

Versuch 80

Bestimmung der spezifischen Elektronenladung e/m

Protokoll des Anfänger-Praktikums II



Gruppe 14

Durchgeführt am
23.03.2018

Inhaltsverzeichnis

1	Versuchsziel	3
2	Grundlagen	3
3	Versuchsaufbau	5
4	Versuchsdurchführung	6
5	Auswertung	7
5.1	Bestimmung der spezifischen Elektronenladung	7
5.2	Abhängigkeit vom Einschusswinkel	9
6	Zusammenfassung und Diskussion	14
6.1	Bestimmung der spezifischen Elektronenladung	14
6.2	Abhängigkeit vom Einschusswinkel	14
7	Literatur	16
8	Anhang	17

1 Versuchsziel

In diesem Versuch wird ein mit Argon gefüllter Glaskolben verwendet, in dem sich eine Elektronenkanone befindet, die Elektronen emittiert. Diese werden von einem magnetischen Feld, das von einem außen angebrachten Helmholtzspulenpaar induziert wird, beeinflusst. Ziel des Versuchs ist es dabei im ersten Teil über den Radius der Kreisbahn die spezifische Elektronenladung zu bestimmen und im zweiten Teil den Zusammenhang zwischen dem Einschusswinkel α , Radius r und der Ganghöhe s der erhaltenen Spiralbahn zu überprüfen.

2 Grundlagen

In einem beschleunigenden elektrischen Feld E erhalten Elektronen beim Durchlaufen einer Strecke d die kinetische Energie

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU \quad \text{mit } U = E \cdot d. \quad (2.1)$$

Dabei bezeichnet U die angelegte Spannung, m die Elektronenmasse und e die Elementarladung. Umgeformt ergibt sich die Gleichung zu

$$v = \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m} \cdot U}. \quad (2.2)$$

In einem Magnetfeld B wirken Kräfte auf geladene Teilchen, wenn sie nicht parallel zu den Magnetfeldlinien laufen. Diese Kräfte verändern die Flugbahn des Teilchens. Bewegen sich zum Beispiel Elektronen senkrecht zu den Magnetfeldlinien mit einer Geschwindigkeit v , dann wirkt die Lorentz-Kraft F_L mit

$$F_L = evB. \quad (2.3)$$

Dabei bezeichnet e die Elementarladung und B die magnetische Flussdichte. Diese Kraft wirkt immer senkrecht zu den Feldlinien und der bisherigen Bewegungsrichtung des Elektrons. Dadurch kommt es in homogenen Magnetfeldern zu einer Kreisbahn der Elektronen, immer unter der Voraussetzung, dass der Geschwindigkeitsvektor senkrecht zu den Feldlinien steht. Aus diesem Grund wirkt die Lorentz-Kraft als Zentripetalkraft $F_Z = \frac{mv^2}{r}$, woraus folgt

$$F_L = F_Z \quad (2.4)$$

$$\Leftrightarrow evB = \frac{mv^2}{r}. \quad (2.5)$$

Dabei bezeichnet m die Masse des Elektrons und r den Radius der Kreisbahn. Durch Einsetzen von (2.2) und Umformen der Gleichung erhält man

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2 B^2}, \quad (2.6)$$

wobei es sich bei $\frac{e}{m}$ um die spezifische Elektronenladung handelt.

Werden nun ein magnetisches- und ein elektrisches Feld kombiniert, kann man die Elektronen auf viele Arten beeinflussen. Das elektrische Feld ist in diesem Versuch lediglich zur Beschleunigung der Elektronen nötig, während das Magnetfeld verwendet wird, um die Elektronen auf eine Kreisbahn zu lenken. Die Umlauffrequenz ω_z der Elektronen auf der Kreisbahn kann über

$$\omega_z = 2\pi\nu_z = \frac{|q|}{m}B \quad (2.7)$$

berechnet werden. ν_z bezeichnet die Frequenz und q ist die Ladung der Teilchen und entspricht in diesem Versuch e , da es sich um Elektronen handelt.

Immer wenn die Elektronen nicht exakt senkrecht zum Magnetfeld einfallen, muss die Geschwindigkeit in einen Anteil parallel zu den Feldlinien $v_{\parallel}$ und einen Anteil senkrecht zu den Feldlinien $v_{\perp}$ aufgeteilt werden. Der parallele Anteil läuft dabei ohne Ablenkung weiter und bewirkt deshalb, dass die Kreisbahn zu einer schraubenförmigen Bahn verzogen wird. Zwischen dem Winkel α , unter dem die Elektronen ins Magnetfeld eintreten, der Ganghöhe s und dem Radius r ergibt sich folgender Zusammenhang

$$\tan \alpha = \frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}} = \frac{s}{2\pi r}. \quad (2.8)$$

3 Versuchsaufbau

Der Aufbau des Versuchs besteht aus einem Netzgerät mit Anschlüssen für die Anodenspannung U , welche benötigt wird um die Elektronen zu beschleunigen, die Stromstärke der Helmholtzspulen I , die für das annähernd homogene Magnetfeld sorgt, die Spannung für die Ablenkplatten U_A , die Heizung H , die dafür sorgt, dass Elektronen von der Kathode emittiert werden, und der Wehneltspannung U_W , die dafür sorgt, dass der Wehneltzylinder den Elektronenstrahl fokussiert. Diese werden alle an das Fadenstrahlrohr angeschlossen, welches den zweiten Teil des Versuchsaufbaus darstellt. Außerhalb des Glaskolbens befinden sich die Helmholtzspulen und der Glaskolben ist mit Argon gefüllt. Der schematische Aufbau des Versuchs ist in Abbildung 1 zu sehen.

