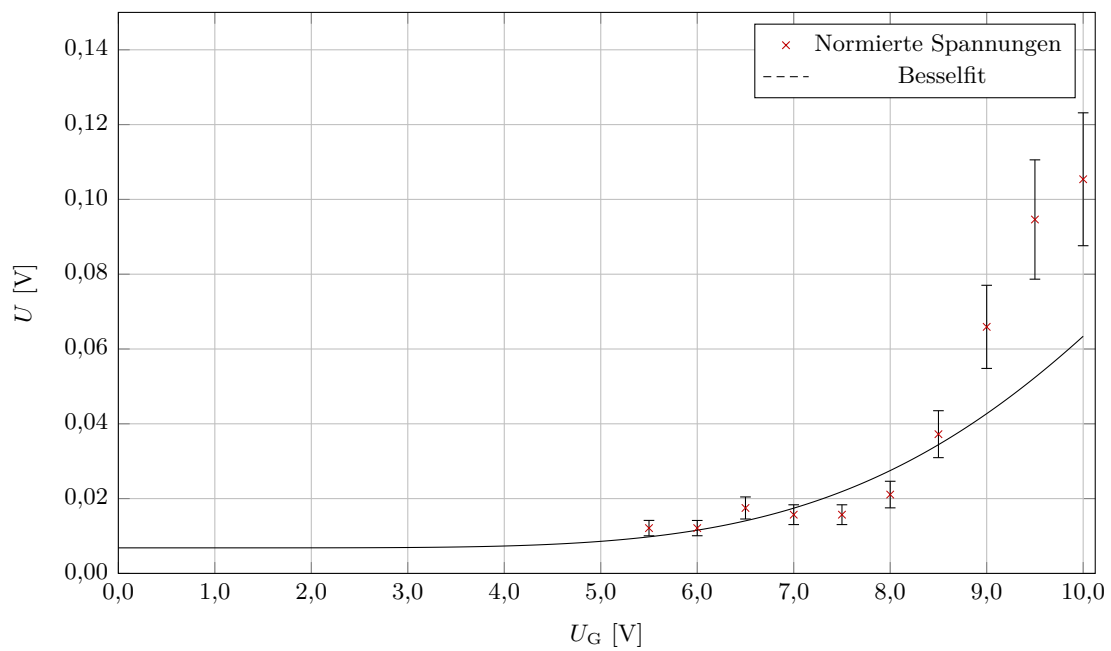
Ordnung m	\mathfrak{I} [V]	\mathfrak{T} [10^{-2}]	χ^2	χ^2_ν
0	$0,246 \pm 0,009$	$4,8 \pm 1,0$	34,46	1,81
1	$0,273 \pm 0,010$	$3,5 \pm 0,5$	25,03	1,39
2	$0,275 \pm 0,008$	$1,76 \pm 0,25$	16,16	1,15
3	$0,261 \pm 0,014$	$0,1 \pm 0,3$	29,02	3,63
4	$0,309 \pm 0,020$	$0,2 \pm 0,5$	0,72	0,72

Tabelle 5: Fitparameter sowie χ^2, χ^2_ν der Bessel-Fits nach Gleichung (37).

U_G/V	U_0	U_1	U_2	U_3	U_4
0,00	$1,00 \pm 0,17$	–	–	–	–
0,50	$0,99 \pm 0,17$	$0,031 \pm 0,005$	–	–	–
1,00	$0,96 \pm 0,16$	$0,046 \pm 0,008$	–	–	–
1,50	$0,91 \pm 0,15$	$0,103 \pm 0,017$	–	–	–
2,00	$0,86 \pm 0,15$	$0,143 \pm 0,024$	–	–	–
2,50	$0,78 \pm 0,13$	$0,19 \pm 0,03$	$0,0171 \pm 0,0029$	–	–
3,00	$0,71 \pm 0,12$	$0,24 \pm 0,04$	$0,024 \pm 0,004$	–	–
3,50	$0,61 \pm 0,10$	$0,29 \pm 0,05$	$0,035 \pm 0,006$	–	–
4,00	$0,54 \pm 0,09$	$0,33 \pm 0,05$	$0,049 \pm 0,008$	–	–
4,50	$0,51 \pm 0,09$	$0,34 \pm 0,06$	$0,057 \pm 0,010$	–	–
5,00	$0,50 \pm 0,09$	$0,34 \pm 0,06$	$0,060 \pm 0,010$	–	–
5,50	$0,39 \pm 0,07$	$0,39 \pm 0,07$	$0,086 \pm 0,014$	$0,0121 \pm 0,0021$	–
6,00	$0,35 \pm 0,06$	$0,40 \pm 0,07$	$0,098 \pm 0,017$	$0,0121 \pm 0,0020$	–
6,50	$0,26 \pm 0,04$	$0,42 \pm 0,07$	$0,125 \pm 0,021$	$0,0175 \pm 0,0029$	–
7,00	$0,32 \pm 0,05$	$0,40 \pm 0,07$	$0,109 \pm 0,018$	$0,0157 \pm 0,0026$	–
7,50	$0,28 \pm 0,05$	$0,41 \pm 0,07$	$0,120 \pm 0,020$	$0,0157 \pm 0,0026$	–
8,00	$0,22 \pm 0,04$	$0,42 \pm 0,07$	$0,139 \pm 0,024$	$0,021 \pm 0,004$	–
8,50	$0,102 \pm 0,017$	$0,40 \pm 0,07$	$0,19 \pm 0,03$	$0,037 \pm 0,006$	–
9,00	$0,044 \pm 0,008$	$0,35 \pm 0,06$	$0,25 \pm 0,04$	$0,066 \pm 0,011$	$0,0121 \pm 0,0020$
9,50	$0,059 \pm 0,010$	$0,29 \pm 0,05$	$0,27 \pm 0,05$	$0,095 \pm 0,016$	$0,019 \pm 0,003$
10,00	$0,066 \pm 0,011$	$0,27 \pm 0,04$	$0,28 \pm 0,05$	$0,105 \pm 0,018$	$0,021 \pm 0,004$

