

Physiklabor für Anfänger*innen
Ferienpraktikum im Wintersemester 2019/2020

Versuch 88: Halbwertszeit von neutronen-aktiviertem Silber

Gruppe

(durchgeführt am bei)

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	3
Abbildungsverzeichnis	4
1 Ziel des Versuchs	5
2 Benutzte Gleichungen	5
3 Aufbau und Durchführung	5
3.1 Aufbau	5
3.2 Durchführung	5
4 Messung	6
4.1 Messung des Untergrunds	6
4.2 Messung der Zerfallskurven	6
5 Auswertung	7
5.1 Auswertung des Untergrunds	7
5.2 Auswertung der Zerfallskurven	7
5.3 Halbwertszeit und mittlere Lebensdauer	11
6 Diskussion	13
7 Anhang	15
Literaturverzeichnis	16

Abbildungsverzeichnis

1	Zerfallskurve	8
2	Zerfallskurve logarithmiert	9
3	Zerfallskurve des kurzlebigen Isotops	10
4	Logarithmierter Zerfallsverlauf des kurzlebigen Isotops	11
5	Laborheftseite 1	15
6	Laborheftseite 2	16

1 Ziel des Versuchs

Ziel des Versuchs ist es, die Halbwertszeit und mittlere Lebensdauer von den zwei Silberisotopen (^{108}Ag und ^{110}Ag) bestimmen.

2 Benutzte Gleichungen

Die Halbwertszeit $T_{1/2}$ berechnet sich aus der Zerfallskonstante λ mit:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (1)$$

Die mittlere Lebensdauer τ berechnet sich folgendermaßen:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad (2)$$

Im Versuch wird eine Überlagerung von kurzlebigen und langlebigen Zerfällen gemessen, insgesamt ergibt sich:

$$N_{\text{ges}}(t) = N_{\text{l}}(t) + N_{\text{k}}(t) = N_{\text{l}} \exp(\lambda_{\text{l}} t) + N_{\text{k}} \exp(\lambda_{\text{k}} t) \quad (3)$$

3 Aufbau und Durchführung

3.1 Aufbau

Der Versuchsaufbau besteht aus 3 Silberproben, einer Neutronenquelle und einem, an einen Computer angeschlossenes, Geiger-Müller-Zählrohr, das in einen Hohlzylinder integriert ist. Die natürlich am häufigsten vorkommenden Isotope von Silber sind ^{107}Ag und ^{109}Ag , aus denen unter Neutronenbeschuss die schwereren Isotope ^{108}Ag und ^{110}Ag entstehen.

3.2 Durchführung

Für die Untergrundmessreihen wird die nicht aktivierte Probe in den Hohlzylinder eingeführt und die Messdaten über den Computer aufgenommen. Für die Messung der Zerfallsverläufe werden die anderen beiden Proben genutzt und mindestens 10 Minuten vor der Messung in die Neutronenquelle gesteckt. Die Proben werden aus der Neutronenquelle entnommen und die Messung schnellstmöglich gestartet, da die Halbwertszeit eines der zu untersuchenden Isotope sehr kurz ist.

4 Messung

Für alle Versuchsteile wurde mit einer Zählrohrspannung von

$$U = (600 \pm 1) \text{ V} \quad (4)$$

gemessen. Hierbei wird die Unsicherheit auf 1 V geschätzt, da der Wert während der Messung schwankt.

Für die Anzahl der Zerfälle N wird die Unsicherheit folgendermaßen berechnet

$$s_N = \sqrt{N}, \quad (5)$$

da angenommen wird, dass für jeden Messwert eine Poissonverteilung zugrunde liegt. Auf die gemessene Zeit wird keine Unsicherheit angenommen, da diese relativ zu den großen Unsicherheiten der Zerfälle vernachlässigbar klein wäre.

