

Versuch 79

Polarimeter und linear polarisiertes Licht

Protokoll des Anfänger-Praktikums II



Gruppe 14

Durchgeführt am
23.02.2018

Inhaltsverzeichnis

1	Versuchsziel	3
2	Grundlagen	3
3	Versuchsaufbau	4
3.1	Linear polarisiertes Licht	4
3.2	Polarimeter und optisch aktive Substanzen	4
4	Versuchsdurchführung	5
4.1	Teil 1: Linear polarisiertes Licht	5
4.2	Teil 2: Polarimeter und optisch aktive Substanzen	5
5	Auswertung	6
5.1	Linear polarisiertes Licht	6
5.2	Polarimeter und optisch aktive Substanzen	8
6	Zusammenfassung und Diskussion	10
6.1	Linear polarisiertes Licht	10
6.2	Polarimeter und optisch aktive Substanzen	10
7	Literatur	12
8	Anhang	13

1 Versuchsziel

Zum einen soll in diesem Versuch mit Hilfe eines Polarisators linear polarisiertes Licht erzeugt und danach mit einem Analysator nachgewiesen werden. Außerdem wird die Wellenlängenabhängigkeit der Polarisation durch Messungen mit verschiedenen Farbfiltern untersucht.

Im zweiten Abschnitt des Versuchs wird mit einem Halbschattenpolarimeter die Drehung optisch aktiver Substanzen untersucht. Dabei gibt es zwei Küvetten mit Quarzfenstern, eine Zuckerlösung mit bekannter Konzentration und eine, bei der diese unbekannt ist.

2 Grundlagen

Bei Polarisatoren gilt, dass beim Einfall von unpolarisiertem Licht auf einen Polarisator die Intensität dahinter genau $I_1 = (1/2) \cdot I_0$ ergibt. Fällt dieses linear polarisierte Licht auf einen weiteren Polarisator, der um einen Winkel α bezüglich des ersten verkippt ist, gilt für die elektrische Feldstärke E : $E_2 = E_1 \cdot \cos(\alpha)$. Für die Intensität ergibt sich aufgrund ihrer Proportionalität zu E^2 nach dem zweiten Polarisator

$$I_2 = I_1 \cdot \cos^2(\alpha). \quad (2.1)$$

Für Lage der Minima und Maxima der Lichttransmission wird im ersten Teil des Versuchs kein Unterschied bei verschiedenen Wellenlängen erwartet, da der Teil des Lichts, der durch den Polarisator kommt, ungehindert passieren kann. Es wird dabei auch für unterschiedliche Wellenlängen nichts abgelenkt oder stärker verzögert.

Da im ersten Versuchsteil die Spannung zu messen ist, wird der Zusammenhang

$$I \sim U \quad (2.2)$$

verwendet. Dabei bezeichnet U die Spannung und I die Intensität.

Im zweiten Teil des Versuchs wird die Drehung der Polarisationsebene α verwendet, um das spezifische Drehvermögen der Küvetten mit Quarzfenstern und der Zuckerlösungen zu erhalten. Dabei werden folgende Zusammenhänge, einer für Festkörper und der andere für Flüssigkeiten, verwendet:

$$\alpha = [\alpha]_{fest} \cdot d \quad (2.3)$$

$$\alpha = [\alpha]_{Lösung} \cdot c \cdot d \quad (2.4)$$

Dabei entspricht $[\alpha]_{fest}$ dem spezifischen Drehvermögen in Winkelgrad pro Länge und d der Länge der Substanz, die von Licht durchstrahlt wird. Bei Flüssigkeiten muss die Formel noch um die Konzentration c erweitert werden. Aus diesem Grund wird $[\alpha]_{Lösung}$ dabei in Winkelgrad pro Längeneinheit und Massengehalt (in g/cm^3) angegeben. Aufgrund der Rotationsdispersion sind die spezifischen Drehvermögen wellenlängenabhängig.

Zusätzlich wird in diesem Versuch ein Halbschattenpolarimeter verwendet. Das Prinzip dieses Polarimeters beruht darauf, das Licht zuerst linear zu polarisieren und danach durch ein $\lambda/2$ -Plättchen, das nur von der Hälfte des Lichts durchlaufen, die Polarisationsrichtung dieser Hälfte des Lichts um 10° zu drehen. Anschließend läuft das Licht durch eine optisch aktive Substanz, hinter der mit Hilfe eines Analysators der Drehwinkel des Materials durch Abgleichen der Helligkeitsstufen der beiden Lichthälften ermittelt wird. Dabei muss durch das $\lambda/2$ -Plättchen nicht vollständige Dunkelheit sondern der Halbschatten, bei dem beide Seiten die gleiche Helligkeitsstufe haben, gefunden werden. Dabei wird für die Nullstellung immer die dunklere homogene Halbschatteneinstellung verwendet, da das menschliche Auge die Dunkelstellung genauer erkennt als die hell beleuchtete.