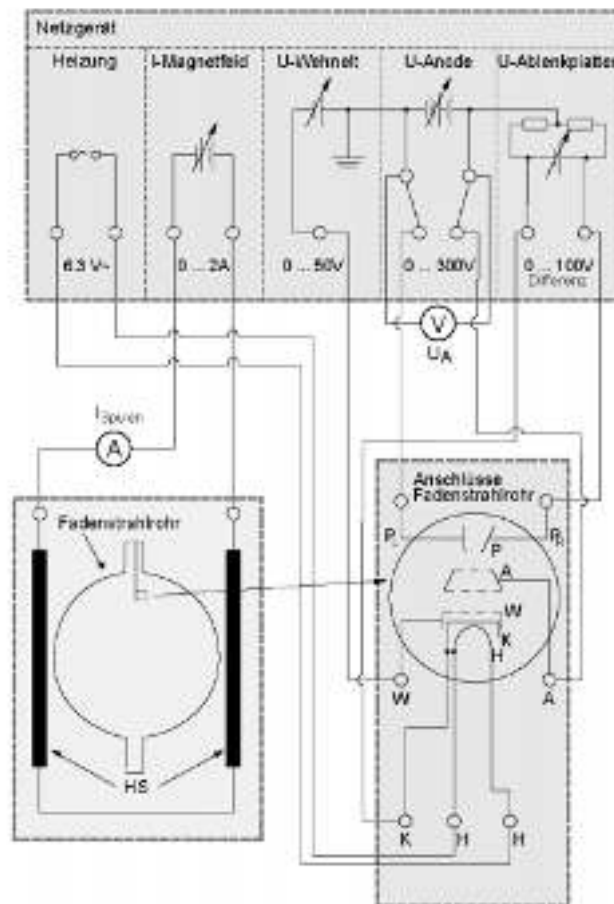


Abbildung 1: Schematischer Versuchsaufbau mit Netzgerät und Fadenstrahlrohr. Dabei bezeichnet H die Heizung der Glühkathode, P_L/P_R die beiden Ablenkplatten, HS die Helmholtzspulen, K die Kathode und W den Wehneltzylinder. In diesem Aufbau sind allerdings zwei Anschlüsse (von U-Anode und U-Ablenkplatten) vertauscht. [1]

4 Versuchsdurchführung

Zu Beginn des Versuchs wurden die Anschlüsse der Anleitung gemäß aufgebaut. Danach war es notwendig den Raum stark abzudunkeln, da der Elektronenstrahl nur relativ schwach leuchtete. Die Wehneltspannung wurde voll aufgedreht und die Spannung der Ablenkplatten auf null gestellt. Die Heizung musste voll angestellt sein. Zunächst änderte man Spannung und Stromstärke auf verschiedene Werte, um sich mit dem Versuchsaufbau vertraut zu machen. Dabei fiel auf, dass das Voltmeter bei Spannungen unter 50V keine sinnvollen Ergebnisse anzeigen konnte. Aus diesem Grund wurde während der gesamten Messungen nur mit höheren Spannungen gearbeitet. Sowohl für die Spannungsmessung, als auch für die Strommessung wurde ein Digitales Multimeter (UT51 Multimeter) verwendet.

Im ersten Versuchsteil wurden zunächst Spannung U und Strom I maximal gestellt. Im Anschluss musste der Winkel so eingestellt werden, dass nur ein Kreis und keine Spiralförmigkeit zu erkennen war. Dieser Offset wurde notiert. Dann wurden bei 10 Wertepaaren von Spannung und Stromstärke (beginnend bei den maximalen Werten) der Durchmesser $2r$ der Kreisbahn abgelesen, indem die Höhe des untersten Punkts und die Höhe des obersten Punkts des Kreises gemessen wurden. Um möglichst genau abzulesen wurde die Skala zunächst abgedunkelt, um den korrekten Winkel zum Ablesen erkennen zu können, bei dem der Kreispunkt im Spiegel äquivalent zu dem realen Kreispunkt war. Nach dieser Justierung des Blickwinkels wurde die Skala zum Ablesen des Werts wieder heller gedreht. Dies wurde für den obersten Kreispunkt und für alle anderen Wertepaare nach dem gleichen Prinzip durchgeführt.

Im zweiten Teil musste aufgrund von technischen Problemen der Aufbau gewechselt werden. Aus diesem Grund gab es für den zweiten Versuchsteil ein zusätzliches Magnetfeld, das mit einbezogen werden musste. Außerdem musste der Offset neu bestimmt werden (-7°). Danach wurde die Stromstärke auf etwa 1,5A gestellt und die Spannung so angepasst, dass sich für den entstehenden Kreis ein Radius von etwa 3cm ergab. Im Anschluss wurden bei vier verschiedenen Winkeln der Durchmesser $2r$ nach dem selben Prinzip wie in Teil 1 gemessen und die Ganghöhe s durch ablesen von oben bestimmt. Dafür gab es eine zusätzliche Ableseskala am Boden des Versuchsaufbaus.