4.1 Messung des Untergrunds

Für die Untergrundmessungen werden insgesamt 5 Messungen durchgeführt. Hierbei wird das Zeinintervall auf $\Delta t_U = 5 \text{ s}$ gestellt und es wird insgesamt pro Messung $t_U = 10 \text{ min}$ gemessen, also 120 Iterationen.

4.2 Messung der Zerfallskurven

Um die Zerfallsprozesse zu messen werden insgesamt 8 Messungen durchgeführt. Hierbei werden mit einem Zeitintervall von $\Delta t_Z = 2 \text{ s}$ $t_Z = 10 \text{ min}$ also 300 Iterationen gemessen. Die gemessenen Werte ohne Abziehen des Untergrunds werden im folgenden mit N'_Z bezeichnet.

5 Auswertung

5.1 Auswertung des Untergrunds

Zur Bestimmung der Zählrate des Untergrunds wurden alle gemessenen Zerfälle der fünf Messreihen aufsummiert und anschließend durch die gesamte Zeit der Messungen dividiert:

$$\dot{N}_U = \frac{\sum_{i=1}^5 N_{U,i}}{\sum_{i=1}^5 t_{U,i}} = \frac{N_{\text{sum}}}{t_{\text{sum}}} \quad (6)$$

Die Unsicherheit der Zählrate wird aus der Unsicherheit der aufsummierten Werte folgendermaßen berechnet:

$$s_{\dot{N}_U} = \frac{s_{N_{\text{sum}}}}{t_{\text{sum}}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^5 N_{U,i}}}{t_{\text{sum}}} \quad (7)$$

Die daraus berechnete Zählrate des Untergrunds liegt bei:

$$\dot{N}_U = (0,364 \pm 0,011) \frac{1}{\text{s}} \quad (8)$$

5.2 Auswertung der Zerfallskurven

Zunächst werden die gemessenen Werte aller acht Messreihen aufsummiert, indem jeweils die Messwerte zur gleichen Iteration addiert werden. Die Unsicherheit der Werte wird berechnet mit:

$$s'_N = \sqrt{N'} \quad (9)$$

Anschließend wird jeweils die Zählrate der Zerfallskurven berechnet indem durch die Zeitintervalle geteilt werden und die Fehler durch Gaußsche Fehlerfortpflanzung berechnet wurden:

$$\dot{N}'_Z = \frac{N'_Z}{\Delta t_Z} \quad (10)$$

$$s_{\dot{N}'_Z} = \frac{s_{N'_Z}}{\Delta t_Z} \quad (11)$$

Um nur die Zählrate der Zerfälle der Silberisotope zu erhalten muss nun die Untergrundzählrate von der gesamten Zählrate abgezogen werden.

$$\dot{N}_Z = \dot{N}'_Z - \dot{N}_U \quad (12)$$

$$s_{\dot{N}_Z} = \sqrt{s_{\dot{N}'_Z}^2 + s_{\dot{N}_U}^2} \quad (13)$$

Plottet man die berechneten Zählraten $\dot{N}_Z$ über der seit Start der Messung vergangen Zeit t und zeichnet die berechneten Fehlerbalken ein, so ergibt sich folgendes

Schaubild für die Zerfallskurve, in dem zusätzlich ein Exponentialfit eingezeichnet ist:

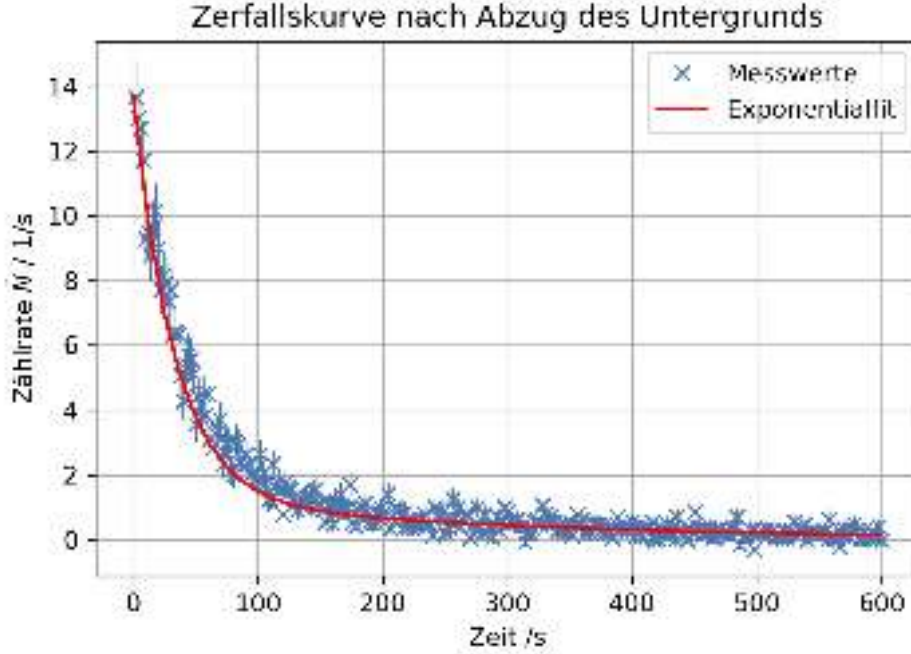


Abbildung 1: Zerfallskurve mit Fehlerbalken der Messwerte

Um daraus den Anteil des langlebigen Isotops herauszufiltern, werden die Werte logarithmiert, da es sich um eine Überlagerung von zwei Exponentialfunktionen handelt und somit eine Überlagerung von zwei Geraden erwartet wird. Die Unsicherheiten berechnen sich dabei folgendermaßen:

$$s_{\ln(\dot{N}_Z \cdot s)} = \frac{1}{\dot{N}_Z} s_{\dot{N}_Z} \quad (14)$$

Da es sich bei den Messwerten statistische Werte handelt, existieren einige Werte für die die berechnete Zählrate des Untergrunds größer als die der Zerfallskurve ist. Dies führt zu negativen Werten von $\dot{N}_Z$. Da jedoch der natürliche Logarithmus von negativen Werten nicht definiert wurde, werden diese Werte in den folgenden Berechnungen nicht betrachtet. Dies wurde als vertretbar gewertet, da nur wenige unserer Werte betroffen waren und ein Ersetzen der Werte uns willkürlich erschien. Dies führt zu einem systematischen Fehler, indem in der Diskussion genauer eingegangen wird.

Da der Zerfall des kurzlebigen Silberisotops für große Zeiten t vernachlässigbar klein wird, wird für große Zeiten ein linearer Verlauf erwartet. Im folgenden Schaubild sind die logarithmierten Werte über der Zeit mit dazugehörigen Fehlerbalken und linearer Regression für alle Werte mit Zeiten t größer als 240 s dargestellt:

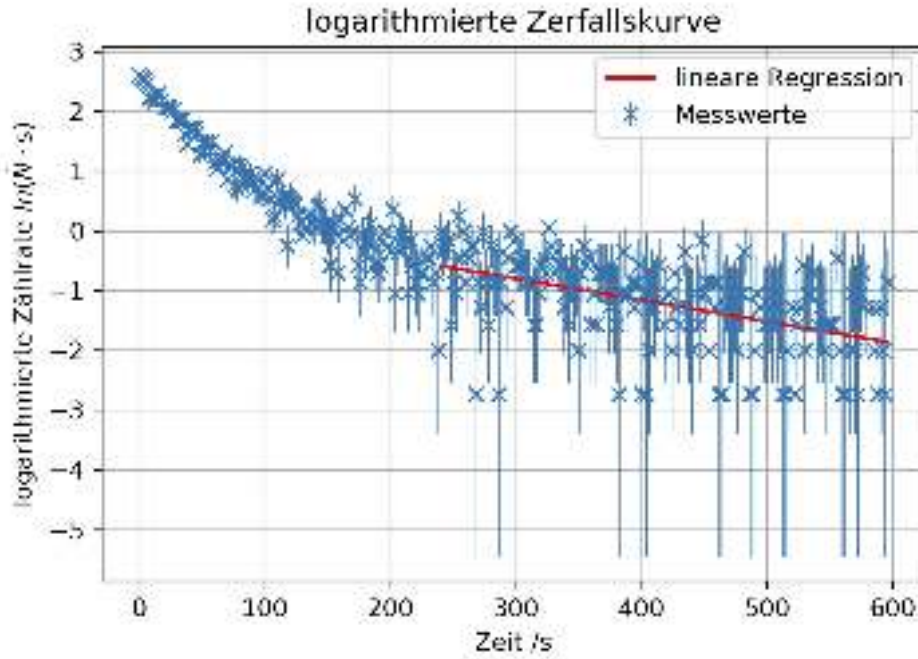


Abbildung 2: Logarithmierte Werte mit Fehlerbalken und linearer Regression

Der Zeitpunkt ab dem eine lineare Regression durchgeführt wird, wird hierbei optisch bestimmt. Da der Anteil des Zerfalls des kurzlebigen Isotops vernachlässigt wird, wird nach [Gleichung 3](#) folgender Zusammenhang erwartet:

$$\ln(\dot{N}_Z \cdot s) = \ln(\dot{N}_I) - \lambda_I t \quad (15)$$

Die der y-Achsenabschnitt der Ausgleichsgeraden entspricht also $\ln(\dot{N}_I)$ und die Steigung $-\lambda_I$ mit den Werten:

$$\ln(\dot{N}_I \cdot s) = 0,3 \pm 0,2 \quad (16)$$

$$-\lambda_I = (-0,0036 \pm 0,0005) \frac{1}{s} \quad (17)$$

Daraus lässt sich der Zerfallsverlauf des langlebigen Isotops für den gesamten Messzeitraum extrapolieren:

$$\dot{N}_I(t) = \exp(\ln(\dot{N}_I \cdot s)) \cdot \exp(-\lambda_I \cdot t) \quad (18)$$

Wobei für die dazugehörigen Fehler folgendes gilt:

$$s_{\dot{N}_I(t)} = \sqrt{\left(\exp(\ln(\dot{N}_I \cdot s)) \cdot s_{\ln(\dot{N}_I \cdot s)}\right)^2 + (t \cdot \exp(-\lambda_I \cdot t) \cdot s_{\lambda_I})^2} \quad (19)$$

Aus dem extrapoliertem Zerfallsverlauf des langlebigen Isotops, lässt sich der Zerfallsverlauf des kurzlebigen Isotops nach [Gleichung 3](#) berechnen. Der Fehler wird hierbei mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet:

$$s_{\dot{N}_k(t)} = \sqrt{s_{\dot{N}_{\text{ges}}(t)}^2 + s_{\dot{N}_1(t)}^2} \quad (20)$$

Im folgenden Schaubild ist der Zerfallsverlauf für das kurzlebige Isotop mit Fehlerbalken und Exponentialfit dargestellt.

