

Versuch 70

Linsen und Linsensysteme

Protokoll des Anfänger-Praktikums II



Gruppe 14

Durchgeführt am
16.02.2018

Inhaltsverzeichnis

1	Versuchsziel	3
2	Grundlagen	3
3	Versuchsaufbau	6
4	Versuchsdurchführung	6
5	Auswertung	7
5.1	Abbildung mit Einzellinsen und Linsensystemen	7
5.1.1	Einzelne Sammellinse	7
5.1.2	Linsensystem aus zwei Sammellinsen	8
5.1.3	Linsensystem aus Zerstreuungs- und Sammellinse	8
5.2	Bessel-Verfahren: Bestimmung der Brennweiten ohne Hauptebenen	10
5.3	Abbe-Verfahren: Bestimmung von Brennweite und Hauptebenen	11
6	Zusammenfassung und Diskussion	14
6.1	Abbildungen mit Einzellinsen und Linsensystemen	14
6.2	Bessel-Verfahren	15
6.3	Abbe-Verfahren	15
7	Literatur	17
8	Anhang	18

1 Versuchsziel

Ziel dieses Versuchs ist die Einführung in die geometrische Optik, indem verschiedene Linsen und Linsensysteme hinsichtlich ihrer Brennweite und ihrer Hauptebenen untersucht werden. Dabei werden zunächst Abbildungen mit Einzellinsen und Linsensystemen gemessen und die Verteilung der Messwerte mit dem Verlauf verglichen, der durch die gegebene oder berechnete Brennweite erwartet wird. Anschließend wird mit dem Bessel- und dem Abbe-Verfahren jeweils die Brennweite eines Linsensystems bestimmt, ohne dass die Lage der Hauptebenen bekannt ist, und mit den über die Gullstrand-Gleichung ermittelten Werten abgeglichen. Mit dem Abbe-Verfahren können überdies auch noch beide Hauptebenen des Systems zusätzlich berechnet werden.

2 Grundlagen

Diesem Versuch liegen die Grundlagen der geometrischen Optik zugrunde.

Eine grundlegende Formel, welche hier mehrfach Verwendung findet, ist dabei die Abbildungsgleichung für dünne Linsen:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}. \quad (2.1)$$

Hierbei bezeichnet f die Brennweite der Linse, g den Abstand zwischen dem Gegenstand der Größe G und der Linse und b den Abstand zwischen dem Bild der Größe B und der Linse.

Durch Strahlensätze ergibt sich für die Vergrößerung der Abbildung β

$$\beta = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}. \quad (2.2)$$

Da in diesem Versuch scharfe Abbildungen gemessen werden sollen, muss der Mindestabstand d zwischen Gegenstand und Schirm aus der Gleichung 2.1 berechnet werden. Wird dieser Abstand nicht eingehalten, ist es nicht möglich, eine scharfe Abbildung auf dem Schirm zu finden.

$$g = \frac{bf}{b-f} \quad (2.3)$$

$$\text{mit } g = d - b, \quad (2.4)$$

$$\Rightarrow d = \frac{bf}{b-f} + b, \quad (2.5)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial d}{\partial b} = 0 = 1 - \frac{f^2}{(b-f)^2}, \quad (2.6)$$

$$\Leftrightarrow 0 = b \cdot (b - 2f), \quad (2.7)$$

$$\Rightarrow b = 2f. \quad (2.8)$$

Damit folgt durch Einsetzen von $b = 2f$ in Gleichung 2.5

$$d = 4f. \quad (2.9)$$

Für ein Linsensystem aus zwei dünnen Linsen lässt sich über die Gullstrand-Gleichung die effektive Brennweite f berechnen, wobei D den Abstand zwischen den Hauptebenen bezeichnet:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{D}{f_1 f_2} \quad (2.10)$$

Diese Formel kann für den Fall $|D| \ll |f_1 + f_2|$ zu

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad (2.11)$$

vereinfacht werden.

Das verwendete Bessel-Verfahren basiert darauf, statt den ohne Kenntnis der Hauptebenen schwer greifbaren Größen b und g leichter zugängliche Größen zu messen. Dies ist zum einen der Abstand s zwischen Gegenstand und Bild

$$s = b + g \quad (2.12)$$

und zum anderen der Abstand

$$e = |g - b| \quad (2.13)$$

zwischen zwei möglichen Abbildungen bei einem festen s . Die beiden Linsenpositionen beim Bessel-Verfahren sind in Abbildung 1 skizziert.

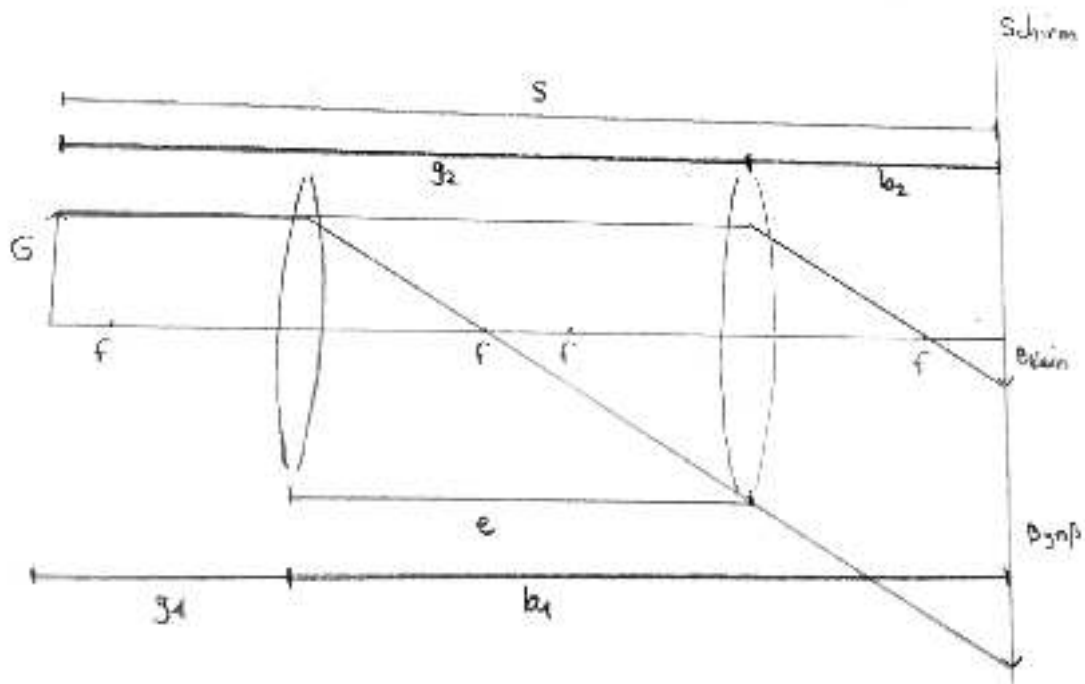


Abbildung 1: Skizze der Strahlengänge beim Bessel-Verfahren bei beiden Linsenpositionen