3 Versuchsaufbau

3.1 Linear polarisiertes Licht

In diesem Versuch werden alle einzelnen Bestandteile eigenständig montiert und justiert. Zunächst gehört die Lichtquelle ans linke Ende der Schiene. Dahinter werden eine Kollimationslinse und eine Blende eingebaut. Diese werden so justiert, dass das Licht die Blende möglichst gut und homogen ausleuchtet. Nach der Blende folgt eine Vorrichtung, in die verschiedene Farbfilter eingefügt werden können. Dahinter werden zwei Polarisatoren montiert, wobei der hintere in diesem Versuch als Analysator dient. Die beiden sollten möglichst nahe beieinander stehen, um Störungen durch äußere Einflüsse zu minimieren. Ganz rechts wird eine Fotodiode angebracht, die mit einem Netzgerät und einem Voltmeter verbunden ist, um die Spannung, die durch das ankommende Licht induziert wird, zu messen. Der Aufbau kann in Abbildung 1 nachvollzogen werden.

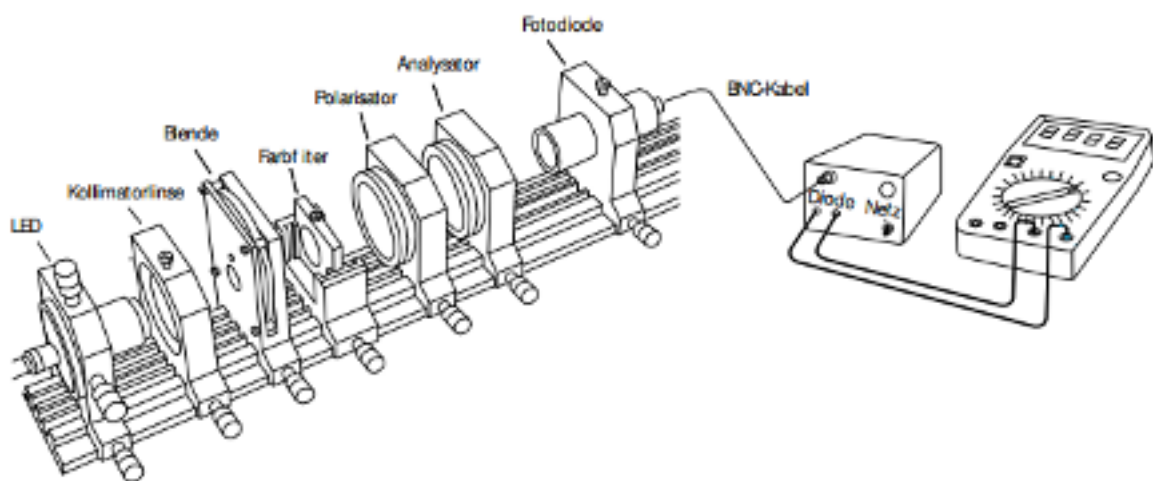


Abbildung 1: Versuchsaufbau zur Messung der Polarisation des Lichts bei verschiedenen Farben [1]

3.2 Polarimeter und optisch aktive Substanzen

Im zweiten Teil des Versuchs werden die beiden Polarisatoren und die Fotodiode durch ein Halbschattenpolarimeter ausgetauscht. Der Aufbau des Polarimeters ist dabei in Abbildung 2 zu sehen.

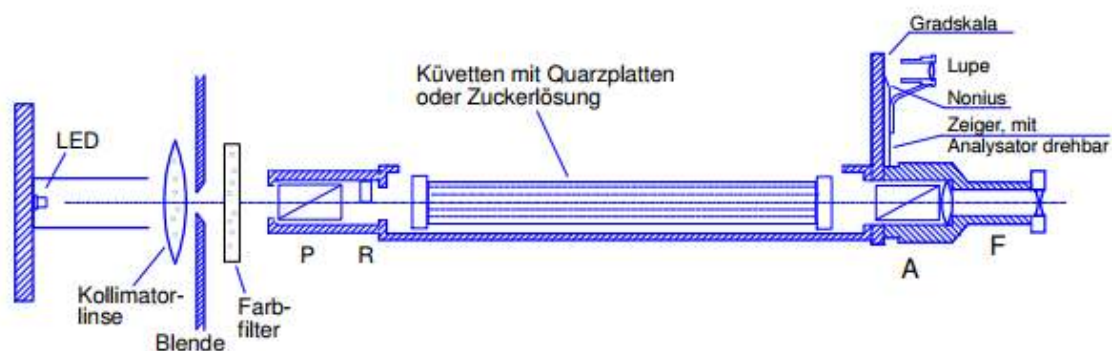


Abbildung 2: Schematischer Aufbau mit Halbschattenpolarimeter [1]