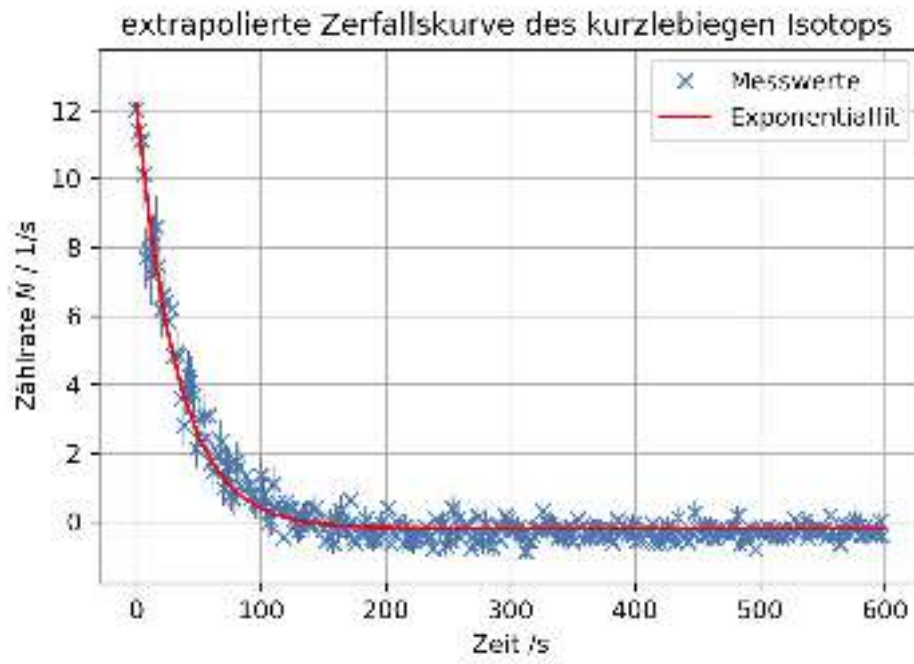


Abbildung 3: Zerfallskurve des kurzlebigen Isotops aus der gemeinsamen Zerfallskurve nach Abzug des extrapolierten Verlaufs des Zerfalls des langlebigen Isotops

Logarithmiert man die erhaltenen Werte für $\dot{N}_k$ wird nach [Gleichung 3](#) ein linearer Verlauf erwartet.

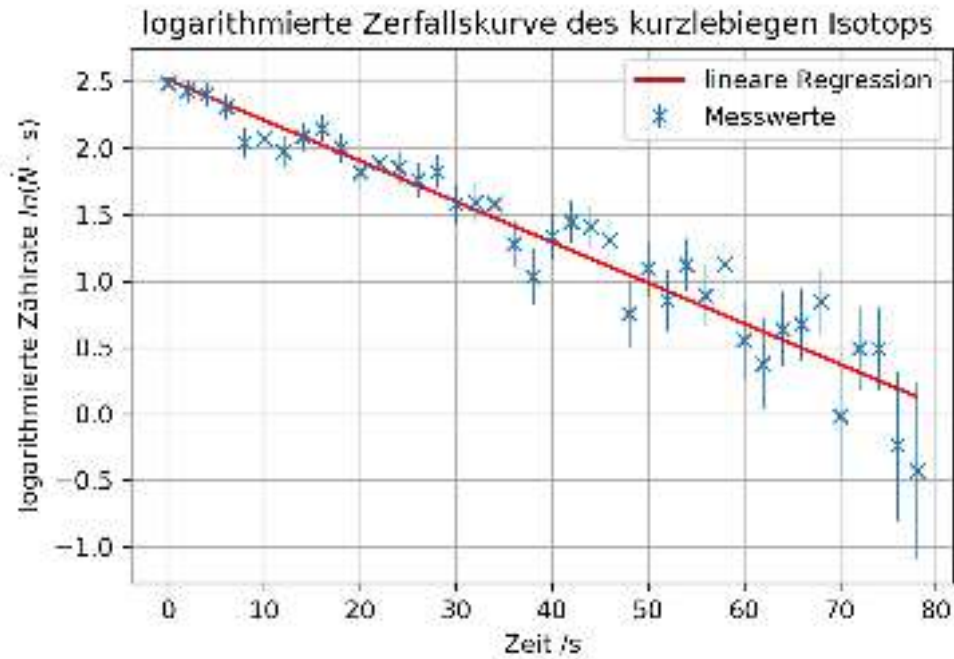


Abbildung 4: Logarithmierte Messwerte des Zerfallsverlaufs für das kurzlebige Isotop