Aus der Abbildungsgleichung 2.1 lässt sich ein Zusammenhang zwischen f , s und e herleiten. Aus Symmetriegründen (siehe Abbildung 1) gilt hier $e = s - 2b$ und damit $b = \frac{s-e}{2}$. Setzt man

nun dies und Gleichung 2.12 in die Abbildungsgleichung ein, erhält man

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s - \frac{s-e}{2}} + \frac{2}{s-e} \quad (2.14)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{f} = \frac{2}{s+e} + \frac{2}{s-e} \quad (2.15)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{f} = \frac{2 \cdot (s+e)(s-e)}{(e+s)(s-e)} \quad (2.16)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{f} = \frac{4s}{s^2 - e^2} \quad (2.17)$$

$$\Rightarrow f = \frac{s^2 - e^2}{4s} \quad (2.18)$$

Über diesen Zusammenhang ist es dann möglich, die Brennweite ohne Kenntnis der Hauptebenen zu bestimmen.

Beim Abbe-Verfahren wird zunächst ein wohldefinierter Messpunkt festgelegt, von dem aus eine scheinbare Gegenstandsweite g' und eine scheinbare Bildweite b' gemessen werden. Da die erste Hauptebene in der Regel um h_1 vor diesem Punkt und die zweite Hauptebene h_2 hinter dem Messpunkt liegt, folgt für die tatsächliche Bild- und Gegenstandsweite $g' = g + h_1$ und $b' = b + h_2$. Die dritte und letzte Messgröße in diesem Verfahren ist der Abbildungsmaßstab aus Gleichung 2.2. Setzt man das nun in die Abbildungsgleichung 2.1 ein, folgt daraus

$$g' = \left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \cdot f_1 + h_1 \quad (2.19)$$

$$b' = (1 + \beta) \cdot f_2 + h_2. \quad (2.20)$$

Aus diesen beiden Gleichungen kann man dann die beiden Brennpunkte (Steigung) und Hauptebenen (Achsenabschnitt) bestimmen.

3 Versuchsaufbau

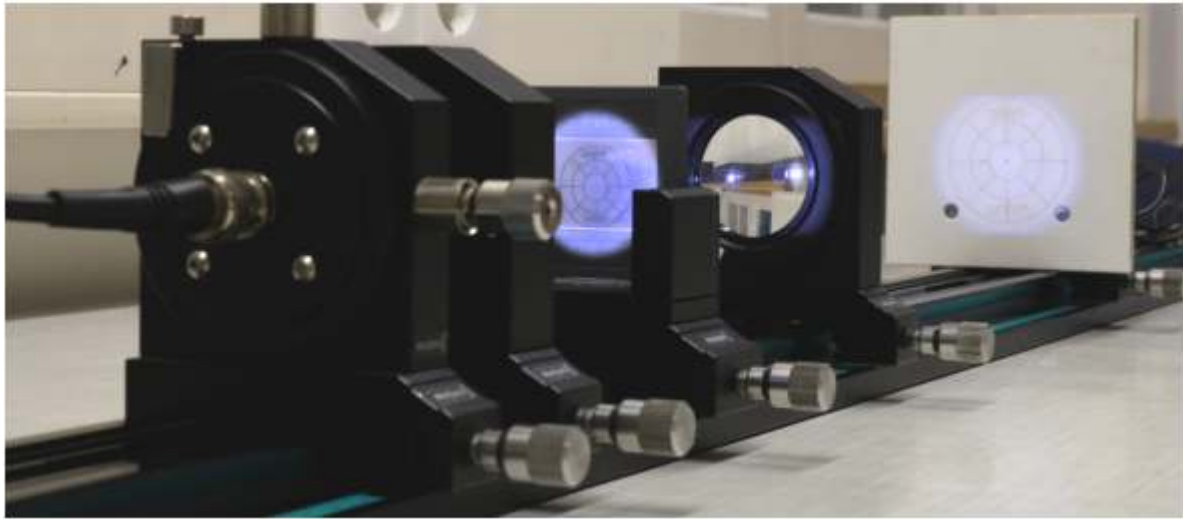


Abbildung 2: Versuchsaufbau mit Lichtquelle, Kollimationslinse, Gegenstand, Linsensystem und Schirm (von links nach rechts) [1]

Der Versuchsaufbau besteht aus einem Träger, auf dem sich verschiebbar eine Lichtquelle, einer Kollimationslinse, einer Halterung, in die der Gegenstand eingebracht wird, einer Vorrichtung, in die verschiedene Linsen (maximal 2 in eine Halterung) eingebracht werden können, und einem Schirm.

Vor Beginn des Versuchs musste die Kollimationslinse hinter der Lichtquelle ausgerichtet werden, sodass das Licht mittig auf den Schirm fällt. Die Kollimationslinse sollte dabei am besten dicht hinter der Lichtquelle stehen. Außerdem wurde der Gegenstand, in diesem Fall ein Dia mit drei konzentrischen Kreisen und Bezeichnungen für oben und unten, in die dafür vorgesehene Halterung eingebracht.

4 Versuchsdurchführung

Während des Versuchs sollten pro Linse beziehungsweise Linsensystem zehn Messungen (fünf Paare bei jeweils gleichem Gesamtabstand s vom Gegenstand zum Bild) aufgenommen werden. Zunächst wurde eine einfache Sammellinse in die Vorrichtung eingebracht und bei fünf verschiedenen Einstellungen des Schirms nach den Positionen gesucht, an denen das vergrößerte und das verkleinerte Bild ihre maximale Schärfe erreicht haben. Dabei wurde darauf geachtet, wie auch in allen späteren Versuchsteilen, dass der Abstand zwischen Gegenstand und Schirm mindestens viermal so groß wie die Brennweite war. Dies war notwendig, um zwei scharfe Abbildungen erhalten zu können. Bei allen Messungen wurde auch ein Fehler auf sämtliche abgemessenen Längen abgeschätzt.