4 Versuchsdurchführung

4.1 Teil 1: Linear polarisiertes Licht

Zu Beginn wurde eine Blendenöffnung gewählt, mit der weder zu kleine noch zu große Spannungswerte (weniger als 200mV) gemessen wurden. Danach stellte man Polarisator und Analysator auf 0° und untersuchte durch leichtes Drehen des Polarisators, wo das Maximum der transmittierten Intensität zu finden ist, das nicht unbedingt bei $\alpha = 0^\circ$ zu finden sein muss. Danach wurde am Polarisator nichts mehr verändert.

Im Anschluss begann die Messung mit weißem Licht, indem in 4° Schritten von 0° bis 92° in die eine Richtung und von 356° bis 268° (entspricht in der Auswertung -4° bis -92°) in die andere Richtung gemessen wurde. Im Anschluss wurde dasselbe noch mit rotem und grünem Farbfilter durchgeführt.

4.2 Teil 2: Polarimeter und optisch aktive Substanzen

Im zweiten Versuchsteil sollten die Winkel α , um die die Polarisationssebene gedreht werden, der optisch aktiven Substanzen bei drei verschiedenen Farben gemessen werden. Diese sind rot, grün und blau.

Dabei wurde zunächst ein Farbfilter eingesetzt und das Bild des Halbschattenpolarimeters durch verstellen des Beobachtungsfernrohrs scharf gestellt. Dabei sollten zwei Hälften zu erkennen sein, deren Helligkeiten sich durch Drehen des Analysators im Halbschattenpolarimeters änderten. Zur Nullstellung wurde der Punkt gesucht, an dem beide Hälften genau gleich dunkel (Halbschatten) waren. Dieser Winkel wurde als Nullpunkt für den Farbfilter festgelegt und muss beim späteren Verwenden der Winkel berücksichtigt werden. Im Anschluss wurde in den bisher leeren Halbschattenpolarimeter nacheinander eine Küvette mit linksdrehendem Quarzfenster, eine mit rechtsdrehendem Quarzfenster und zwei Zuckerlösungen, eine mit bekannter Konzentration in einem längeren Zylinder und eine unbekannte kürzere. Alle Längen d der optisch aktiven Substanzen waren dabei gegeben und mussten nicht gemessen werden. Nach dem Einsetzen einer Substanz musste der Winkel gefunden werden, unter dem nun beide Hälften gleich dunkel waren, um damit die Drehung durch die Substanz erhalten zu können. Dieser Vorgang verlief bei allen vier Substanzen äquivalent.

Bei den anderen beiden Farbfiltern wurde danach das Finden der Nullstellung und die Messung der Drehung durch die optisch aktiven Medien exakt gleich durchgeführt.

5 Auswertung

5.1 Linear polarisiertes Licht

Der Ablesefehler auf den Winkel α wurde hier mit $s_\alpha = 1^\circ$ abgeschätzt und der Fehler auf die Spannung U mit $s_U = 0,1\text{mV}$.

Zunächst soll aus den gemessenen Spannungen das Verhältnis der Intensitäten I'/I berechnet werden, wobei I die maximale Intensität bezeichnet, die man erhält, wenn der Analysator um $\alpha = 0^\circ$ zum Polarisator verkippt ist. Dabei kann zur Berechnung dieses Verhältnisses die Spannung genommen werden, da die gemessene Spannung proportional zur Intensität ist.

Anschließend werden die Winkel gegen die berechneten Verhältnisse in ein Diagramm aufgetragen, wobei als Vergleich der Verlauf der Funktion $f(\alpha) = \cos(\alpha)^2$ eingezeichnet ist. Diese Funktion ist in den folgenden Diagrammen in Form einer gepunkteten Linie eingezeichnet. Die Intensitätsverhältnisse, ohne Farbfilter über die Winkel aufgetragen, können Abbildung 3 entnommen werden.