Hierbei gilt analog zum langlebigen Verlauf, dass der y-Achsenabschnitt $\ln(\dot{N}_k \cdot s)$ entspricht und die Steigung $-\lambda_k$. Aus der linearen Regression ergibt sich für die beiden Werte folgendes:

$$\ln(\dot{N}_k \cdot s) = 2,52 \pm 0,07 \quad (21)$$

$$-\lambda_k = (-0,0306 \pm 0,0150) \frac{1}{s} \quad (22)$$

$$(23)$$

5.3 Halbwertszeit und mittlere Lebensdauer

Aus den berechneten Steigungen lässt sich mit [Gleichung 2](#) die mittlere Lebensdauer des kurzlebigen und langlebigen Isotops berechnen:

$$\tau_l = (318 \pm 23) \text{ s} \quad (24)$$

$$\tau_k = (32,7 \pm 1,6) \text{ s} \quad (25)$$

Die Unsicherheit wurde hiermit mit Gaußscher-Fehlerfortpflanzung folgendermaßen berechnet:

$$s_\tau = \frac{s_\lambda}{\lambda^2} \quad (26)$$

Außerdem lässt sich mit [Gleichung 1](#) die Halbwertszeit berechnen:

$$T_{1/2,l} = (190 \pm 20) \text{ s} \quad (27)$$

$$T_{1/2,k} = (22,7 \pm 1,1) \text{ s} \quad (28)$$

Wobei sich die Unsicherheit wie folgt ergibt:

$$s_{T_{1/2}} = \frac{\ln(2)}{\lambda^2} s_\lambda \quad (29)$$

6 Diskussion

Betrachtet man [Abbildung 1](#) so wird ein exponentieller Zerfall oder eine Überlagerung aus exponentiellen Zerfällen vermutet. Beim genaueren Betrachten der logarithmierten Werte (vgl. [Abbildung 2](#)), fällt auf, dass es sich um eine Überlagerung aus zwei exponentiellen Zerfällen handelt. Der Punkt ab dem der Zerfall des kurzlebigen Isotops vernachlässigbar klein ist, kann nur graphisch bestimmt werden und birgt somit eine gewisse Unsicherheit, die sich als systematische Unsicherheit in den daraus berechneten Werten widerspiegelt.

Für die Halbwertszeit der beiden Isotope wurde folgender Wert berechnet:

$$T_{1/2,l} = (190 \pm 20) \text{ s} \quad (30)$$

$$T_{1/2,k} = (22,7 \pm 1,1) \text{ s} \quad (31)$$

Nach Quelle [\[1\]](#) sind die Literaturwerte der beiden Halbwertszeiten:

$$T_{1/2,l,\text{lit}} = 145 \text{ s} \quad (32)$$

$$T_{1/2,k,\text{lit}} = 24 \text{ s} \quad (33)$$

Berechnet man die Abweichung in Einheiten der Standardunsicherheiten so ergeben sich folgende Werte:

$$t_l = 2,3 \quad (34)$$

$$t_k = 1.2 \quad (35)$$

Die berechnete Halbwertszeit des langlebigen Isotops liegt somit gerade Außerhalb des $2\text{-}\sigma$ -Intervalls und ist deshalb gradeseo nicht mit dem Literaturwert verträglich. Zum Bestimmen der Halbwertszeit wurden die logarithmierten Werte aufgetragen. Da aufgrund der Subtraktion des Untergrunds einige Zählraten negativ sind, mussten diese Messwerte aus der Messreihe gestrichen werden. Weil in diesen Messbereichen, eigentlich kleine Werte erwartet wurden, müssten die entfernten Werte als negative Werte in der logarithmierten Graphik auftauchen. Durch das Fehlen dieser Werte, wird die Steigung der berechneten Ausgleichsgerade für das langlebige Isotop weniger steil, was zu einem systematisch zu großen Wert der Halbwertszeit führt. Dies spiegelt sich auch in unserem erhaltenen Ergebnis wieder. Ein Exponentialfit hätte den Vorteil, dass keine Werte der Messreihe vernachlässigt werden müssten. Allerdings, wäre hier die Trennung der beiden Zerfallskurven deutlich schwieriger möglich gewesen. Die Nutzung der linearen Regression für die logarithmierten Werte scheint aufgrund der relativ hohen Übereinstimmung unserer Werte mit den Literaturwerten dennoch gerechtfertigt.