Danach folgte ein äquivalenter Vorgang bei einem Linsensystem, bestehend aus zwei Sammellinsen mit unterschiedlichen Brennweiten.

Zuletzt wurde nochmal dieselbe Messung bei einem System aus Zerstreuungslinse und Sammellinse durchgeführt. Dabei musste darauf geachtet werden, dass die Brechkraft der Sammellinse größer als die der Zerstreuungslinse ist, da sonst kein reelles Bild entsteht. Außerdem wurde in diesem letzten Versuchsteil noch die Bildgröße der vergrößerten Abbildung bestimmt, da diese für das Abbe-Verfahren benötigt wird.

5 Auswertung

5.1 Abbildung mit Einzellinsen und Linsensystemen

Der Ablesefehler auf alle Gegenstands- und Bildweiten sowie die Gesamtlänge des Systems wurde mit $s_a = \pm 0,2\text{cm}$. abgeschätzt.

Bei den Versuchsaufbauten mit zwei Linsen ist der Abstand zwischen den beiden an der Halterung angebrachten Linsen $D = 2\text{cm}$.

5.1.1 Einzelne Sammellinse

Im ersten Versuchsaufbau wurde eine einzelne Sammellinse verwendet, deren Brennweite $f = 15\text{cm}$ betrug. Damit waren für den jeweiligen Gesamtabstand s die beiden Positionen zu messen, bei denen ein scharfes Bild auf dem Schirm erzeugt wurde.

Der Zusammenhang zwischen den Messwerten kann Abbildung 3 entnommen werden. Dabei wird $\frac{1}{b}$ gegen $\frac{1}{g}$ aufgetragen und als Vergleich der erwartete Verlauf durch die Brechkraft, gegeben durch die exakte Brennweite, eingezeichnet.

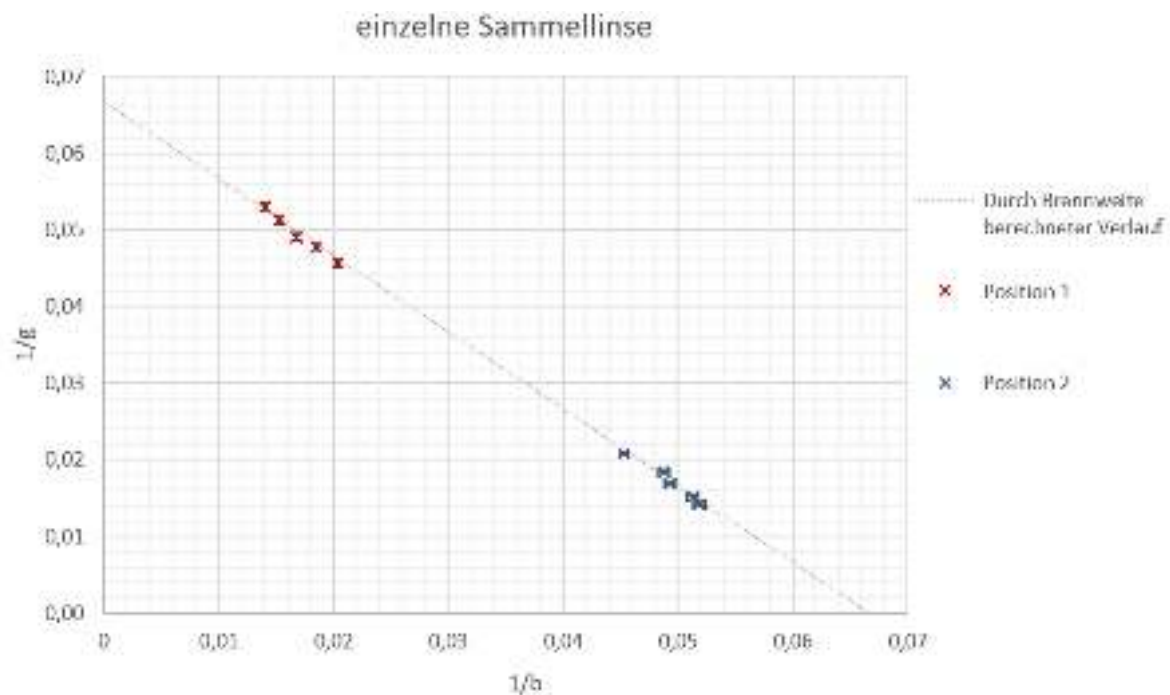


Abbildung 3: Messergebnisse zum Versuchsaufbau mit einer einzelnen Sammellinse

Dabei werden mit Position 1 die Gegenstands- und Bildweiten bezeichnet, bei denen das Bild größer als der Gegenstand ist und die Linse sich näher am Gegenstand befindet. Position 2 steht für die Positionen der verkleinerten Abbildung.

Der Fehler für die Größe $1/b$ lässt sich dabei durch den Zusammenhang

$$s_{1/b} = \sqrt{\left(\frac{s_b}{b}\right)^2} \cdot \frac{1}{b} \quad (5.1)$$

bestimmen, wobei es sich bei s_a um den oben genannten Ablesefehler handelt. Die Berechnung von $s_{1/g}$ verläuft analog.

5.1.2 Linsensystem aus zwei Sammellinsen

Beim nächsten Aufbau wurden zwei Sammellinsen verwendet, welche die Brennweiten $f_1 = 15\text{cm}$ und $f_2 = 8\text{cm}$ haben.

Gemessen wurde dabei jeweils der Gesamtabstand s , die beiden Gegenstandsweiten g sowie die beiden Bildweiten b .

Zunächst werden hier die Brechkräfte ausgerechnet, einmal mit der Gullstrand-Gleichung 2.10 und danach mit der Näherung 2.11. Der exakte Wert sowie die zugehörige Brennweite betragen

$$\frac{1}{f_{\text{exakt}}} = 0,175 \frac{1}{\text{cm}} \quad \text{mit } f_{\text{exakt}} = 5,714 \text{ cm} \quad (5.2)$$

die näherungsweise Berechnung liefert die Werte

$$\frac{1}{f_{\text{Näherung}}} = 0,191 \frac{1}{\text{cm}} \quad \text{mit } f_{\text{Näherung}} = 5,217 \text{ cm}. \quad (5.3)$$

In Diagramm 4 werden die Kehrrühe der Messwerte b und g dargestellt. Dabei ist $\frac{1}{b}$ gegen $\frac{1}{g}$ aufgetragen. Zusätzlich sind die beiden berechneten Brechkräfte als Vergleichsgeraden eingezeichnet.

