

Physiklabor für Anfänger*innen
Ferienpraktikum im Wintersemester 2018/19

Versuch 53: **Erzwungene elektrische Schwingungen**

(durchgeführt am 25.03.2019)

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	I
1 Ziel des Versuchs	1
2 Versuchsaufbau und Durchführung	1
2.1 Aufbau	1
2.2 Durchführung	1
3 Physikalische Zusammenhänge	3
4 Auswertung und Fehleranalyse	4
4.1 Phasenverschiebung	4
4.2 Spannungsmessung	6
4.3 Berechnung der Resonanzfrequenzen aus den mit dem DMM gemessenen Widerständen	8
5 Diskussion der Ergebnisse	10
5.1 Zusammenfassung der Ergebnisse	10
5.2 Vergleich der Ergebnisse unterschiedlicher Methoden	11
5.3 Diskussion und Fehlerbetrachtung	12
Abbildungsverzeichnis	14
Tabellenverzeichnis	14
Literatur	14
6 Anhang	14

1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch soll das Resonanzverhalten eines elektrischen Schwingkreises bei unterschiedlicher Dämpfung untersucht werden.

2 Versuchsaufbau und Durchführung

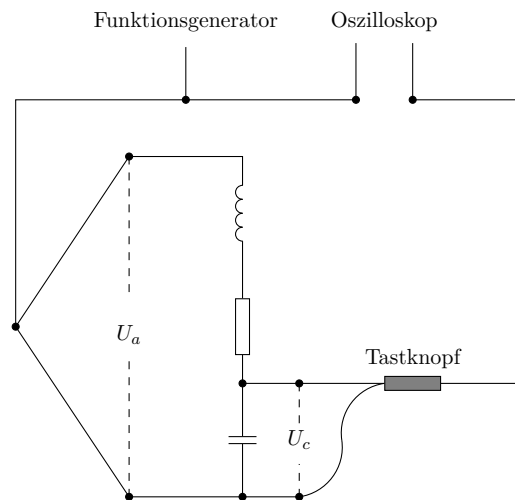


Abbildung 1: Schaltplan eines getriebenen elektrischen Schwingkreises

2.1 Aufbau

Auf einem Steckbrett wurde mit einer Spule und einem Kondensator ein Schwingkreis nach der Schaltung in Abb. 1 aufgebaut. Dieser wird durch eine Eingangsspannung U_a betrieben, und es werden sowohl die Eingangsspannung, als auch die Kondensatorspannung U_c abgenommen um in das Oszilloskop eingespeist. Die Kondensatorspannung läuft dabei über den Tastknopf, welcher auf einfache oder zehnfache Verstärkung gestellt werden kann.

Außerdem stehen verschiedene Widerstände zur Verfügung, die zur Dämpfung in den Schwingkreis eingebracht werden können.

2.2 Durchführung

Bestimmung der ohmeschen Widerstände Zunächst wurden die genutzten Widerstände und der Widerstand der Spule mit dem Digitalmultimeter bestimmt und die Werte und die Unsicherheiten notiert.

Schaltungsaufbau Die Schaltung auf Abb. 1 wurde aufgebaut und die Funktion der einzelnen Bauteile wurde kurz getestet.

Spannungsmessung Für jeden Widerstand wurden für einen Frequenzbereich um die Resonanzfrequenz die Eingangsspannung U_a und die Kondensatorspannung U_c aufgenommen. Hierfür wurde die Measure-Funktion des Oszilloskops für die Peak-to-Peak-Spannung

genutzt, wie sie rechts in Abb. 2 zu sehen ist. Der relevante Frequenzbereich wurde zunächst für jeden Widerstand grob ermittelt und danach wurde mit einer feinen Messung begonnen, wobei darauf geachtet wurde besonders die steile Steigung und das Maximum mit aufzunehmen.

Messung der Phasenverschiebung Um die Phasenverschiebung zu bestimmen wurde in einer separaten Messung für jeden Widerstand im relevanten Frequenzbereich die Verschiebung δt von Eingangsspannung zur Kondensatorspannung bestimmt, hierzu wurde, wie in Abb. 2 zu sehen, von dem Oszilloskop direkt abgelesen, indem Divisions gezählt und der Messbereich notiert wurden. Auch hier wurden besonders im Bereich der Resonanzfrequenz viele Messwerte aufgenommen.