Tabelle 6: Normierte Spannungen der Intensitätsmaxima in Abhängigkeit der Gegenspannung U_G

Abbildung 10: Bessel-Fit der Ordnung $m = 0$ mit den Messwerten aus Tabelle 6.Abbildung 11: Bessel-Fit der Ordnung $m = 1$ mit den Messwerten aus Tabelle 6.

Abbildung 12: Bessel-Fit der Ordnung $m = 2$ mit den Messwerten aus Tabelle 6.Abbildung 13: Bessel-Fit der Ordnung $m = 3$ mit den Messwerten aus Tabelle 6.

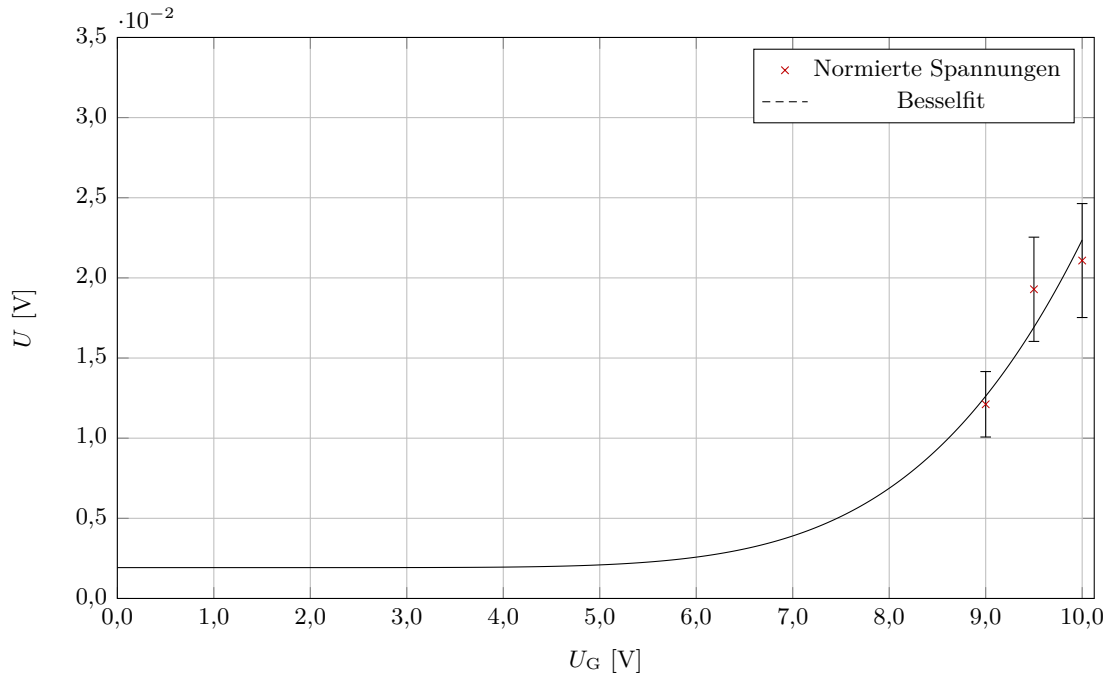


Abbildung 14: Bessel-Fit der Ordnung $m = 4$ mit den Messwerten aus Tabelle 6.

4.5.3 Bestimmung der Wellenlänge von Isooktan

Schließlich soll noch die Vorhersage Gleichung (8) der Raman-Nath-Theorie bestätigt werden. Wir gehen dabei von dem Beugungsbild aus, das wir bei einer Gegenspannung von $U_G = 10,0 \text{ V}$ gemessen haben. Dafür bestimmen wir analog zu den vorgegangenen Abschnitten die Zeit t_m und dank Gleichung (36) auch die dazugehörigen Winkel ϕ_m , bei denen die Intensitätsmaxima auftreten. Auf diese Winkel tragen wir dann $m\lambda$ auf und führen eine lineare Regression der Form

$$m\lambda = \tilde{\vartheta} \cdot \phi_m + F \quad (38)$$

durch, wobei $\tilde{\vartheta}, F$ die zu bestimmenden Regressionsparameter sind. Die Messdaten sind mitsamt Regression in Abb. 15 aufgetragen. Die Ergebnisse der linearen Regression lauten

$$\begin{aligned} \tilde{\vartheta} &= (5,11 \pm 0,04) \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{rad}}, \\ F &= (1,3 \pm 1,2) \cdot 10^{-8} \text{ m}. \end{aligned} \quad (39)$$