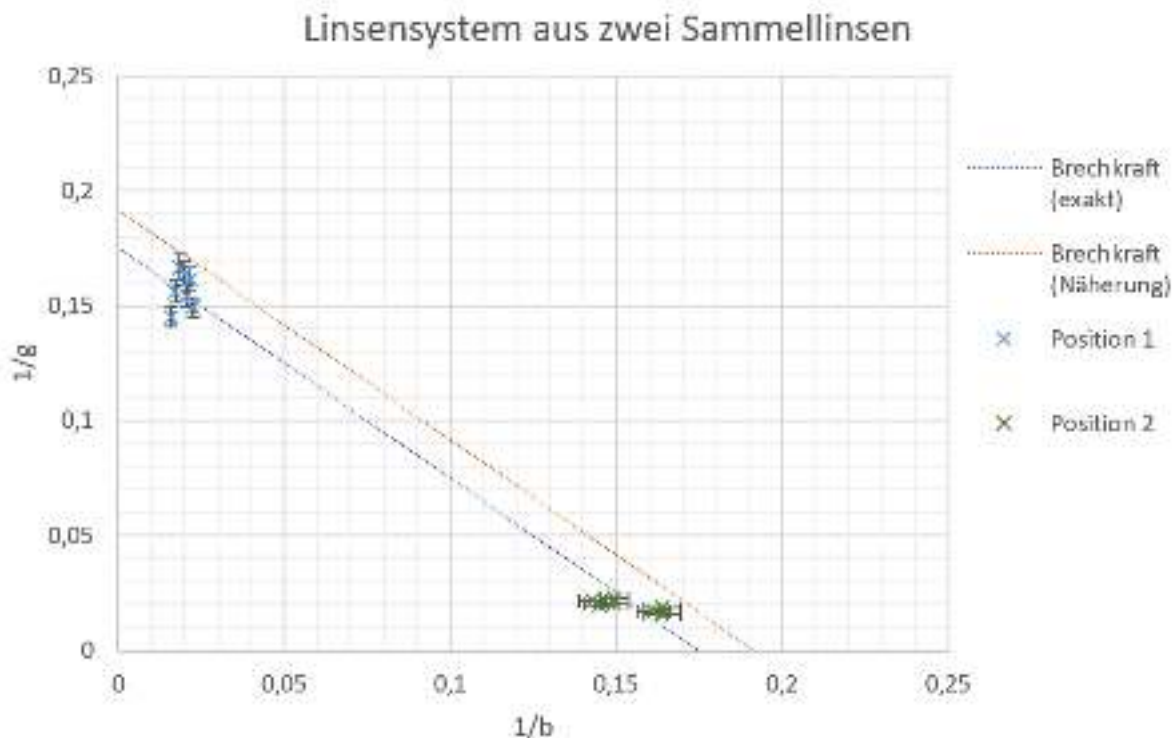


Abbildung 4: Kehrrühe der Messwerte für zwei Sammellinsen

Die jeweiligen Fehler für die aufgetragenen Größen berechnen sich wie im Abschnitt zuvor.

5.1.3 Linsensystem aus Zerstreuungs- und Sammellinse

Im letzten Messdurchgang wurden eine Zerstreuungslinse sowie eine Sammellinse verwendet. Die Brennweite der Zerstreuungslinse beträgt $f_1 = -20\text{cm}$, die der Sammellinse $f_2 = 8\text{cm}$.

Hier wurden jedoch im Gegensatz zu den vorherigen Messdurchgängen nur die Gesamtlänge s des Systems und die jeweiligen Gegenstandsweiten g gemessen. Die Berechnung der Bildweite erfolgt anschließend über den Zusammenhang $b = s - g$. Der Fehler s_b entspricht somit nicht mehr dem sonst verwendeten Ablesefehler, sondern muss stattdessen über die Ablesefehler von s und g berechnet werden. Dies geschieht über

$$s_b = \sqrt{s_a^2 + s_a^2}. \quad (5.4)$$

Zusätzlich ist hier noch die Vergrößerung zu berechnen. Die Gegenstandsgröße war mit $G = 0,7\text{cm}$ als Durchmesser des inneren Rings gegeben, somit wurde bei der Durchführung dieser Durchmesser in der jeweils 1. Position gemessen, bei der das Bild größer als der Gegenstand ist, und entspricht der Bildgröße B . Der Ablesefehler dazu beträgt $s_B = 0,05\text{cm}$.

Die Kehrwerte der Messergebnisse mit $1/b$ auf der x-Achse und $1/g$ auf der y-Achse sind Abbildung 5 zu entnehmen. Auch hier sind die beiden berechneten Brechkräfte als Geraden eingetragen. Die Berechnung erfolgt dabei analog zum vorherigen Linsensystem.