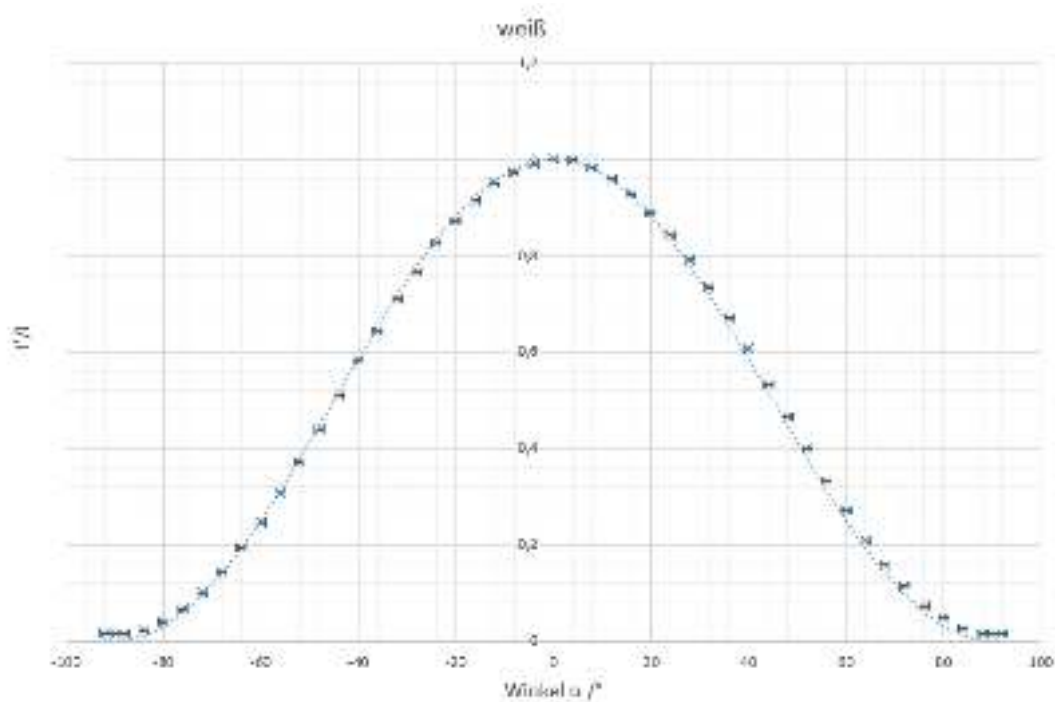


Abbildung 3: Intensitätsverhältnis bei Licht ohne Farbfilter

In Abbildung 4 ist das gleiche mit rotem Licht zu sehen.

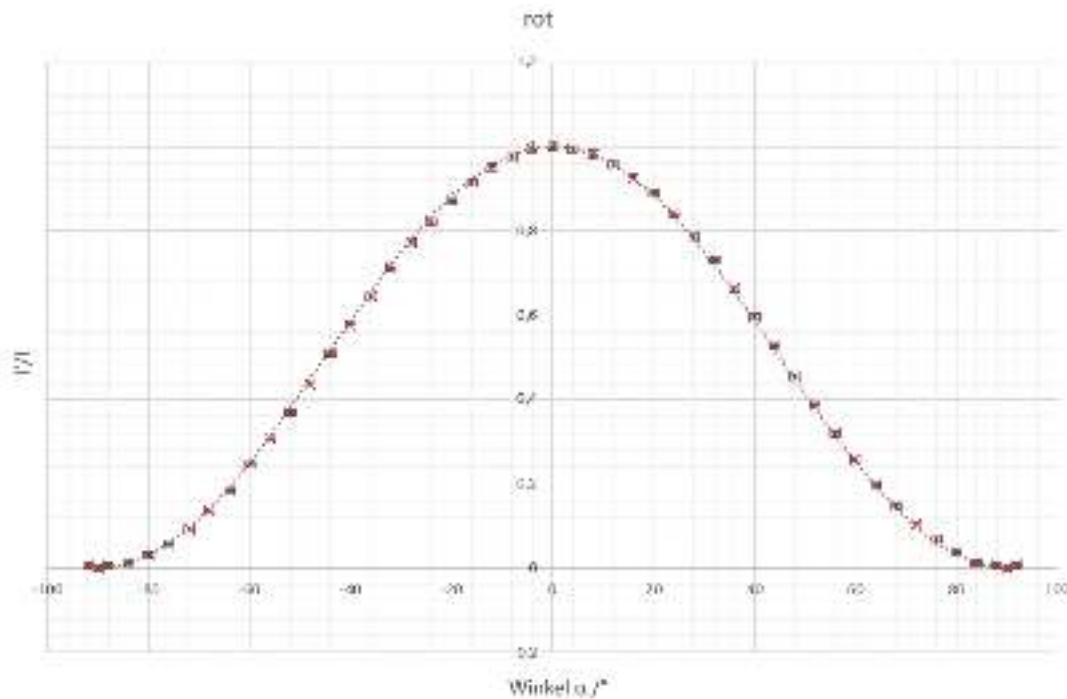


Abbildung 4: Intensitätsverhältnis bei rotem Licht

Abbildung 5 zeigt das Verhältnis für Licht mit einem grünen Farbfilter.