Ein Blick auf die Größenordnungen der Winkel rechtfertigt eine Kleinwinkelnäherung, sodass die Wellenlänge in Isooktan leicht zu errechnen ist:

$$\Lambda = \tilde{\vartheta} \cdot 1 \text{ rad} = (511 \pm 4) \mu\text{m} \quad (40)$$

Aus der Frequenz $\nu = (2301,0 \pm 0,3) \text{ kHz}$ und der Schallgeschwindigkeit $c = 1111 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ in Isooktan [2] errechnet sich der theoretische Wert für die Wellenlänge über die Dispersionsrelation:

$$\Lambda_{\text{theo}} = \frac{c}{\nu} = (482,83 \pm 0,06) \mu\text{m} \quad (41)$$

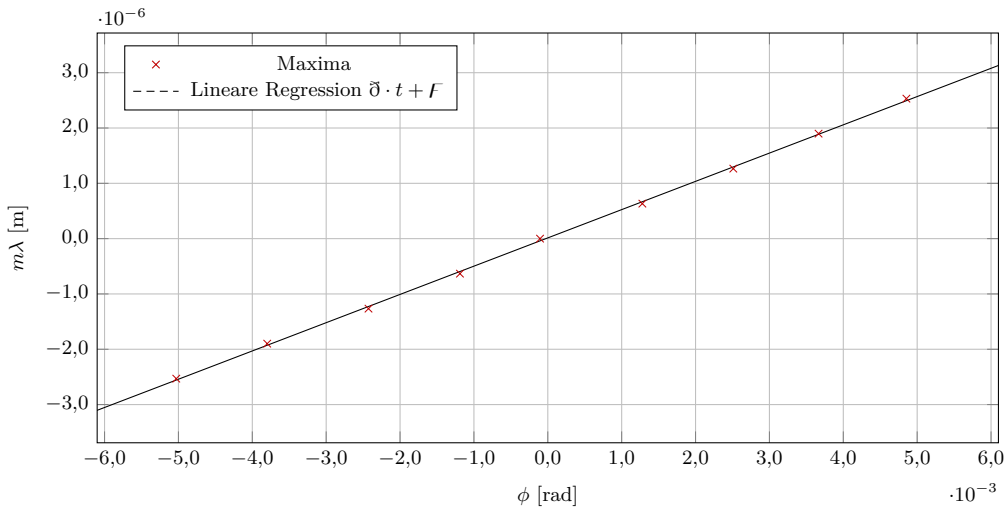


Abbildung 15: Lineare Regression der Winkel ϕ_m nach $m\lambda$ für $U_G = 10,0$ V.

Der Fehler errechnete sich dabei über Gaußscher Fehlerfortpflanzung unter Vernachlässigung des Fehlers auf die Schallgeschwindigkeit:

$$s_{\Lambda_{\text{theo}}} = \frac{c}{\nu^2} \cdot s_{\nu}. \quad (42)$$

5 Diskussion

5.1 Bestimmung der Gitterkonstante eines Sinusgitters

Die Gitterkonstante des Sinusgitters konnte in diesem Versuch zu

$$k = (1007 \pm 9) \text{ nm}$$

bestimmt werden. Da kein Wert zum Vergleich vorliegt, kann der erhaltene Wert nicht überprüft werden. Auffällig ist jedoch, dass die Gitterkonstante des Sinusgitters wesentlich kleiner ist als die der anderen Amplitudengitter.

5.2 Bestimmung der Gitterkonstanten und Auflösungsvermögen verschiedener Amplitudengitter

Die in diesem Versuchsteil ermittelten Gitterkonstanten und Auflösungsvermögen können in Tabelle 7 eingesehen werden. Wie auch beim Sinusgitter liegen keine Werte zum Vergleich und Bewerten der erhaltenen Ergebnisse vor. Auffällig ist, dass Gitter 2 die kleinste Gitterkonstante aufweist, jedoch mit Abstand das größte Auflösungsvermögen, was dadurch erklärt werden kann, dass zur Berechnung des Auflösungsvermögen durch die Gitterkonstante geteilt wird.

5.3 Bestimmung der Aperturfunktion

Die für Gitter 1 berechnete Aperturfunktion ist in Abb. 7 graphisch aufgetragen. Die theoretische Rechteckfunktion ist dabei nur im Ansatz erreicht worden. Das

Gitter i	k_i [μm]	m_{max}	a_i
1	$137,3 \pm 0,4$	4	117 ± 15
2	$35,3 \pm 0,4$	3	340 ± 43
3	$109,9 \pm 0,5$	2	73 ± 9
4	$110,4 \pm 0,5$	3	109 ± 14
5	$54,8 \pm 0,3$	2	146 ± 18

Tabelle 7: Gitterkonstanten und Auflösungsvermögen der fünf Amplitudengitter

war jedoch auch zu erwarten, da die als Näherung benutzte Fourierreihe nur aus fünf Termen besteht. Nicht zu erwarten ist jedoch die Tatsache, dass die Peaks der Aperturfunktion den Wert 3,5 erreichen. Da an der Stelle der Peaks komplette Transmission vorherrscht, sollte, wie in Abschnitt 2.3 beschrieben, der Wert der Aperturfunktion 1 sein.