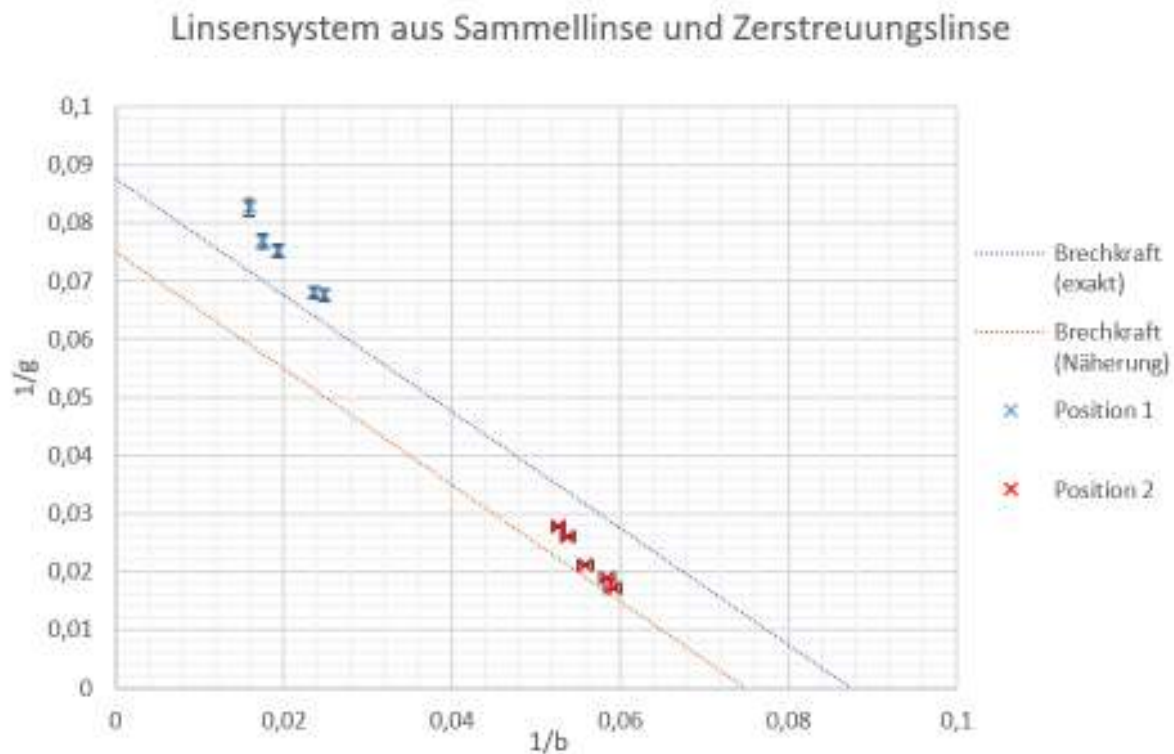


Abbildung 5: Messergebnisse des Linsensystems bestehend aus einer Zerstreuungslinse und einer Sammellinse

Die exakt bestimmte Brechkraft und die zugehörige Brennweite haben den Wert

$$\frac{1}{f_{\text{exakt}}} = 0,088 \frac{1}{\text{cm}} \text{ mit } f_{\text{exakt}} = 11,43\text{cm} \quad (5.5)$$

und die durch die Näherung ermittelten Werte betragen

$$\frac{1}{f_{\text{Näherung}}} = 0,075 \frac{1}{\text{cm}} \text{ mit } f_{\text{Näherung}} = 13,33\text{cm}. \quad (5.6)$$

5.2 Bessel-Verfahren: Bestimmung der Brennweiten ohne Hauptebenen

Für diesen Versuchsteil werden die zuvor durchgeführten Messreihen der einzelnen Sammellinse sowie des Linsensystems bestehend aus einer Zerstreuungslinse und einer Sammellinse verwendet.

Sammellinse

Zunächst ist es dabei notwendig, e über Gleichung 2.13 zu berechnen. Der Fehler s_e ergibt sich daraus über

$$s_e = \sqrt{s_g^2 + s_b^2}. \quad (5.7)$$

Bei der einzelnen Sammellinse entsprechen diese Fehler beide dem vorher festgelegten Ableserfehler s_a , bei der Linsenkombination musste s_b extra berechnet werden, da die Bildweite nicht gemessen sondern aus den anderen Größen berechnet wurde.

Die Wertepaare für s und e können in Tabelle 1 eingesehen werden. Zusätzlich sind dort die nach dem Besselverfahren berechneten Brennweiten eingetragen. Es werden dabei die Messwerte der zweiten Position verwendet.

Besselverfahren - Sammellinse					
s /cm	g_2 /cm	b_2 /cm	e /cm	f /cm	s_f /cm
70,00	48,00	22,10	25,90	15,10	0,08
75,00	54,40	20,50	33,90	14,92	0,09
80,00	59,20	20,30	38,90	15,27	0,09
85,00	65,50	19,50	46,00	15,03	0,10
90,00	70,80	19,30	51,50	15,13	0,10

Tabelle 1: Wertepaare s und e sowie die berechneten Brennweiten der Sammellinse

Der über

$$\bar{f} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i \quad (5.8)$$

berechnete Mittelwert beträgt für die Sammellinse $\bar{f} = 15,09\text{cm}$.

Den Fehler auf die durch das Besselverfahren erhaltenen Werte von f wird über die Gaußsche Fehlerfortpflanzung ermittelt:

$$s_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial s}\right)^2 \cdot s_s^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial e}\right)^2 \cdot s_e^2}. \quad (5.9)$$

Der daraus resultierende mittlere Fehler kann mit

$$s_{\bar{f}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \left(\frac{\sum_{i=1}^n s_{f_i}}{n} \right) \quad (5.10)$$

berechnet werden.

Somit ergibt sich für die mittlere Brennweite

$$\bar{f} = (15,091 \pm 0,04)\text{cm}. \quad (5.11)$$

Linsensystem aus Zerstreuungs- und Sammellinse

Bei der Linsenkombination kann der Abstand zwischen den Hauptebenen vernachlässigt werden, da angenommen werden kann, dass dieser gering gegenüber der Gesamtlänge s des Aufbaus ist. Hier erfolgt die Berechnung von e und f analog, die zugehörigen Werte können Tabelle 2 entnommen werden. Dabei werden die Werte der ersten Position, bei der B größer als G ist, verwendet.

Besselverfahren - Zerstreuungs- und Sammellinse					
s / cm	g_1 / cm	b_1 / cm	e / cm	f / cm	s_1 / cm
55,0	14,8	40,2	25,4	10,8	0,1
57,0	14,7	42,3	27,6	10,9	0,1
65,0	13,3	51,7	38,4	10,6	0,1
70,0	13,0	57,0	44,0	10,6	0,1
75,0	12,1	62,9	50,8	10,1	0,1

Tabelle 2: Wertepaare s und s sowie die berechneten Brennweiten f für das Linsensystem

Auch hier wird analog zur einzelnen Linse der Mittelwert $\bar{f}$ der Gesamtbrennweite zusammen mit der statistischen Unsicherheit $s_{\bar{f}}$ berechnet. Dieser beträgt

$$\bar{f} = (10,61 \pm 0,05) \text{cm} . \quad (5.12)$$

5.3 Abbe-Verfahren: Bestimmung von Brennweite und Hauptebenen

In diesem Versuchsteil wird lediglich die Linsenkombination aus Zerstreuungs- und Sammellinse betrachtet und die Messergebnisse aus dem ersten Teil verwendet.

Da die Lage der Hauptebenen noch nicht bekannt ist, wird als Messpunkt die Mitte der Linsenhalterung verwendet und von dort aus die scheinbaren Gegenstands- und Bildweiten g' und b' gemessen.