5 Auswertung

5.1 Bestimmung der spezifischen Elektronenladung

Zunächst wird aus den gemessenen oberen und unteren Punkten des Kreises die Differenz berechnet, um den Durchmesser zu erhalten, der halbiert den Radius ergibt. Dieser ergibt sich somit über

$$r = \frac{d_2 - d_1}{2}, \quad (5.1)$$

wobei d_2 den oberen Kreispunkt und d_1 den unteren bezeichnet.

Anschließend wird über die eingestellte Stromstärke das angelegte Magnetfeld berechnet. Dieses ist proportional zum Strom und ergibt sich für diesen Versuchsaufbau über den Proportionalitätsfaktor γ [1, S.151] mit

$$B = 0,78 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{I}{A} \right) T = \gamma \cdot I. \quad (5.2)$$

Über Gleichung (2.6) lässt sich die spezifische Elektronenladung e/m berechnen. Alle hier ermittelten Werte können Tabelle 1 entnommen werden.

U [V]	I [A]	d_1 [cm]	d_2 [cm]	r [m]	B [T]	$e/m \cdot 10^{11}$ [C/kg]
287	1,688	5,8	14,9	0,05	0,0013	1,60
249	1,636	6,1	13,7	0,04	0,0013	2,12
218	1,566	6,5	13,5	0,04	0,0012	2,39
198	1,194	5,6	14,4	0,04	0,0009	2,36
186	1,064	5,5	14,6	0,05	0,0008	2,61
176	0,922	5,0	15,5	0,05	0,0007	2,47
150	0,833	4,9	15,0	0,05	0,0006	2,79
163	1,071	5,7	13,6	0,04	0,0008	2,99
263	1,366	5,2	14,3	0,05	0,0011	2,24
155	1,612	6,2	13,7	0,04	0,0013	1,39

Tabelle 1: Messwerte und berechnete Werte für das Magnetfeld und die spezifische Elektronenladung

Aus den Ergebnissen für die spezifische Elektronenladung wird das arithmetische Mittel über

$$\overline{\frac{e}{m}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{e}{m} \right)_i = 2,30 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \quad (5.3)$$

berechnet, wobei n die Anzahl der durchgeführten Messungen bezeichnet. Um die Streuung der Messergebnisse zu betrachten, wird die Varianz s_x^2 mit

$$s_x^2 = 2,4 \cdot 10^{21} \frac{C^2}{kg^2} \quad (5.4)$$

ermittelt, aus der sich die Standardabweichung s_x über

$$s_x = \sqrt{s_x^2} = 4,9 \cdot 10^{10} \frac{C}{kg} \quad (5.5)$$

ergibt. Diese gibt die statistische Streuung der Messergebnisse an. Den Fehler auf den Mittelwert erhält man daraus über

$$s_{\overline{(e/m)}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}} = 0,16 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \quad (5.6)$$

sodass der Mittelwert der spezifischen Elektronenladung insgesamt

$$\overline{\left(\frac{e}{m}\right)} = (2,30 \pm 0,16) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \quad (5.7)$$

ist.

Anschließend wird beispielhaft für einen Datensatz die Unsicherheit der statistischen und systematischen Fehler durchgeführt, in diesem Fall für den ersten Datensatz mit $U = 287\text{V}$, $I = 1,688\text{A}$ und einer berechneten Elektronenladung von $e/m = 1,60 \cdot 10^{11} \text{C/kg}$.

Die Ablesefehler von den Messgeräten betragen dabei 0,5 digits, während der Ablesefehler auf den oberen und unteren Kreispunkt als $s_{d_1} = s_{d_2} = 0,2\text{cm}$ abgeschätzt wurde.

Die Unsicherheit der vom Digitalmultimeter abgelesenen Spannung beträgt somit

$$s_U = \sqrt{\left(\frac{0,8 \cdot U/100 + 2}{\sqrt{3}}\right)^2 + 0,5^2} = 3\text{V} \quad (5.8)$$

und die der Stromstärke

$$s_I = \sqrt{\left(\frac{1,5 \cdot I/100 + 0,001}{\sqrt{3}}\right)^2 + 0,0005^2} = 0,015\text{A}, \quad (5.9)$$

wobei hier jeweils der statistische und systematische Fehler berücksichtigt wurde.

Der Fehler auf den Radius ergibt sich über die Ablesefehler auf die beiden Kreispunkte:

$$s_r = \frac{\sqrt{s_{d_1}^2 + s_{d_2}^2}}{2} = 0,14\text{cm} \quad (5.10)$$

Der Fehler auf das berechnete Magnetfeld ergibt sich analog zur Berechnung des Felds aus der Stromstärke über

$$s_B = \gamma \cdot s_I = 1,19 \cdot 10^{-5}\text{T}. \quad (5.11)$$

Den resultierenden Fehler auf die spezifische Elektronenladung erhält man über

$$s_{\frac{e}{m}} = \sqrt{\left(\frac{2}{r^2 B^2} \cdot s_U\right)^2 + \left(-\frac{4U}{r^3 B^2} \cdot s_r\right)^2 + \left(-\frac{4U}{r^2 B^3} s_B\right)^2} = 0,10 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}. \quad (5.12)$$