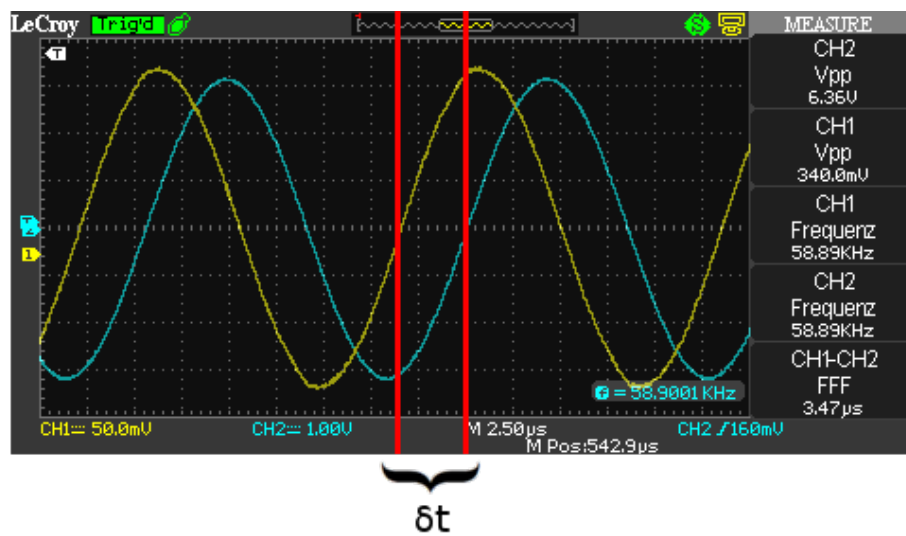


Abbildung 2: Die Anzeige des Oszilloskops zur Veranschaulichung der Messmethode

3 Physikalische Zusammenhänge

Mit den Maschenregel gilt im elektrischen Schwingkreis

$$U_a(t) = U_L(t) + U_R(t) + U_C(t) \quad .$$

Nutzt man nun

$$\begin{aligned} U &= R\dot{Q} \\ Q &= CU_C \text{ und} \\ U_L &= L\ddot{Q} \quad , \end{aligned}$$

so erhält man die Differentialgleichung für den elektrischen Schwingkreis:

$$U_a(t) = L\ddot{Q} + R\dot{Q} + \frac{1}{C}Q \quad .$$

Die Eigenfrequenz der Schwingung erhält man durch Lösen der Differentialgleichung. Es ergibt sich

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \sqrt{\frac{1}{LC}} \text{ für den ungedämpften Schwingkreis und} \\ \omega_e &= \omega_0 \sqrt{1 - \frac{R^2}{4L/C}} \text{ für den gedämpften Fall.} \end{aligned}$$

im Fall eines getriebenen Oszillators gibt es andere Verhalten von Amplitude und Frequenz. Wird der Schwingkreis mit der Resonanzfrequenz angetrieben, so steigt die Amplitude ohne Dämpfung ins Unendliche. Kennt man die Werte der genutzten Bauteile, so kann man mit

$$2\pi\nu_r = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{R^2}{2L/C}}$$

die Resonanzfrequenz ν_r bestimmen. Hat man den Kondensatorstrom und die Eingangsspannung beim Amplitudenmaximum experimentell ermittelt so kann man mit

$$\frac{I_c}{U_a} = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 R^2 + L^2(\omega^2 - \omega_0^2)^2}} \stackrel{\omega=\omega_0}{=} \frac{1}{R}$$

den Widerstand des Schwingkreises bestimmen.

4 Auswertung und Fehleranalyse

Im folgenden Abschnitt werden wir die, wie in der Durchführung beschrieben aufgenommenen, Messdaten auswerten. Die in der Auswertung vorhandenen Abbildung dienen lediglich zur Anschauung und sind, um die vorgenommene Auswertung nachzuvollziehen, im Anhang in voller Größe einzusehen. Die genutzten Gerätefehler sind in Tabelle 6 im Anhang aufgelistet, wobei die Ablesefehler mit den digit/Division-Fehlern vereint wurden.

4.1 Phasenverschiebung

Mit Hilfe eines Oszilloskops wurde durch Ablesen der Divisions die zeitliche Differenz der Nulldurchgänge der beiden Spannungsverläufe für 3 verschiedene Dämpfungen gemessen. Die Dämpfungen waren durch die Widerstände von 0, 9.999 und 220 Ω gegeben, wobei hier noch einmal der ohmsche Widerstand der Spule aufaddiert werden muss. Aus den so erhaltenen Daten wurde mit Hilfe der folgenden Gleichungen die Phasendifferenz und der dazugehörige Fehler berechnet.

$$\Delta\varphi = \delta t \cdot \nu \cdot 360^\circ$$

$$s_{\Delta\varphi} = \sqrt{(\nu \cdot 360^\circ \cdot s_{\delta t})^2 + (\delta t \cdot 360^\circ \cdot s_\nu)^2}$$