Zunächst gilt es, den Abbildungsmaßstab aus der Größe des Gegenstands und der des Bildes zu berechnen. Dies geschieht über Formel 2.2. Der Fehler auf die Vergrößerung β kann dabei über den Zusammenhang

$$\frac{s_B}{B} = \frac{s_\beta}{\beta} \Rightarrow s_\beta = \frac{s_b}{B} \cdot \beta = \frac{s_B}{B} \cdot \frac{B}{G} = \frac{s_B}{G} = 0,07 \quad (5.13)$$

bestimmt werden.

Die Messergebnisse sowie die berechnete Vergrößerung können Tabelle 3 entnommen werden. Da

Abbe-Verfahren (Sammel- und Zerstreuungslinse)				
s / cm	g_1 / cm	b_1 / cm	B / cm	β
55	14,8	40,2	1,5	2,1
57	14,7	42,3	1,7	2,4
65	13,3	51,7	2,2	3,1
70	13	57	2,5	3,6
75	12,1	62,9	2,9	4,1

Tabelle 3: Messergebnisse und Berechnung der Vergrößerung

Im nächsten Schritt werden die Gegenstands- und Bildweiten in ein Diagramm eingetragen. Dabei wird $1 + \beta$ gegen b' und $1 + 1/\beta$ gegen b' aufgetragen. Dies kann Abbildung 6 entnommen werden.

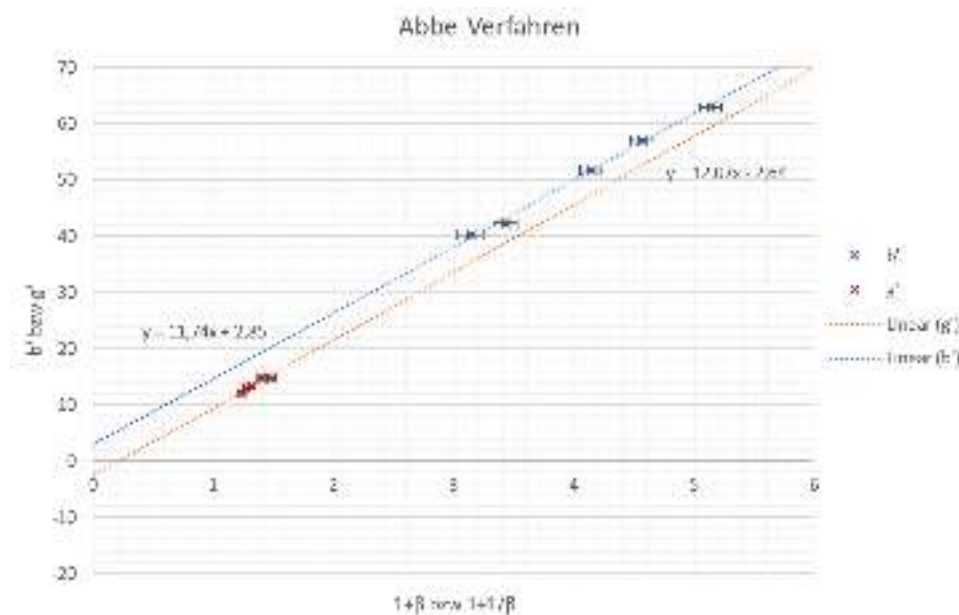


Abbildung 6: scheinbare Gegenstands- und Bildweiten aufgetragen

Die Fehler auf b' und g' sind dabei die Ablesfehler. Die Fehler auf die Zusammenhänge mit der Vergrößerung β müssen noch berechnet werden. Für $x_1 = 1 + \beta$ geschieht dies über

$$s_{x_1} = \frac{s_\beta}{\beta} \cdot (1 + \beta) \quad (5.14)$$

und für $x_2 = 1 + 1/\beta$ über

$$s_{x_2} = \frac{s_\beta}{\beta} \cdot \left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \quad (5.15)$$

Aus den Gleichungen 2.19 und 2.20 ist ersichtlich, dass die Brennweiten f_1 und f_2 aus der Steigung und die Lage der Hauptebenen h_1 und h_2 aus dem Achsenabschnitt abgelesen werden können.

Diese werden mit linearer Regression bestimmt, sodass man für die Brennweiten die Werte

$$f_1 = 12,07\text{cm} \quad (5.16)$$

und

$$f_2 = 11,74\text{cm} \quad (5.17)$$

sowie für die Hauptebenen

$$h_1 = -2,64\text{cm} \quad (5.18)$$

und

$$h_2 = 2,85\text{cm} \quad (5.19)$$

erhält.

Die Lage der Brennpunkte sowie die der Hauptebenen und des Fixpunktes sind in Abbildung 7 eingezeichnet.