Zum Vergleich wird anschließend lediglich der systematische Fehler der Messgeräte berücksichtigt. Dabei werden die Ablesefehler, die statistische Fehler darstellen, nicht beachtet. Für s_U ergibt sich so

$$s_U = \sqrt{\left(\frac{0,8 \cdot U/100 + 2}{\sqrt{3}}\right)^2} = 2\text{V} \quad (5.13)$$

sowie für die Stromstärke

$$s_I = \sqrt{\left(\frac{1,5 \cdot I/100 + 0,001}{\sqrt{3}}\right)^2} = 0,015\text{A}. \quad (5.14)$$

Da sich der Fehler auf das Magnetfeld über den Fehler der Stromstärke ergibt, wird hier der systematische Fehler des Magnetfelds wie zuvor berechnet, wodurch sich ergibt

$$s_B = 1,19 \cdot 10^{-5}\text{T}. \quad (5.15)$$

Der systematische Fehler auf die spezifische Elektronenladung ist dann dementsprechend

$$s_{\frac{e}{m}} = \sqrt{\left(\frac{2}{r^2 B^2} \cdot s_U\right)^2 + \left(-\frac{4U}{r^2 B^3} s_B\right)^2} = 0,03 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}. \quad (5.16)$$

Alle drei so berechneten Fehler lassen sich in Tabelle 2 einsehen.

Art des Fehlers	Fehler [C/kg]
Standardabweichung	$0,5 \cdot 10^{11}$
systematischer Fehler	$0,03 \cdot 10^{11}$
Gesamtfehler	$0,10 \cdot 10^{11}$

Tabelle 2: Standardabweichung, systematischer Fehler und Gesamtfehler zum beispielhaften Wert $e/m = 1,60 \frac{\text{C}}{\text{kg}}$

5.2 Abhängigkeit vom Einschusswinkel

Die eingestellte Spannung hat den Wert

$$U = (141,3 \pm 0,5) \text{A} \quad (5.17)$$

und die Stromstärke ist

$$I = (1,503 \pm 0,014) \text{A}, \quad (5.18)$$

wobei es bei den hier angegebenen Unsicherheiten sowohl der systematische Fehler der Messgeräte als auch der statistische Ablesefehler berücksichtigt wurden. Die Berechnung erfolgt analog zum ersten Aufgabenteil.

Der Radius r_0 der Kreisbahn, auf der der Elektronenstrahl sich bewegt, hat den Wert

$$r_0 = (3,1 \pm 0,14) \text{cm}, \quad (5.19)$$

wobei es sich bei dessen Unsicherheit um die gleiche handelt wie im Aufgabenteil zuvor, da auch hier d_1 und d_2 abgelesen wurde.

Das Magnetfeld ergibt sich analog zum ersten Aufgabenteil zu

$$B = (1,17 \pm 0,01) \cdot 10^{-3} \text{T}, \quad (5.20)$$

wobei sich auch die Unsicherheit wie zuvor berechnen lässt.

Da hier der Versuchsaufbau gewechselt wurde und für den hier benutzen Aufbau das externe Magnetfeld bekannt war, muss dies hier berücksichtigt werden. Es wird dabei auf das angelegte Magnetfeld addiert. Die Unsicherheit bleibt dieselbe, da auf die Angabe des externen Magnetfelds keine Unsicherheit bekannt ist. Das weiterhin verwendete Magnetfeld ist somit

$$B = (1,19 \pm 0,01) \cdot 10^{-3} \text{T}. \quad (5.21)$$

Mithilfe eines Literaturwerts für die spezifische Elektronenladung von $e/m = 1,759 \cdot 10^{11} \text{C/kg}$ wird die Zyklotronkreisfrequenz über Gleichung 2.7 berechnet, die den Wert

$$\omega_Z = 2,09 \cdot 10^8 \text{1/s} \quad (5.22)$$

hat.

Der zugehörige Fehler lässt sich dabei über

$$s_{\omega_Z} = \frac{e}{m} \cdot s_B = 0,02 \cdot 10^8 \text{1/s} \quad (5.23)$$

ermitteln, sodass man insgesamt erhält

$$\omega_Z = (2,09 \pm 0,02) \cdot 10^8 \text{1/s.} \quad (5.24)$$

Die Zyklotronfrequenz ergibt sich über

$$\nu_Z = \frac{\omega_Z}{2\pi} = (3,33 \pm 0,03) \cdot 10^7 \text{1/s,} \quad (5.25)$$

wobei man den Fehler durch

$$s_{\nu_Z} = \frac{s_{\omega_Z}}{2\pi} \quad (5.26)$$

erhält.

Über den Zusammenhang

$$v = \omega_Z \cdot r \quad (5.27)$$

kann die Geschwindigkeit der Elektronen berechnet werden, die den Wert

$$v_0 = (6,5 \pm 0,3) \cdot 10^6 \text{m/s} \quad (5.28)$$

hat. Der hier schon genannte Fehler wird dabei über den Fehler der Kreisfrequenz und des eingestellten Radius fortgepflanzt und berechnet sich durch

$$s_{v_0} = v_0 \cdot \sqrt{\left(\frac{s_{\omega_Z}}{\omega_Z}\right)^2 + \left(\frac{s_{r_0}}{r_0}\right)^2} = 0,3 \cdot 10^6 \text{m/s.} \quad (5.29)$$

Daraus kann die kinetische Energie E_{kin} über

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = (1,9 \pm 0,2) \cdot 10^{-17} \text{J} \quad (5.30)$$

ermittelt werden, wobei für die Elektronenmasse ein Literaturwert von $m = 9,109 \cdot 10^{-31}$ [3, S.1386] verwendet wird.