Eine weitere mögliche Fehlerquelle liegt im großen räumlichen Abstand zwischen unserem Versuchsaufbau und der Neutronenquelle, wodurch die Zeit zwischen Entnahme der Silberprobe aus der Neutronenquelle und dem Beginn der Messung vergleichsweise lang war. Dadurch fehlt in den Messreihen der Beginn der Zerfallskurve,

was jedoch in der Auswertung keine Rolle spielt.

Die statistischen Unsicherheiten der einzelnen Werte wurden zur Berechnung der Ausgleichsgerade nicht genutzt. Die erhaltenen Unsicherheiten scheinen dennoch realistisch, was daran liegt, dass die Streuung der Messwerte um die Ausgleichsgeraden selbst recht groß ist.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass der Versuch sich gut dazu eignet die Halbwertszeiten der beiden Silberisotope zu bestimmen. Eine größere Anzahl an Messreihen könnte, neben der Verringerung statistischer Unsicherheiten, dazu führen, dass weniger Messwerte auftreten, die Aufgrund der Anwendung des Logarithmus nicht verwendet werden können.

7 Anhang

<u>Versuch 88: Halbwertszeit von neutronen-aktiviertem Silber</u>	
<u>9:10 Uhr</u> : Untergrundmessung $\Delta t = 5s$ iterations = 120 Probe A	Dateiname: "Untergrund_1.csv"
<u>9:23 Uhr</u> : Messung Zerfallskurve $\Delta t = 2s$ iterations = 200 Probe	Dateiname: "Aktivierung_1_Probe_B.csv"
<u>9:37 Uhr</u> : Messung Zerfallskurve $\Delta t = 2s$ iterations = 300 Probe	Dateiname: "Aktivierung_2_Probe_C.csv"
<u>9:48 Uhr</u> : Untergrundmessung $\Delta t = 5s$ iterations = 120 Probe A	Dateiname: "Untergrund_2.csv"
<u>10:00 Uhr</u> : Messung Zerfallskurve $\Delta t = 2s$ iterations = 300 Probe B	Dateiname: "Aktivierung_3_Probe_B.csv"
<u>10:13 Uhr</u> : Zerfallskurve $\Delta t = 2s$ iterations = 300 Probe C	Dateiname: "Aktivierung_4_Probe_C.csv"
<u>10:25 Uhr</u> : Untergrundmessung: $\Delta t = 5s$ iterations = 120 Probe A	Dateiname: "Untergrund_3.csv"
<u>10:37 Uhr</u> : Zerfallskurve $\Delta t = 2s$ iterations = 300 Probe B	Dateiname: "Aktivierung_5_Probe_B.csv"
<u>10:50 Uhr</u> : Zerfallskurve $\Delta t = 2s$ iterations = 300 Probe C	Dateiname: "Aktivierung_6_Probe_C.csv"
<u>11:02 Uhr</u> : Untergrundmessung $\Delta t = 5s$ iterations = 120 Probe A	Dateiname: "Untergrund_4.csv"
<u>11:14 Uhr</u> : Zerfallskurve $\Delta t = 2s$ iterations = 300 Probe B	Dateiname: "Aktivierung_7_Probe_B.csv"
<u>11:26 Uhr</u> : Zerfallskurve $\Delta t = 2s$ iterations = 300 Probe C	Dateiname: "Aktivierung_8_Probe_C.csv"
<u>11:38 Uhr</u> : Untergrundmessung $\Delta t = 5s$ iterations = 120 Probe A	Dateiname: "Untergrund_5.csv"
Zählhochspannung: $U = 600V$	

Abbildung 5: Laborheftseite 1



Abbildung 6: Laborheftseite 2

Literaturverzeichnis

- [1] o.V.: *Versuchsanleitungen zum Physiklabor für Anfänger*innen, Teil 2.* 2019