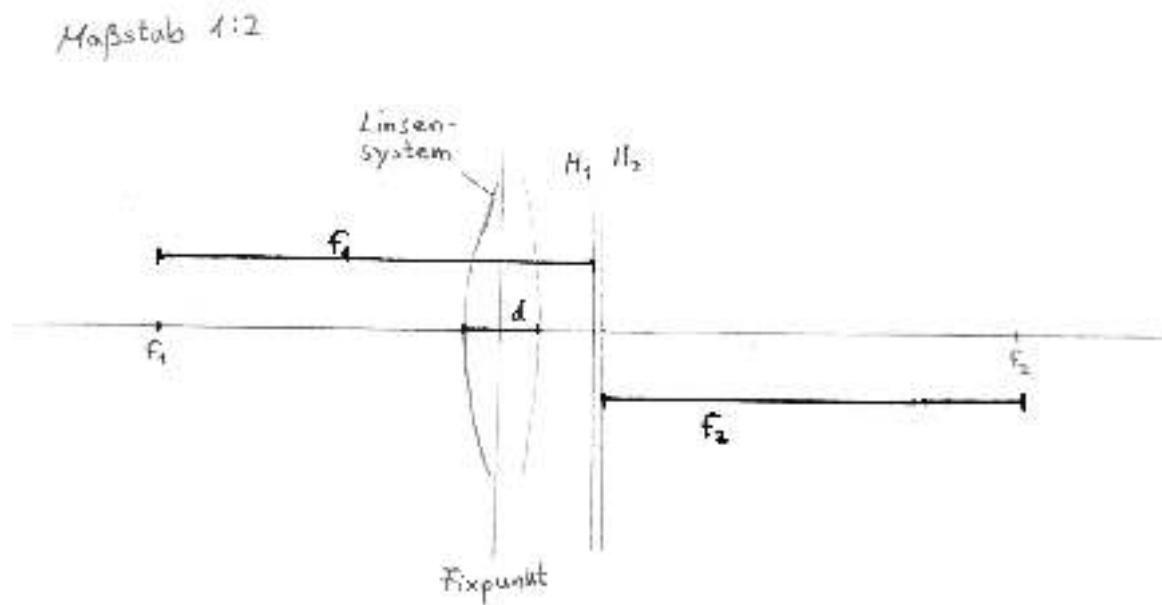


Abbildung 7: Skizze des Linsensystems mit Hauptebenen und Brennpunkten

6 Zusammenfassung und Diskussion

6.1 Abbildungen mit Einzellinsen und Linsensystemen

Einzelne Sammellinse

Die Messungen mit der Einzellinse liegen innerhalb eines Vertrauensintervalls auf der Geraden, die durch die gegebene Brechkraft der Linse festgelegt ist. Das angewendete Messverfahren funktioniert somit gut für Messungen mit einer einzelnen Sammellinse. Die Messwerte bestätigen den erwarteten linearen Zusammenhang.

System aus zwei Sammellinsen

Die Brennweiten und damit der erwartete Verlauf kann mit der Gullstrand-Gleichung oder der Näherung berechnet werden. Der exakt ermittelte Wert beträgt

$$f_{\text{exakt}} = 5,71 \text{ cm} \quad (6.1)$$

und der der Näherung

$$f_{\text{Näherung}} = 5,22 \text{ cm} . \quad (6.2)$$

Wie in Abbildung 4 zu sehen ist, trifft die Näherung die gemessenen Werte nicht. Auch der exakt bestimmte Wert stimmt zwar eher mit den Messergebnissen überein, jedoch liegen auch diese nicht wirklich auf der durch die Brechkraft vorgegebenen Gerade. Sie liegen zum Teil auffällig weit über oder unter der erwarteten Geraden.

Allerdings ist eine allgemeine Aussage zur Konsistenz der Rechnung in diesem Fall nur schwer möglich, weil in der Mitte keine Werte in der Nähe des Abstands $4f$ aufgenommen wurden. Es wären mehr Messungen im Bereich bis zu diesem Abstand hin nötig gewesen, um eine sinnvolle Aussage über die Lage der Messwerte im Vergleich zum berechneten Verlauf treffen zu können. Zudem war es gerade beim vergrößerten Bild sehr schwierig festzustellen, bei welcher Gegenstandsweite die Schärfe des Bildes am größten ist.

Linsensystem aus Zerstreuungs- und Sammellinse

Auch hier wurden der exakte und der genäherte Wert für die Brennweite berechnet. Der über die Gullstrand-Gleichung erhaltene exakte Wert ist

$$f_{\text{exakt}} = 11,43 \text{ cm} \quad (6.3)$$

und der der Näherung beträgt

$$f_{\text{Näherung}} = 13,33 \text{ cm} . \quad (6.4)$$

Auch in diesem Fall ist (wie in Abbildung 5 sichtbar) die Näherung nicht sinnvoll, da vor allem die Werte der Position 1 sehr weit über der Geraden liegen. Die exakte Rechnung folgt dem Verlauf der Messwerte etwas besser, allerdings sind hier die Werte der Position 1 deutlich über der Geraden und die der Position 1 deutlich darunter. Die Werte liegen dabei alle zwar auf einer Geraden, allerdings unterscheidet sich deren Steigung von den berechneten Werten der Brechkraft.

Daher scheint die Gullstrand-Gleichung im Fall unserer Messungen keine gute Möglichkeit zu sein, das Linsensystem zu beschreiben. Aufgrund der eindeutigen Tendenz der Werte ist der fehlende Bereich in der Mitte der Abbildung kein so großes Problem wie im vorherigen Aufgabenteil, zumal hier auch ein größerer Messbereich abgedeckt wurde.

6.2 Bessel-Verfahren

Einzelne Sammellinse

Die durch das Besselverfahren berechnete Brennweite für die Sammellinse beträgt

$$\boxed{\bar{f} = (15,09 \pm 0,04)\text{cm}} . \quad (6.5)$$

Der berechnete Wert stimmt somit mit dem gegebenen Brennwert der Linse von $f = 15\text{cm}$ innerhalb einer 3σ -Umgebung überein. Somit bestätigen die gemessenen Werte die Konsistenz des Bessel-Verfahrens für eine einzelne Sammellinse.

Linsensystem aus Zerstreuungs- und Sammellinse

Der in diesem Versuchsteil durch das Besselverfahren ermittelte Wert für die Brennweite des Linsensystems aus einer Zerstreuungs- und einer Sammellinse beträgt

$$\boxed{\bar{f} = (10,61 \pm 0,05)\text{cm}} . \quad (6.6)$$

Zum Vergleich werden hier der durch die Gullstrand-Gleichung sowie deren Näherung bestimmte Wert herangezogen:

$$f_{\text{exakt}} = 11,43\text{cm} \quad \text{und} \quad f_{\text{Näherung}} = 13,33\text{cm} . \quad (6.7)$$

Der Näherungswert liegt in einer 55σ -Umgebung zu dem Wert aus dem Bessel-Verfahren und stimmt deshalb nicht mal annähernd damit überein. Der über die Gullstrand-Gleichung berechnete exakte Wert liegt lediglich in einer 16σ -Umgebung und ist damit deutlich näher dran. Allerdings ist der Unterschied zum zuverlässigen Bessel-Verfahren trotzdem noch groß, sodass davon ausgegangen werden kann, dass die Gullstrand-Gleichung keine gute Beschreibung für dieses System aus Sammel- und Zerstreuungslinse ist. Ein Grund dafür ist unter anderem, dass bei Verwendung der Gleichung der Abstand zwischen den Hauptebenen benötigt wird. Da diese jedoch nicht bekannt sind, wird angenommen, dass die zwei Hauptebenen in den zwei Linsen liegen, was natürlich zu einem ungenauen Wert für die Brennweite durch die Gullstrand-Gleichung führt.

6.3 Abbe-Verfahren

Beim Abbe-Verfahren erhält man zwei Brennweiten. Diese haben die Werte

$$\boxed{f_1 = 12,07\text{cm}} \quad (6.8)$$

und

$$\boxed{f_2 = 11,74\text{cm}} , \quad (6.9)$$

welche die Steigung der Geraden in Abbildung 6 darstellen. Es ist dabei sinnvoll anzunehmen, dass die Steigungen der Geraden und somit die Brennweiten innerhalb eines gewissen Fehlerbereichs den gleichen Wert haben, da ein Linsensystem lediglich eine Systembrennweite besitzt, nicht zwei.