Der Fehler ergibt sich über die Unsicherheit der Geschwindigkeit:

$$s_{E_{kin}} = \sqrt{\left(\frac{\partial E_{kin}}{\partial v} \cdot s_v\right)^2} = mv \cdot s_v = 0,17 \cdot 10^{-17} \text{J.} \quad (5.31)$$

Wie in Gleichung (2.1) ersichtlich ist, kann die Spannung über

$$U = \frac{E_{kin}}{e} = \frac{E_{kin}}{\frac{e}{m} \cdot e} \quad (5.32)$$

berechnet werden. Mit den zuvor schon erwähnten Literaturwerten für die spezifische Elektronenladung und die Elektronenmasse liefert dies einen Spannungswert von

$$U = (120 \pm 11) \text{V,} \quad (5.33)$$

wobei der Fehler über

$$s_U = \frac{s_{E_{kin}}}{\frac{e}{m} \cdot e} \quad (5.34)$$

berechnet wird.

Als nächstes werden die Messergebnisse des Bahnradius r und der Ganghöhe s für die unterschiedlichen eingestellten Winkel betrachtet. Eine gerade Kreisbahn wurde dabei bei einem

Winkel von $\alpha_0 = -7^\circ$ beobachtet, sodass dieser der Nulleinstellung entspricht. Die restlichen Winkel müssen dabei korrigiert werden durch

$$\alpha = \alpha_{gem} - \alpha_0. \quad (5.35)$$

Der Fehler auf die korrigierten Winkel ergibt sich über die Ablesefehler der beiden Winkelanlagen zu

$$s_\alpha = \sqrt{s_{\alpha_{gem}}^2 + s_{\alpha_0}^2} = 1,14^\circ, \quad (5.36)$$

wobei dieser beiden Ablesefehler jeweils auf $s_{\alpha_{gem}} = s_{\alpha_0} = 1^\circ$ abgeschätzt wurden.

Bei der Berechnung der Radien der Kreisbahnen wird analog zum vorherigen Teil vorgegangen.

Anschließend wird $\frac{s}{2\pi r}$ über $\tan \alpha$ mit Fehlerbalken aufgetragen, zu sehen in Abbildung 2.

Abhängigkeit vom Einschusswinkel

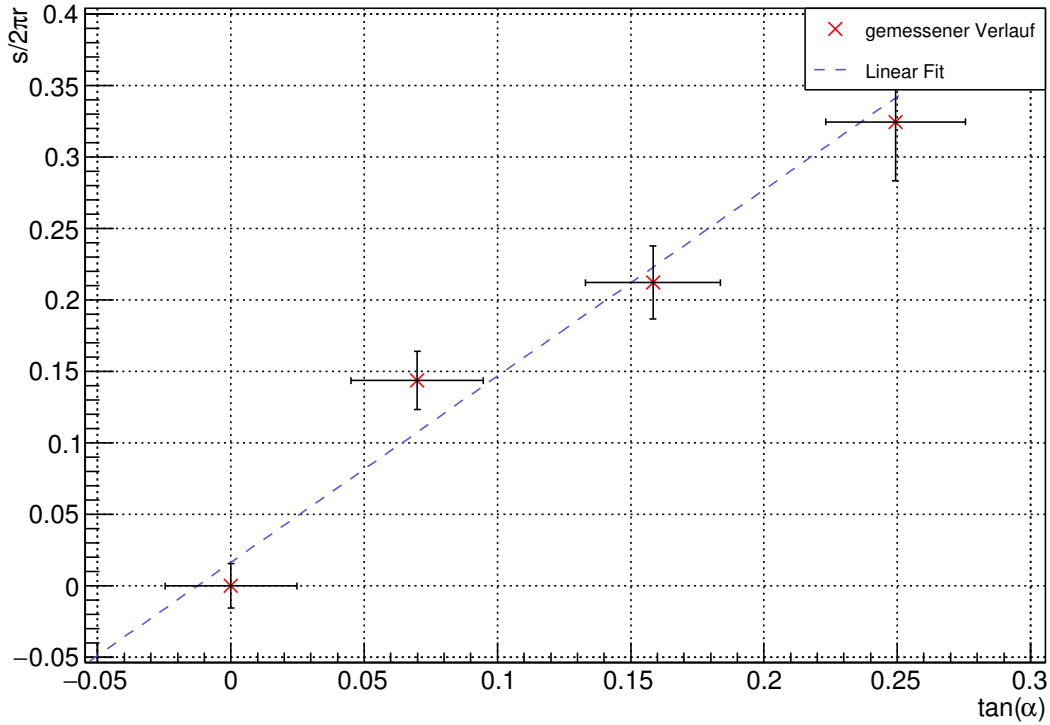


Abbildung 2: Zusammenhang des Bahnradius und der Ganghöhe mit dem eingestellten Einschusswinkel

Die Fehler auf $\frac{s}{2\pi r}$ ergeben sich dabei über

$$s_{s/2\pi r} = \frac{s}{2\pi r} \cdot \sqrt{\left(\frac{s_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{s_s}{s}\right)^2} \quad (5.37)$$

und die für $\tan(\alpha)$ über

$$s_{\tan(\alpha)} = \frac{1}{\cos(\alpha)^2}. \quad (5.38)$$

Die berechneten und in das Diagramm eingetragenen Werte sind in Tabelle 3 zu finden.