Das Verhältnis Spaltbreite zu Gitterkonstante wurde unter Zuhilfenahme der vollen Halbwertsbreite zu

$$\eta = 1,59 \pm 0,08$$

bestimmt. Auch hierbei liegt wieder keine Vergleichswert vor, anhand dessen das Ergebnisse überprüft werden könnte.

5.4 Ultraschallphasengitter

Die aus dem Versuch erhaltenen Ergebnisse sind zusammen mit den zugehörigen Besselfits in Abb. 10 bis 14 zu sehen. Sowohl eine optische Betrachtung der Plots als auch der berechneten Werte des reduzierten χ^2 zeigen auf, dass die Ergebnisse des Experiments mit der Raman-Nath-Theorie verträglich sind. Zwar ist es, insbesondere für die höheren Ordnungen, aufgrund der geringen Anzahl an Messpunkten nicht angebracht, von einer tatsächlichen Bestätigung der Raman-Nath-Theorie zu sprechen, jedoch lassen die Ergebnisse des Versuchs vermuten, dass sich bei einer Messung, bei der gerade für höhere Ordnungen mehr Messpunkte aufgenommen werden, die Theorie bestätigen lässt, anstatt sie lediglich plausibel wirken zu lassen. Neben dem schon oben genannten Fehlereinfluss durch den Strahlengang ist bei diesem Versuchsteil noch das Einstellen der Frequenz als Fehlereinfluss zu nennen. Zwar wurde probiert, das Schwanken der an der Ultraschallzelle angelegten Frequenz durch manuelles Gegenjustieren minimal zu halten, jedoch könnte eine Änderung am Versuchsaufbau, die bedingt, dass die Frequenz stabiler gehalten werden könnte, die Messgenauigkeit weitergehend verbessern.

Die Wellenlänge in Isooktan wurde aus den Messergebnissen zu

$$\Lambda = (511 \pm 4) \mu\text{m}$$

bestimmt. Aus der eingestellten Frequenz wurde die theoretische Wellenlänge von Isooktan als

$$\Lambda_{\text{theo}} = (482,83 \pm 0,06) \mu\text{m}$$

berechnet. Damit liegt der theoretisch berechnete Wert in einer 7σ -Umgebung des aus der Messung bestimmten. Eine Ursache für die Abweichung der beiden Werte

voneinander könnte eine Abweichung der angezeigten Frequenz von der tatsächlichen Frequenz sein: Zwar wurde als Grundlage der Ablesungenauigkeit 0,3 kHz gewählt, jedoch geschah diese Wahl auf Basis der Schwankung der Frequenz, die das Display anzeigte. Ein systematischer Fehler ist damit keinesfalls auszuschließen. Da der absolute Wert der eingestellten Frequenz nur in die Berechnung des theoretischen Werts für die Wellenlänge von Isooktan eingeht, kann die Richtigkeit dessen nicht weiter überprüft werden. Da die Regression zur Bestimmung der Wellenlänge aus den Messdaten Abb. 15 keine starke Abweichung von den Messdaten zeigt, kann davon ausgegangen werden, dass falls der erhalten Wert fehlerhaft ist, eher ein Fehler systematischer Natur vorliegt.

A Appendix

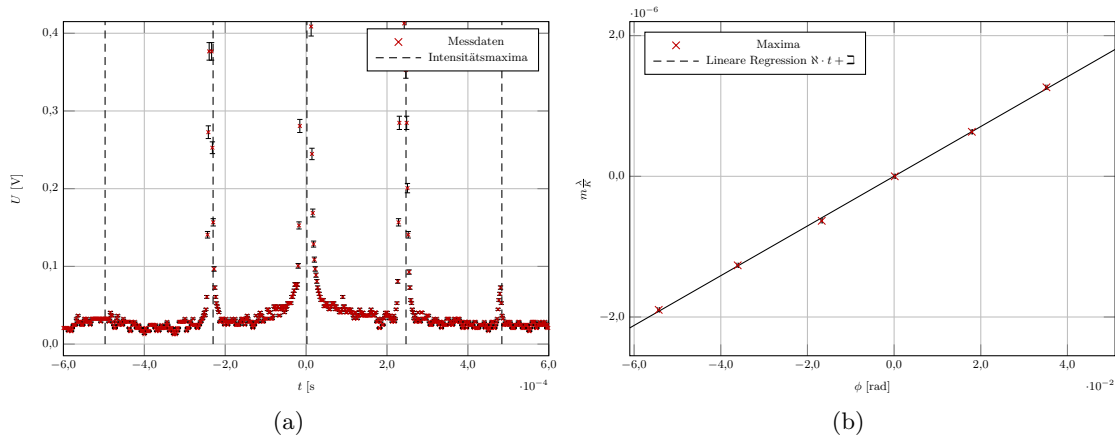


Abbildung 16: Beugungsbild (a) und Regression (b) zu Gitter 2.