Für die beiden Hauptebenen des Systems ergeben sich

$$\boxed{h_1 = -2,64\text{cm}} \quad (6.10)$$

und

$$\boxed{h_2 = 2,85\text{cm}} . \quad (6.11)$$

Die Angaben beziehen sich dabei auf die Mitte des Linsensystems, die bei der Versuchsdurchführung als Messpunkt gewählt wurde. h_1 geht dabei aufgrund des negativen Vorzeichens vom Messpunkt nach rechts und h_2 aufgrund des positiven Vorzeichens auch.

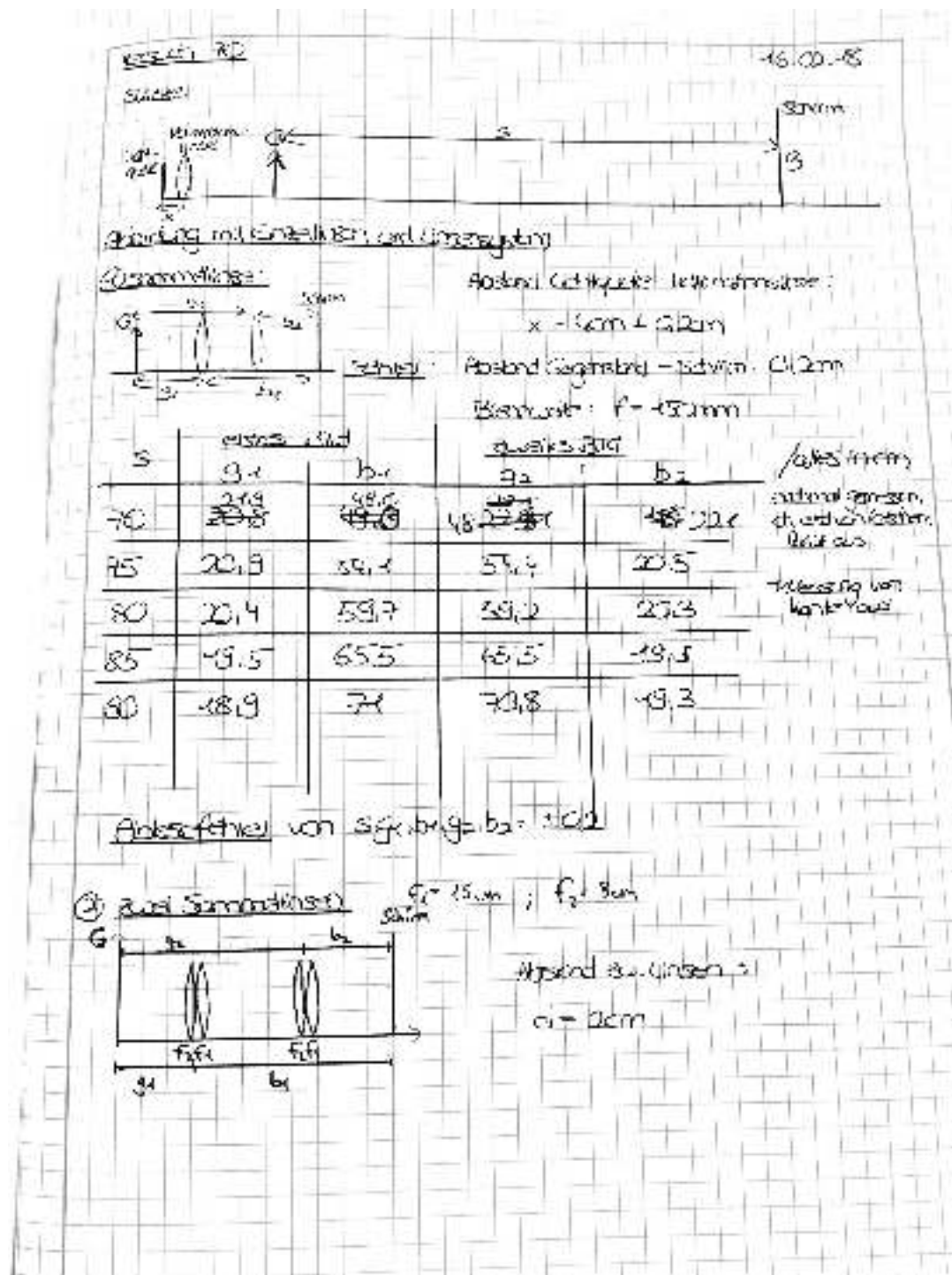
Erstaunlich ist dabei, dass beide Hauptebenen auf der gleichen Seite außerhalb des Linsensystems liegen und nicht, wie vielleicht im ersten Moment erwartet werden könnte, auf unterschiedlichen Seiten oder innerhalb des Linsensystems.

7 Literatur

[1] Versuchsaufbau

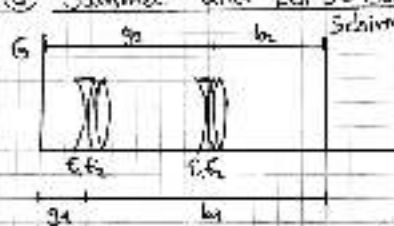
Anleitung Versuch 70, Seite 7.

8 Anhang



S	erste Bed.		zweite Bed.		dies in cm
	g_1	b_1	g_2	b_2	
50	6.7	46.5	46.2	6.7	sehr kleines Stk, scharf abger. aber sehr netter
53	6.2	46.4	46.2	7.3	
55	6.5	48.3	48.1	6.7	sehr netter
57	6.1	46.6	46.3	6.9	
60	6.0	53.3	52.1	6.1	

③ Sammel- und Zerstreungslinse $f_1 = -200 \text{ mm}$
 $f_2 = 80 \text{ mm}$



S	g_1	g_2	B_1	dies in cm
50	15.8	36.0	1.7	sehr netter
52	15.7	38.4	1.7	
65	13.3	49.7	2.3	sehr netter
70	13.0	52.9	2.5	
75	12.1	58.1	2.9	

fehlt $S_{g_1} = 0.05 \text{ mm}$

ergänzung zu ②

S	g_1	b_1	g_2	b_2
45	6.4	58.3	58.9	6.2
70	6.9	62.9	64	6.1