α [°]	$\tan(\alpha)$	r [cm]	s [cm]	$\frac{s}{2\pi r}$
0	$0,00 \pm 0,02$	3,1	0	$0,000 \pm 0,015$
4	$0,07 \pm 0,02$	3,1	2,8	$0,14 \pm 0,02$
9	$0,16 \pm 0,03$	3	4	$0,21 \pm 0,03$
14	$0,25 \pm 0,03$	2,5	5,1	$0,32 \pm 0,04$

Tabelle 3: Gemessene Winkel, Radien und Ganghöhen mit den berechneten Werten für $\tan(\alpha)$ und das Verhältnis $\frac{s}{2\pi r}$

Mittels PyROOT wird die Geradengleichung der Ausgleichsgeraden ermittelt. Diese ist

$$y = 1,3x + 0,016 \quad (5.39)$$

Die Steigung b mit Unsicherheit beträgt

$$b = 1,3 \pm 0,2. \quad (5.40)$$

Die durch Zusammenhang (2.8) erwartete Steigung ist dabei 1.

Als nächstes wird der senkrechte und der parallele Geschwindigkeitsanteil der Gesamtgeschwindigkeit der Elektronen berechnet. Dabei wird die Geschwindigkeit als Vektor angesehen, dessen senkrechter Anteil über

$$v_{\perp} = v_0 \cos(\alpha) \quad (5.41)$$

und dessen paralleler Teil über

$$v_{\parallel} = v_0 \sin(\alpha) \quad (5.42)$$

berechnet werden kann.

Die zugehörigen Fehler lassen sich dabei mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung ermitteln, sodass man

$$s_{v_{\perp}} = \sqrt{(\cos(\alpha) \cdot s_{v_0})^2 + (v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot s_{\alpha})^2} \quad (5.43)$$

sowie

$$s_{v_{\parallel}} = \sqrt{(\sin(\alpha) \cdot s_{v_0})^2 + (v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot s_{\alpha})^2} \quad (5.44)$$

erhält.

Die Geschwindigkeitsanteile für die unterschiedlichen Einschusswinkel können in Tabelle 4 eingesehen werden.

α [°]	$v_{\perp} \cdot 10^6$ [m/s]	$v_{\parallel} \cdot 10^5$ [m/s]
0	$6,5 \pm 0,3$	$0,0 \pm 1,6$
4	$6,5 \pm 0,3$	$4,5 \pm 1,6$
9	$6,4 \pm 0,3$	$10,1 \pm 1,7$
14	$6,3 \pm 0,3$	$15,7 \pm 1,7$

Tabelle 4: Anteil der Geschwindigkeiten parallel und senkrecht zum Magnetfeld bei verschiedenen Winkeln α .

Anschließend wird aus dem anfangs bei einem Einschusswinkel von 0° gemessenen Radius der Verlauf des Radius für zunehmende Winkel berechnet. Dies geschieht über

$$r(\alpha) = r_0 \cdot \cos(\alpha). \quad (5.45)$$

Den zugehörigen Fehler erhält man mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung über

$$s_{r(\alpha)} = \sqrt{(\cos(\alpha) \cdot s_{r_0})^2 + (-r_0 \sin(\alpha) s_\alpha)^2}. \quad (5.46)$$

Die so berechneten Radien in Abhängigkeit des Winkels werden zusammen mit den gemessenen Bahnradien in ein Diagramm aufgetragen, zu sehen in Abbildung 3