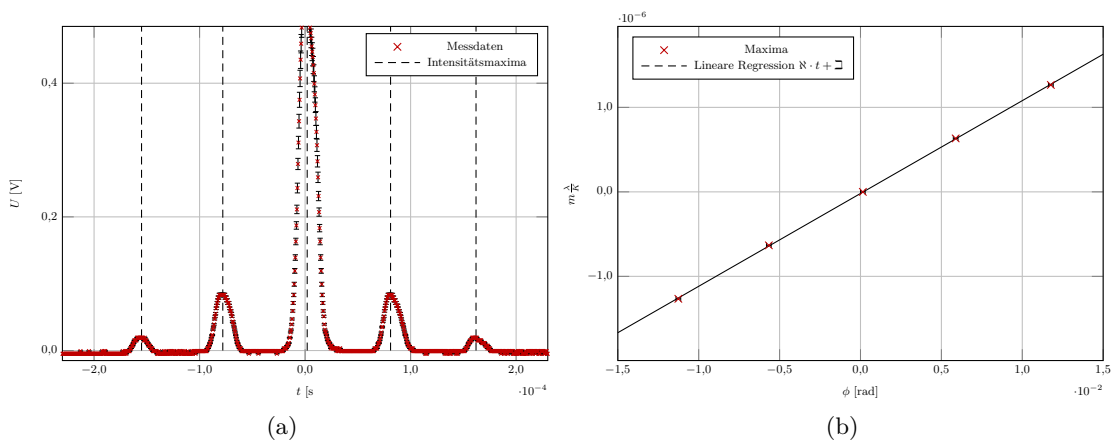


Abbildung 17: Beugungsbild (a) und Regression (b) zu Gitter 3.

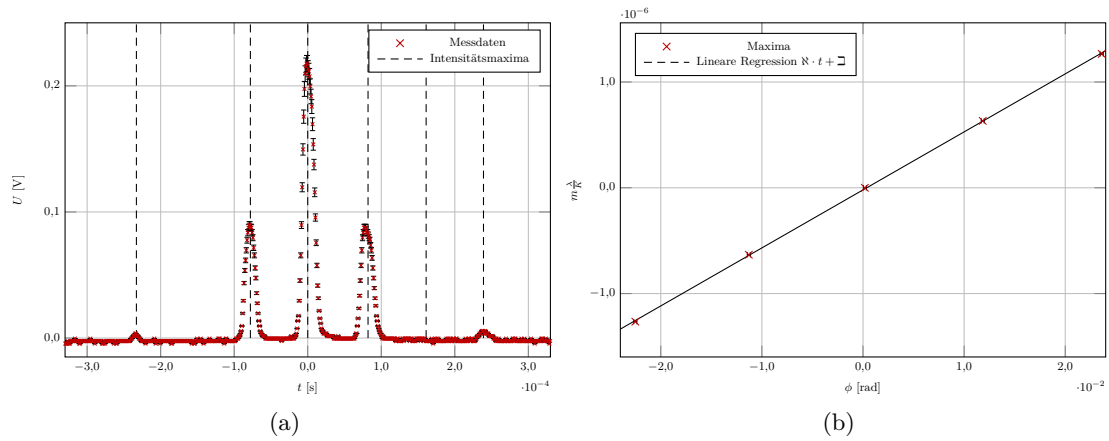


Abbildung 18: Beugungsbild (a) und Regression (b) zu Gitter 4.

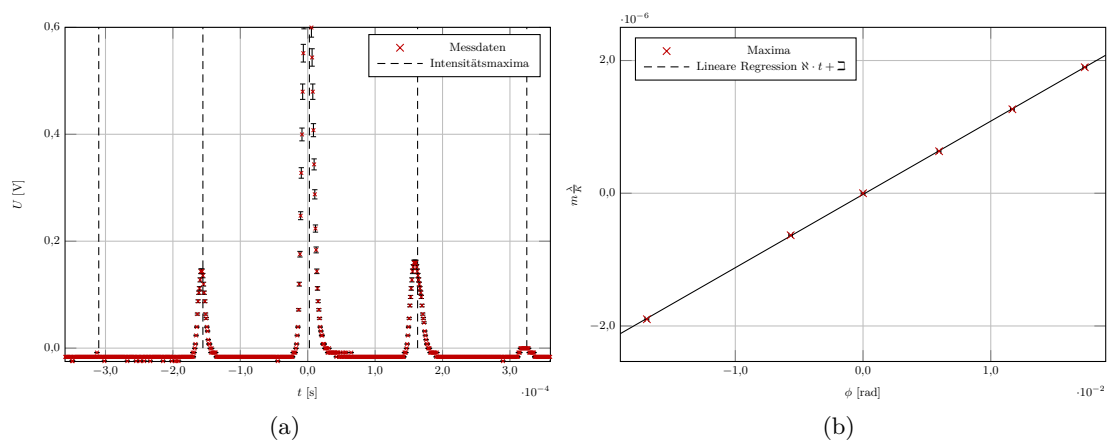


Abbildung 19: Beugungsbild (a) und Regression (b) zu Gitter 5.