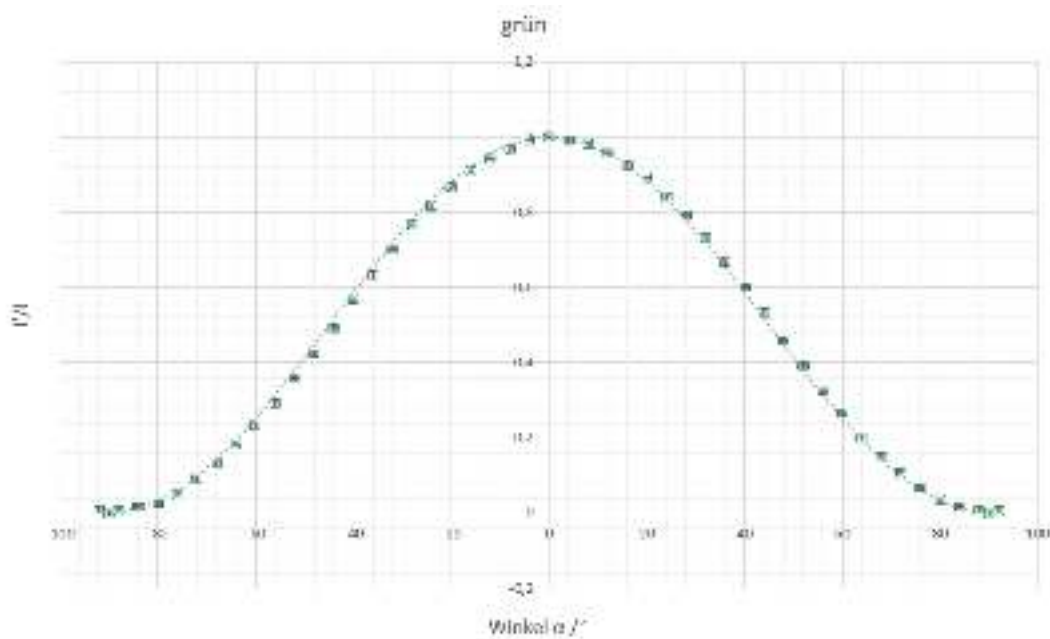


Abbildung 5: Intensitätsverhältnis bei grünem Licht

Der Fehler in x-Richtung ist dabei der oben genannte Ablesefehler auf den Winkel α und der Fehler in y-Richtung lässt sich über

$$s_{I'/I} = \sqrt{\left(\frac{\partial I'}{\partial I'} \cdot s_{I'}\right)^2 + \left(\frac{\partial I'}{\partial I} \cdot s_I\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{I} \cdot s_{I'}\right)^2 + \left(-\frac{I'}{I^2} \cdot s_I\right)^2}, \quad (5.1)$$

berechnen, wobei die Fehler s_I und $s_{I'}$ proportional zu den Fehlern auf die Spannung verhalten.

Durch die Normierung fällt eben dieser Proportionalitätsfaktor weg und die Fehler auf die normierten Intensitäten verhalten sich wie die auf die normierten Spannungen.

5.2 Polarimeter und optisch aktive Substanzen

Quarz

Der Ablesefehler auf den Winkel α wurde mit $s_\alpha = 0,1^\circ$ abgeschätzt. Als erstes wurden nacheinander die beiden Quarzplatten eingesetzt, bei denen es sich um eine linksdrehende und eine rechtsdrehende Platte handelt. Der Durchmesser der Platten beträgt $d = 1,5\text{mm}$.

Das Drehvermögen wurde hier für rotes, grünes und blaues Licht über die Formel 2.3 berechnet. Die entsprechenden Werte können Tabelle 1 entnommen werden. Dabei muss beachtet werden, dass bei den verschiedenen Farbfiltren jeweils erst die Nullstellung ermittelt werden musste, sodass dies bei den abgelesenen Winkeln noch zu addieren bzw. subtrahieren war. Dabei ist zu beachten, dass der Fehler auf die neu berechneten Winkel dann

$$s_{\alpha_n} = \sqrt{s_\alpha^2 + s_\alpha^2} = 0,14^\circ \quad (5.2)$$

beträgt.