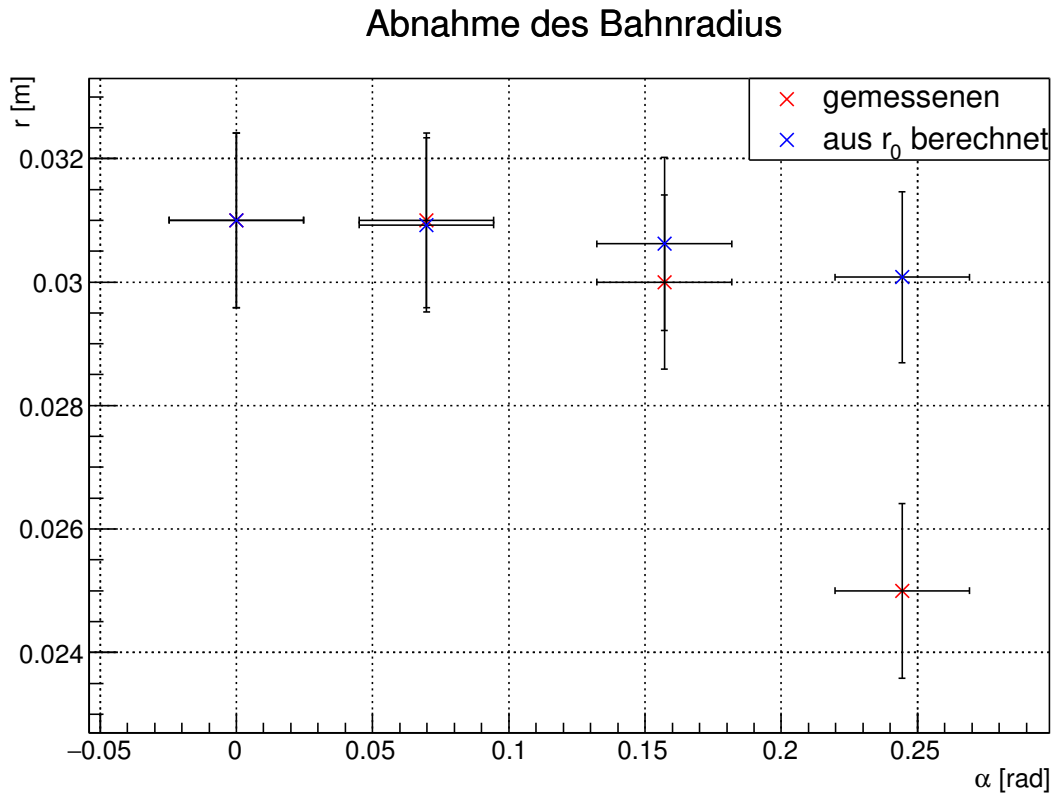


Abbildung 3: gemessene Bahnradien sowie aus dem Anfangsradius berechnete Radien über den eingestellten Einschusswinkel aufgetragen

Als Fehlerbalken sind die gerade berechneten Fehler für die aus r_0 berechneten Werte sowie die sich aus den Ablesefehlern der oberen und unteren Kreispunkte ergebenden Fehler der indirekt gemessenen Radien eingezeichnet.

6 Zusammenfassung und Diskussion

6.1 Bestimmung der spezifischen Elektronenladung

Für den berechneten Mittelwert und dessen Unsicherheit erhält man letztendlich

$$\boxed{\frac{e}{m} = (2,30 \pm 0,16) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}} \quad (6.1)$$

Dabei fließt in dieses Ergebnis nur der statistische Fehler mit ein, da der systematische Fehler durch die Messgeräte fünffmal kleiner ist als der statistische und deshalb vernachlässigt werden kann. Der erhaltene Wert liegt in einer 4σ -Umgebung zu dem gegebenen Literaturwert von $1,759 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ [1]. Die deutlichen Abweichungen zwischen dem gemessenen Wert und dem Literaturwert deutet darauf hin, dass hier ein systematischer Fehler vorliegt, da nahezu alle der Endergebnisse für die spezifische Elektronenladung zu hoch waren. Eine Erklärung dafür ist, dass für den in diesem Teil verwendeten Versuchsaufbau kein Wert für das dort wirkende Erdmagnetfeld angegeben war, sodass das tatsächliche vorherrschende Magnetfeld schwächer oder stärker als das durch die eingestellte Stromstärke berechnete war. Dies kann das Endergebnis unter anderem deutlich beeinflussen. Die Messung war dabei zusätzlich sehr ungenau, da der Elektronenstrahl sehr schwach und relativ ausgedehnt war, was das Ablesen erschwerte.

Die für einen bestimmten Datensatz, mit $\frac{e}{m} = 1,60 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ über Fehlerfortpflanzung ermittelte statistische Unsicherheit beträgt

$$s_{\frac{e}{m}} = 0,10 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \quad (6.2)$$

und die Standardabweichung der Einzelergebnisse

$$s_x = 0,5 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}. \quad (6.3)$$

Dabei fällt auf, dass die Streuung der Werte etwa fünffmal so groß ist wie die über Fehlerfortpflanzung berechnete Unsicherheit. Dies könnte dadurch erklärt werden, dass der Elektronenstrahl nur schwach sichtbar und nicht ganz scharf war und es deshalb insgesamt zu deutlich größeren Abweichungen bei den Messungen gekommen ist, als bei der Abschätzung der Fehler angenommen wurde. Aufgrund der schweren Verhältnisse beim Messen ist anzunehmen, dass der Fehler auf die Einzelergebnisse die statistischen Unsicherheit des deutlich besser beschreibt und man die Ablesefehler hätte größer wählen sollen.

6.2 Abhängigkeit vom Einschusswinkel

Die in diesem Versuchsteil ermittelte Zyklotronkreisfrequenz hat den Wert

$$\boxed{\omega_Z = (2,09 \pm 0,02) \cdot 10^8 \text{1/s}} \quad (6.4)$$

mit der zugehörigen Zyklotronfrequenz von

$$\boxed{\nu_Z = (3,33 \pm 0,03) \cdot 10^7 \text{1/s}} \quad (6.5)$$

Daraus ergibt sich für die Geschwindigkeit der Elektronen

$$\boxed{v_0 = (6,5 \pm 0,3) \cdot 10^6 \text{m/s}} \quad (6.6)$$

Diese Geschwindigkeit entspricht 2,1% der Lichtgeschwindigkeit.
Die darüber berechnete kinetische Energie ist

$$E_{kin} = (1,9 \pm 0,2) \cdot 10^{-17} \text{ J} , \quad (6.7)$$

woraus ein Spannungswert von

$$U = (120 \pm 11) \text{ V} \quad (6.8)$$

ermittelt werden kann. Dieser entspricht dem gemessenen Wert der angelegten Spannung von

$$U = (141,3 \pm 0,5) \text{ V} \quad (6.9)$$

innerhalb einer 2σ -Umgebung.