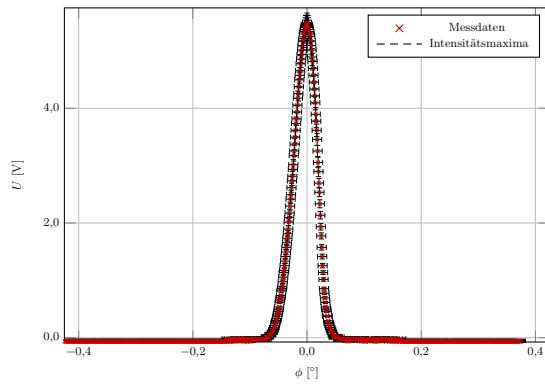
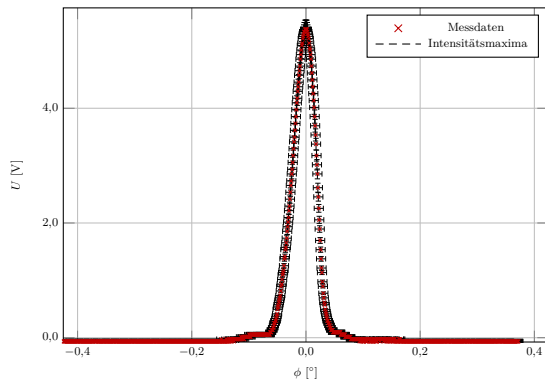
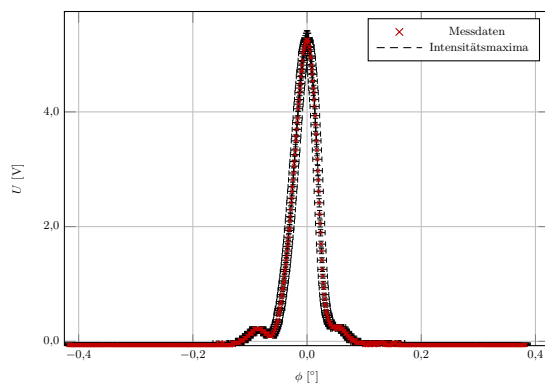
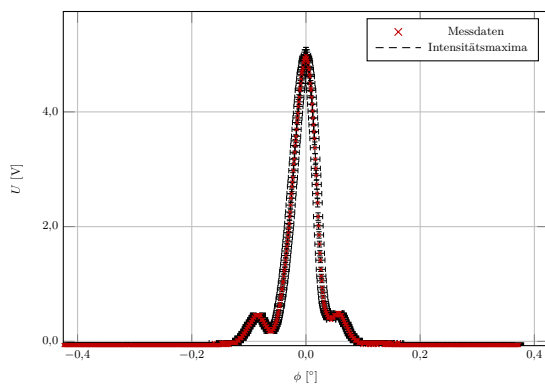
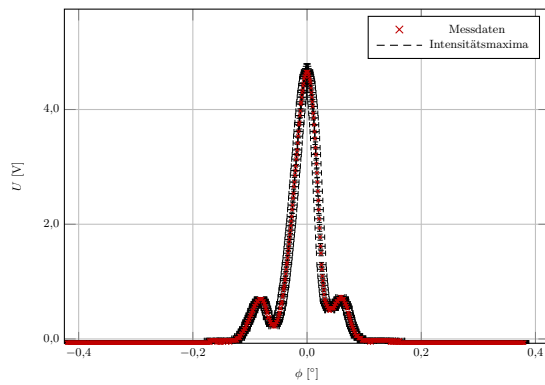
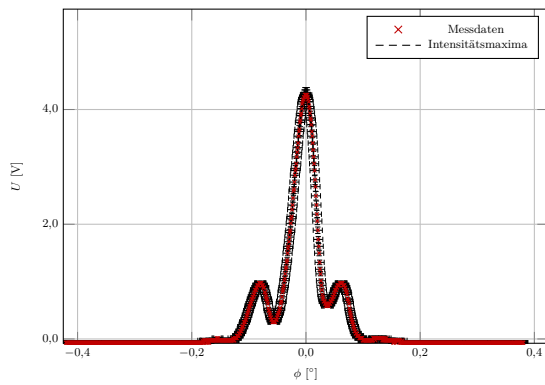
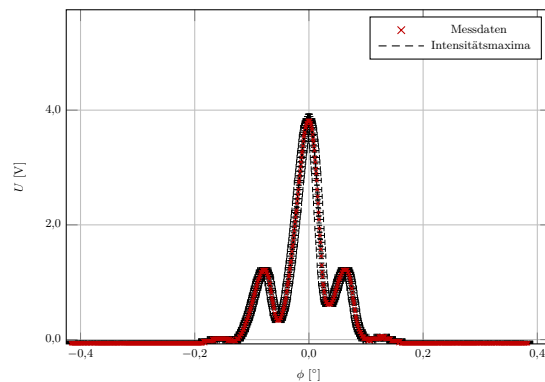
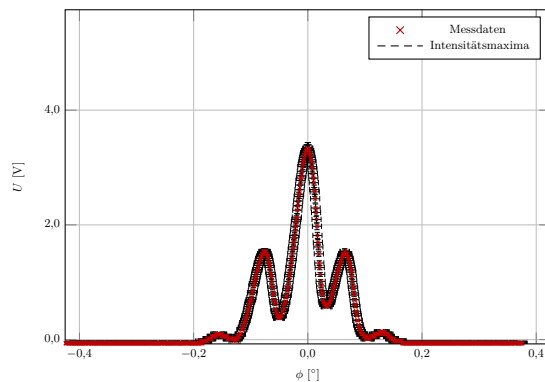
(a) $U_G = 0 \text{ V}$ (b) $U_G = 0,50 \text{ V}$ (c) $U_G = 1,00 \text{ V}$ (d) $U_G = 1,50 \text{ V}$ (e) $U_G = 2,00 \text{ V}$ (f) $U_G = 2,50 \text{ V}$ (g) $U_G = 3,00 \text{ V}$ (h) $U_G = 3,50 \text{ V}$

Abbildung 20: Beugungsbilder des Ultraschallphasengitters für Spannungen von 0 V bis 3,50 V.