Quarz			
rechtsdrehend		linksdrehend	
d_λ [mm]	1,5	d_λ [mm]	1,5
grün		grün	
α [°]	45,3	α [°]	-37,5
α_{fest} [°/mm]	30,2	α_{fest} [°/mm]	-25,0
rot		rot	
α [°]	28,8	α [°]	-27,6
α_{fest} [°/mm]	19,2	α_{fest} [°/mm]	-18,4
blau		blau	
α [°]	61,0	α [°]	-57,4
α_{fest} [°/mm]	40,7	α_{fest} [°/mm]	-38,3

Tabelle 1: Messergebnisse und Drehvermögen von Quarz

Der Fehler auf das Drehvermögen α_{fest} lässt sich dabei über

$$s_{\alpha_{\text{fest}}} = \frac{s_{\alpha_n}}{d} = 0,09^\circ/\text{mm} \quad (5.3)$$

bestimmen.

Die positiven Werte stehen hier für einen Drehsinn von vorne betrachtet im Uhrzeigersinn (rechtsdrehend), die negativen zeigen eine Drehung gegen den Uhrzeigersinn (linksdrehend) an.

Zuckerlösung

Zuerst soll das Drehvermögen einer Zuckerlösung mit einer bekannten Konzentration von $c = (0,213 \pm 0,005)\text{g/cm}^3$ für verschiedene Wellenlängen berechnet werden. Die Länge des Rohrs beträgt dabei $d = 1,909\text{dm}$.

Über Gleichung 2.4 erhält man dieses für die verschiedenen Farben, wie in Tabelle 2 zu sehen ist.

Der Fehler auf das Drehvermögen der Zuckerlösung wird dabei über

$$s_{\alpha_{\text{Lös}}} = \sqrt{\left(\frac{s_\alpha}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{s_c}{c}\right)^2} \cdot \alpha_{\text{Lös}} \quad (5.4)$$

Größe	α	$\alpha_{L\ddot{o}s}$	$s_{\alpha_{L\ddot{o}s}}$
Einheit	Grad	$\frac{\text{Grad}}{\text{dm} \cdot \text{g}/\text{cm}^3}$	$\frac{\text{Grad}}{\text{dm} \cdot \text{g}/\text{cm}^3}$
grün	33,3	81,9	2,0
rot	27,3	67,1	1,6
blau	47,0	115,6	2,7

Tabelle 2: Drehvermögen der Zuckerlösung für die verschiedenen Farben

berechnet.

Insgesamt hat man somit ein von der Wellenlänge abhängiges Drehvermögen, das für die verschiedenen Farben folgende Werte hat:

$$\alpha_{L\ddot{o}s, \text{grün}} = (81,9 \pm 2,0) \frac{\text{Grad}}{\text{dm} \cdot \text{g}/\text{cm}^3}, \quad (5.5)$$

$$\alpha_{L\ddot{o}s, \text{rot}} = (67,1 \pm 1,6) \frac{\text{Grad}}{\text{dm} \cdot \text{g}/\text{cm}^3}, \quad (5.6)$$

$$\alpha_{L\ddot{o}s, \text{blau}} = (115,6 \pm 2,7) \frac{\text{Grad}}{\text{dm} \cdot \text{g}/\text{cm}^3}. \quad (5.7)$$

Im zweiten Teil wird mithilfe des zuvor ermittelten Drehvermögens die Konzentration einer zweiten Zuckerlösung bestimmt. Die Länge des mit der Lösung gefüllten Rohrs beträgt $d = 0,9504 \text{ dm}$.

Gleichung 2.4 wird nach der Konzentration c umgestellt und die Werte für α , $\alpha_{L\ddot{o}s}$ und d eingesetzt. Die dadurch berechneten Ergebnisse können Tabelle 3 entnommen werden.

Größe	α	c	s_c
Einheit	Grad	$\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	$\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
grün	41,4	0,532	0,013
rot	25	0,392	0,010
blau	55,9	0,509	0,012

Tabelle 3: Drehvermögen der Zuckerlösung für die verschiedenen Farben

Den Fehler erhält man hierbei über

$$s_c = \sqrt{\left(\frac{s_\alpha}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{s_{\alpha_{L\ddot{o}s}}}{\alpha_{L\ddot{o}s}}\right)^2} \cdot c. \quad (5.8)$$

Aus diesen Werten für die Konzentration wird mit

$$\bar{c} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c_i \quad (5.9)$$

das arithmetische Mittel berechnet. Den Fehler auf diesen erhält man über

$$s_{\bar{c}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \left(\frac{\sum_{i=1}^n s_{c_i}}{n} \right) \quad (5.10)$$

Die Konzentration der zweiten Zuckerlösung ist somit

$$c = (0,47 \pm 0,01) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}. \quad (5.11)$$