Bei der Darstellung von $s/2\pi r$ über $\tan(\alpha)$ tritt der erwartete lineare Zusammenhang auf. Die Steigung der Ausgleichsgerade hat den Wert

$$b = 1,3 \pm 0,2 . \quad (6.10)$$

und liegt damit innerhalb eines zweifachen Fehlerintervalls mit über Zusammenhang 2.8 erwarteten Steigung von $b = 1$, sodass der erwartete Zusammenhang zwischen Einschusswinkel, Bahnradius und Ganghöhe hier bestätigt werden kann.

Die anschließend betrachteten senkrechten und parallelen Anteile der Geschwindigkeit der Elektronen für verschiedene Einfallswinkel können Tabelle 5 entnommen werden.

α [°]	$v_{\perp} \cdot 10^6$ [m/s]	$v_{\parallel} \cdot 10^5$ [m/s]
0	$6,5 \pm 0,3$	$0,0 \pm 1,6$
4	$6,5 \pm 0,3$	$4,5 \pm 1,6$
9	$6,4 \pm 0,3$	$10,1 \pm 1,7$
14	$6,3 \pm 0,3$	$15,7 \pm 1,7$

Tabelle 5: Anteil der Geschwindigkeiten parallel und senkrecht zum Magnetfeld bei verschiedenen Winkeln α .

Dabei kann beobachtet werden, dass bei einer Vergrößerung des Einfallswinkels der Anteil senkrecht zum Magnetfeld immer mehr abnimmt und der parallele Anteil zunimmt. Bei einem Einfallswinkel von 0° ist keine Parallelkomponente vorhanden, da die Elektronen hier senkrecht nach oben geschossen werden. Wählt man dann einen größeren Winkel, werden die Elektronen schräg eingeschossen, sodass eine parallel Komponente vorhanden ist. Je größer der Einschusswinkel ist, desto paralleler fallen die Elektronen ein, sodass die senkrechte Komponente kleiner wird, während die parallele größer ist.

Vergleicht man zuletzt den für die unterschiedlichen Einschusswinkel gemessenen Radius der Elektronenbahn mit dem winkelabhängigen Radius, den man aus dem Anfangsradius bei $\alpha = 0^\circ$ für größere Winkel berechnen kann, fällt auf, dass der gemessene Radius stärker abfällt. Der Radius nimmt bei beiden Verläufen für größere Winkel stärker ab, bei den Messwerten ist die Abnahme allerdings um einiges größer.

Dies lässt sich durch die sehr ungenaue Messung erklären, das Ablesen der Radien war nur schwer möglich. Hinzu kommt, dass in diesem Messdurchgang lediglich vier Messwerte aufgenommen wurden, da für größere Einfallswinkel der Elektronenstrahl immer wieder verschwunden ist, ohne dass ein Grund dafür erkennbar war. Dies sind daher zu wenig Messpunkte, um eine konsistente Aussage treffen zu können, eine Tendenz ist allerdings ersichtlich.

7 Literatur

- [1] *Versuch 80: Bestimmung der spezifischen Elektronenladung e/m ; Physiklabor für Anfänger*innen Teil 2, Teil A.*
- [2] *Versuch 80: Bestimmung der spezifischen Elektronenladung e/m ; Physiklabor für Anfänger*innen Teil 2, Teil B.*
- [3] *P.Tipler, G. Mosca: Physik für Wissenschaftler und Ingenieure. 7. Auflage. 2008. Berlin, Heidelberg*

8 Anhang

Versuch 8C		23.03.18		
Bestimmung der Spitz- (Euten)senkung				
U_1 (V)	T (s)	θ (°)	$\Delta \theta$ (°)	Ableserfehler: 0,5 mm
157	1,628	5,8	0,9	Ableserfehler: 0,5 mm
249	1,636	6,1	0,7	
268	1,566	6,5	0,5	Ableserfehler: 0,5 mm
198	1,634	5,6	0,4	
186	1,064	5,5	0,6	Ableserfehler: 0,5 mm
176	0,822	5,0	0,5	
150	0,838	4,9	0,6	Ableserfehler: 0,5 mm
163	1,014	5,7	0,6	
263	1,866	5,2	0,3	Ableserfehler: 0,5 mm
255	1,612	6,2	0,7	

Offset Winkel: $4,5^\circ \pm 0,3^\circ$ (nach unten)

Ableserfehler: 0,5 mm		Neues Gerät: 17,1 μ T	
$T = 1,5 \text{ s}$	$\theta = 1,3 \text{ (rad)}$	$\Delta \theta = 0,7^\circ$	$\Delta \theta = 0,7^\circ$
$U_1 = 157 \text{ V}$	$\theta = 1,3 \text{ (rad)}$	6,8	13,0
Radius des Bern	13°	6,8	13,0
Radius Winkel: 1°	2°	6,8	13,0
Radius d. 0,2 cm	7°	6,8	12,8
Radius d. 0,3 cm	12°	7,5	12,5
			5,6

Fehler $U_1: \pm (0,5 \text{ V} + 1 \text{ dig})$
 Fehler $T: \pm (1,5 \text{ s} + 1 \text{ dig})$

17.03.18
H. Li.