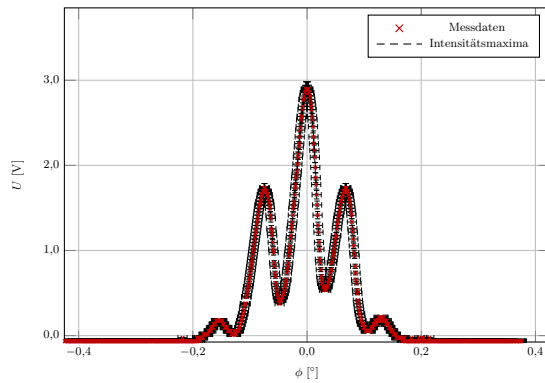
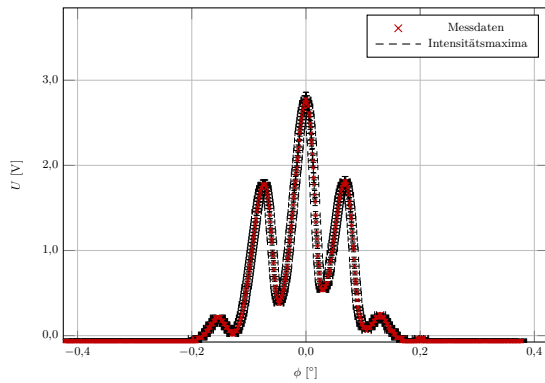
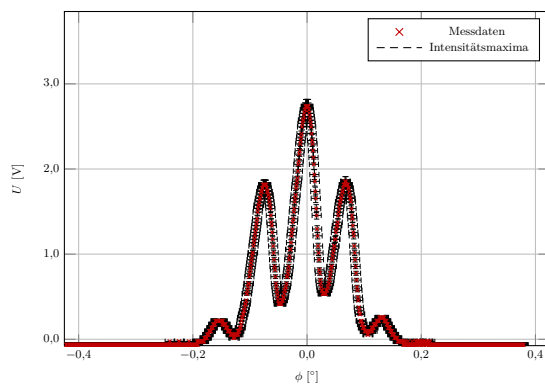
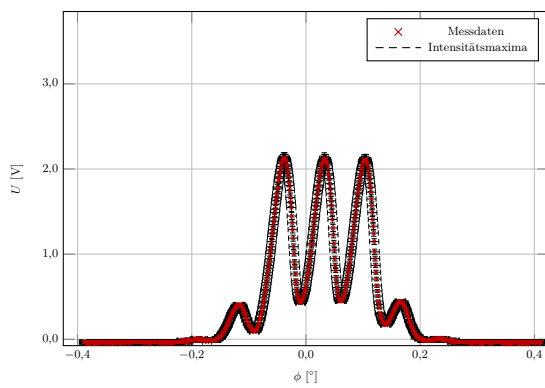
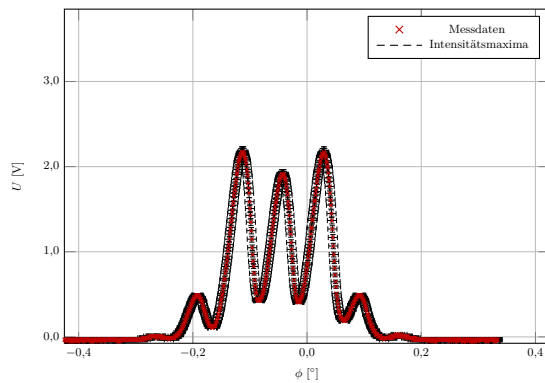
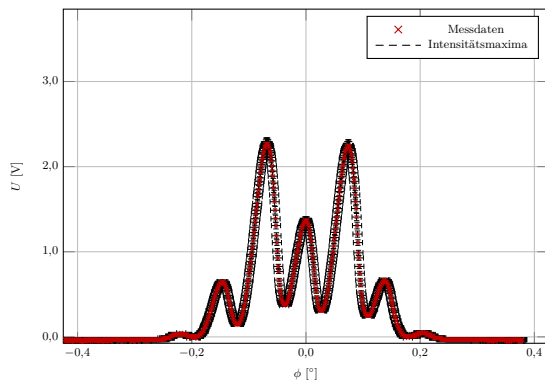
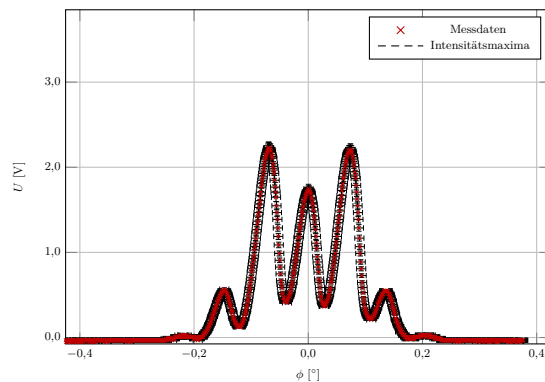
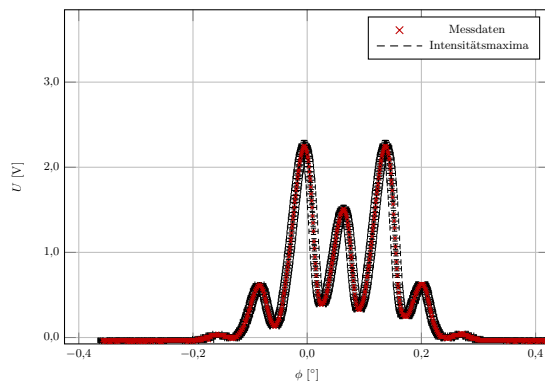
(a) $U_G = 4,00 \text{ V}$ (b) $U_G = 4,50 \text{ V}$ (c) $U_G = 5,00 \text{ V}$ (d) $U_G = 5,50 \text{ V}$ (e) $U_G = 6,00 \text{ V}$ (f) $U_G = 6,50 \text{ V}$ (g) $U_G = 7,00 \text{ V}$ (h) $U_G = 7,50 \text{ V}$