6 Zusammenfassung und Diskussion

6.1 Linear polarisiertes Licht

In diesem Versuchsteil entsprechen die Werte aller gemessenen Versuchsreihen mit verschiedenen Farbfiltern innerhalb des einfachen Vertrauensintervalls dem erwarteten Verlauf einer $\cos^2$ -Funktion. Lediglich bei der Versuchsreihe mit weißem Licht ist ein leichter Offset zu sehen, der daraus resultiert, dass die Fotodiode weiter von den beiden Polarisatoren entfernt war als bei den Durchführungen für die anderen beiden Farben. Dadurch wurde etwas mehr Intensität gemessen, da es im Versuchsraum hell war. Da die Versuchsreihe mit weißem Licht als erstes durchgeführt wurde, konnte der bemerkte Offset für die beiden weiteren Messreihen durch Verschieben der Fotodiode in Richtung des Analysators vermieden werden.

Außerdem ist in den Diagrammen deutlich ersichtlich, dass keine Wellenlängenabhängigkeit der Transmission beobachtet werden kann.

6.2 Polarimeter und optisch aktive Substanzen

Quarz

Die berechneten spezifischen Drehvermögen des rechtsdrehenden Quarzes ergeben für grünes Licht

$$\alpha_{fest} = (30,2 \pm 0,1) \frac{\text{Grad}}{\text{mm}}, \quad (6.1)$$

für rotes

$$\alpha_{fest} = (19,2 \pm 0,1) \frac{\text{Grad}}{\text{mm}} \quad (6.2)$$

und für blaues

$$\alpha_{fest} = (40,7 \pm 0,1) \frac{\text{Grad}}{\text{mm}}. \quad (6.3)$$

Für den linksdrehenden Quarz ergeben sie sich für grün zu

$$\alpha_{fest} = (-25,0 \pm 0,1) \frac{\text{Grad}}{\text{mm}}, \quad (6.4)$$

für rot zu

$$\alpha_{fest} = (-18,4 \pm 0,1) \frac{\text{Grad}}{\text{mm}} \quad (6.5)$$

und für blau zu

$$\alpha_{fest} = (-38,3 \pm 0,1) \frac{\text{Grad}}{\text{mm}}. \quad (6.6)$$

Bei diesen Werten ist deutlich zu erkennen, dass das Drehvermögen von der Wellenlänge abhängt, da es für größere Wellenlängen deutlich geringer ist als für kürzere Wellenlängen.

Obwohl die durch Fehlerfortpflanzung berechneten Unsicherheiten sehr gering sind, könnte die Korrektheit der berechneten Werte vor allem für blau aber auch für die anderen Farben angezweifelt werden, da es sehr schwer war zu erkennen, wann beide Hälften dieselbe Helligkeit hatten. Das lag an den großen Wellenlängenbereichen, die, vor allem beim blauen Filter, durchgelassen wurden. Aus diesem Grund wurde für die Messung versucht, den Winkel mit der allgemein ausgeprägtesten Dunkelheit ohne auffällige Farbunterschiede zu wählen, da komplette Farb- und Helligkeitsgleichheit nicht eindeutig erreicht werden konnte. Nach demselben Prinzip wurde auch bei den Zuckerlösungen vorgegangen.

Zuckerlösung

Die Ergebnisse zum spezifischen Drehvermögen der Zuckerlösung mit gegebener Konzentration ergaben sich zu

$$\alpha_{L\ddot{o}s,gr\ddot{u}n} = (81,9 \pm 2,0) \frac{\text{Grad}}{\text{dm} \cdot \text{g}/\text{cm}^3}, \quad (6.7)$$

$$\alpha_{L\ddot{o}s,rot} = (67,1 \pm 1,6) \frac{\text{Grad}}{\text{dm} \cdot \text{g}/\text{cm}^3}, \quad (6.8)$$

$$\alpha_{L\ddot{o}s,blau} = (115,6 \pm 2,7) \frac{\text{Grad}}{\text{dm} \cdot \text{g}/\text{cm}^3}, \quad (6.9)$$

$$(6.10)$$

Die über die spezifischen Drehvermögen der ersten Zuckerlösung berechnete Konzentration der zweiten Zuckerlösung beträgt

$$c = (0,47 \pm 0,01) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}. \quad (6.11)$$

Dabei waren die Einzelergebnisse der verschiedenen Farben für die Konzentration der Zuckerlösung stark voneinander abweichend. Vor allem für rotes Licht wurde eine sehr geringe Konzentration berechnet. Diese starken Unterschiede könnten vor allem an den beschriebenen Problemen und starken Unsicherheiten bei der Messung liegen.