Abbildung 21: Beugungsbilder des Ultraschallphasengitters für Spannungen von 4,00 V bis 7,50 V.

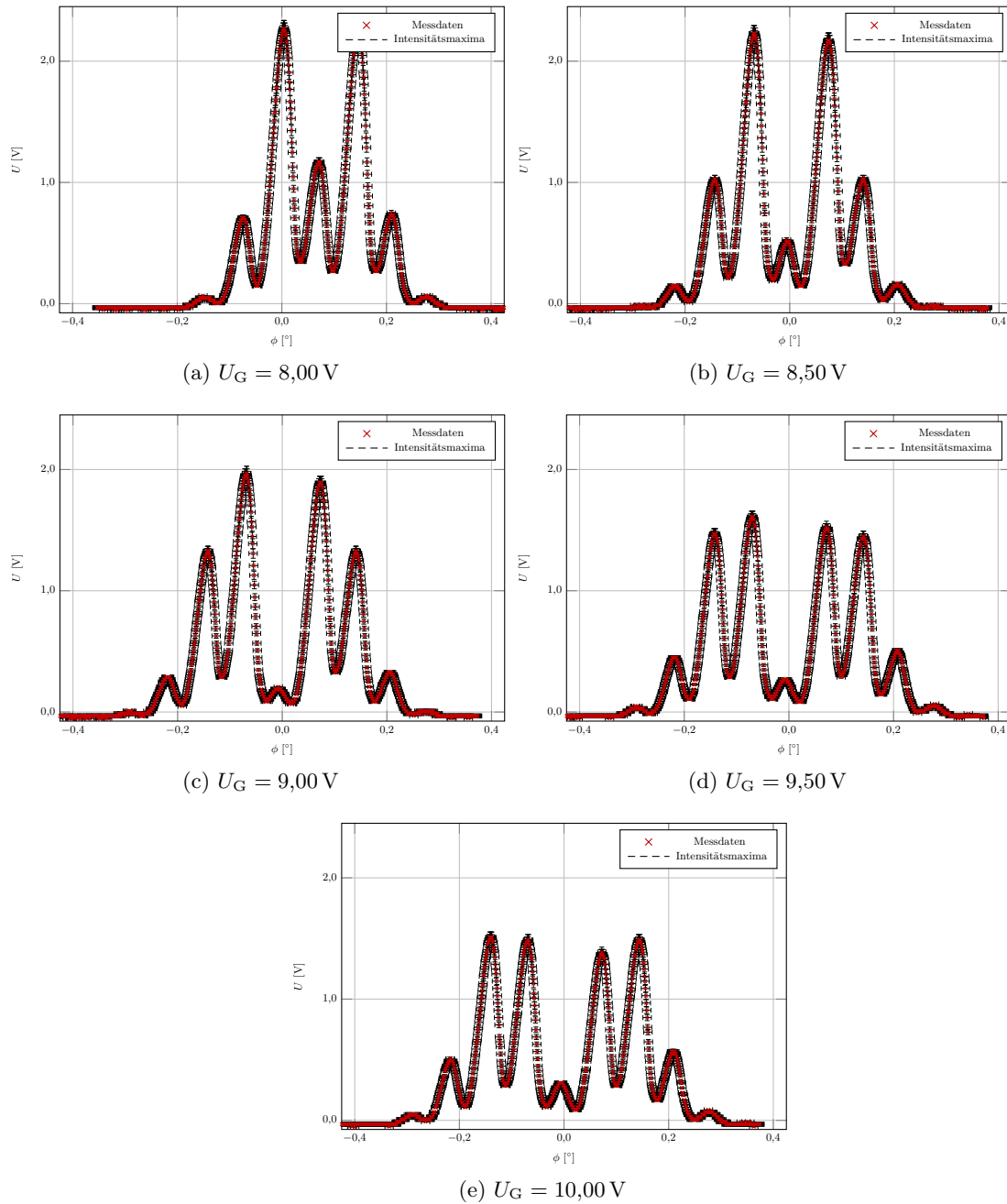


Abbildung 22: Beugungsbilder des Ultraschallphasengitters für Spannungen von 8,00 V bis 10,00 V.

Literaturverzeichnis

- [1] KÖHLI, M.: *Versuchsanleitung Fortgeschrittenen Praktikum Teil I – Ultraschall*. 2011
- [2] LEFEVRE, Lutz: *Beugung am Amplitudengitter und Phasengitter*. 1977