7 Literatur

[1] Versuchsaufbau

*Physiklabor für Anfänger*innen Teil 2; Teil A, Seite 146f.*

8 Anhang

23.02.18

Versuch 75

Teil 81:

Bestimmung der Intensität Analysator: 0° Detektor: 0°

Winkel / $^\circ$ Spannung / mV

0	83,7	88	4,3
4	83,5	90	4,3
8	82,7	92	4,3
12	80,3		
16	77,7		
20	74,5		
24	70,5		
28	66,3		
32	61,5		
36	56,1		
40	50,8		
44	44,6		
48	38,9		
52	33,4		
56	27,7		
60	22,7		
64	17,4		
68	13,2		
72	9,6		
76	6,3		
80	4,0		
84	2,2		

Fehler

Winkel: $\pm 0,1^\circ$

Spannung: $\pm 0,1 \text{ mV}$

Temp. / °C	Spannung / mV	Zeit / s	Spannung / mV
-4	82.9	0	16.3
-8	81.5	4	16.2
-12	79.6	8	16.0
-16	76.6	12	15.6
-20	73	16	15.1
-24	69.2	20	14.5
-28	64.1	24	13.7
-32	59.4	28	12.8
-36	53.8	32	11.9
-40	48.6	36	10.8
-44	42.6	40	9.7
-48	36.8	44	8.6
-52	31.1	48	7.4
-56	25.8	52	6.3
-60	20.6	56	5.2
-64	16.3	60	4.2
-68	12.0	64	3.2
-72	8.3	68	2.4
-76	5.5	72	1.7
-80	3.3	76	1.1
-84	1.8	80	0.6
-88	1.3	84	0.2
-90	1.3	88	0.1
-92	1.4	90	0.0
		92	0.1

Winkel / °	Spannung / mV	Winkel / °	Spannung / mV
-4	-16,2	0	12
-8	-15,9	4	11,9
-12	-15,5	8	11,8
-16	-14,9	12	11,5
-20	-14,2	16	11,1
-24	-13,4	20	10,7
-28	-12,6	24	10,1
-32	-11,6	28	9,5
-36	-10,5	32	8,8
-40	-9,4	36	8,0
-44	-8,3	40	7,2
-48	-7,1	44	6,4
-52	-6,0	48	5,5
-56	-5,0	52	4,7
-60	-4,0	56	3,9
-64	-3,0	60	3,2
-68	-2,2	64	2,4
-72	-1,5	68	1,8
-76	-0,9	72	1,3
-80	-0,5	76	0,8
-84	-0,2	80	0,4
-88	-0,1	84	0,2
-90	0,0	88	0,1
-92	0,1	90	0,0
		92	0,1

Quarz		rot (gült)	
Winkel / °	Spannung / mV	ohne Material: $\alpha = 2,7^\circ$ (rechts)	
-4	11,3	Quarz (B) (links): $\alpha_B = 25,3^\circ$ (links)	
-8	11,6	$\alpha_B = 25,3^\circ$ (links)	
-12	11,3		
-16	10,9	Quarz (rechts): $\alpha_A = 48^\circ$ (rechts)	
-20	10,4	Zucker (lang): $\alpha_L = 36^\circ$ (rechts)	
-24	9,8	$d_L = 90,9 \text{ mm}$	
-28	9,2		
-32	8,4	Zucker (kurz): $\alpha_K = 44,4^\circ$ (rechts)	
-36	7,6	$d_K = 95,09 \text{ mm}$	
-40	6,8		
-44	5,9		
-48	5,1		
-52	4,3		
-56	3,5		
-60	2,8		
-64	2,2		
-68	1,6		
-72	1,1		
-76	0,6		
-80	0,3		
-84	0,2		
-88	0,1		
-90	0,0		
-92	0,1		

rot	
ohne Material: $\alpha = 2,3^\circ$ (rechts)	
Quarz (B) (links): $\alpha_B = 25,3^\circ$ (links)	
Quarz (A) (rechts): $\alpha_A = 31,1^\circ$ (rechts)	
Zucker (lang): $\alpha_L = 29,6^\circ$ (rechts)	
Zucker (kurz): $\alpha_K = 27,3^\circ$ (rechts)	

blau	
ohne Material: $\alpha = 3,9^\circ$ (rechts)	
Quarz (B) (links): $\alpha_B = 53,5^\circ$ (links)	
Quarz (A) (rechts): $\alpha_A = 64,9^\circ$ (rechts)	
Zucker (lang): $\alpha_L = 50,9^\circ$ (rechts)	
Zucker (kurz): $\alpha_K = 59,8^\circ$ (rechts)	

Fehler auf α : $S_\alpha = \pm 0,1^\circ$

V.T. 22.2. P. Thiemann