Hierbei wurde für die zeitliche Differenz und der dazugehörige Fehler aus dem Messbereich und den abgelesenen Divisions nach den folgenden Rechenvorschriften berechnet:

$$\delta t = \text{Division} \cdot \text{Messbereich}$$

$$s_{\delta t} = \sqrt{\left(\frac{0.03\delta t}{\sqrt{3}}\right)^2 + (\text{Messbereich} \cdot s_{\text{div.}})^2}$$

Der Messbereich lag bei allen Messungen (mit der Ausnahme von zwei 0 Messungen) bei 50 μs und der Fehler auf die Divisions wurde auf $s_{\text{div.}} = 0.1$ abgeschätzt. Der Fehler auf die Frequenz, welche vom Funktionengenerator abgelesen wurde, berechnet sich mit:

$$s_\nu = \sqrt{s_{\text{dig.}}^2 + (0.01 \cdot \text{Messbereich})^2} \quad ,$$

wobei hier der Digit-Fehler $s_{\text{dig.}} = 0,01 \text{ kHz}$ und der Messbereich 300 kHz betrugen. Die so erhaltenen Werte sind in Abb. 3 dargestellt.

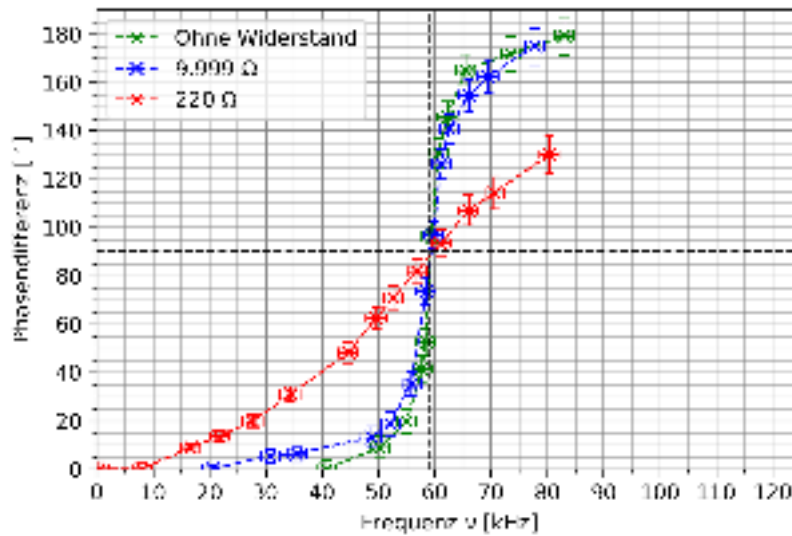


Abbildung 3: Darstellung der Messpunkte zur Phasenverschiebung

Aus Abb. 3 wurde dann die Eigenfrequenz $\nu_0 = 59,25 \text{ kHz}$ abgelesen, hierzu wurde graphisch der Schnittpunkt der drei Verläufe bestimmt und die Frequenz bei der dieser liegt abgelesen. Für den Fehler betrachten wir das "Worst-Case-Szenario", dass heißt wir gehen davon aus dass alle Messpunkte auf dem linken oder rechten Rand ihrer Fehler liegen, was dazu führen würde, dass der Schnittpunkt um eben jene Abweichung verschoben wird. Wir wählen also $s_{\nu_0} = s_\nu = 1,7 \text{ kHz}$ mit der vorhergegangenen Rechenvorschrift.

Mit diesem Wert sollte dann die Kapazität C des Kondensators berechnet werden, dies erfolgte mit:

$$C = \frac{1}{4\pi^2 L \nu_0^2} \quad ,$$

wobei für die Induktivität L der Spule, der auf dem Bauteil angegebene Wert von $L = 942 \mu\text{H}$ verwendet wurde. Für den Fehler auf die Kapazität C ergibt sich durch Gaußsche Fehlerfortpflanzung :

$$s_C = \frac{1}{2\pi^2 L \nu_0^3} \cdot s_{\nu_0} \quad .$$

Wir erhalten somit unter Berücksichtigung der Einheiten für die Kapazität C des Kondensators

$$C = (7,7 \pm 0,4) \text{ nF} \quad .$$

4.2 Spannungsmessung

Für drei unterschiedliche Widerstände, $R_L \hat{=}$ kein Widerstand, $R_1 = 9,999 \Omega$ und $R_2 = 220 \Omega$, wurden für steigende Frequenzen die Eingangsspannung U_a und die Spannung über dem Kondensator U_c gemessen. Während des Versuches wurden immer Peak-to-Peak Spannungen aufgenommen, daher $2 \cdot U_0$, das macht aber in der Auswertung keinen Unterschied, da immer Verhältnisse berechnet wurden.

Auftragung von U_c/U_a gegen die Frequenz ν

Zunächst wurde aus den aufgenommenen Werten der Quotient U_c/U_a für jede aufgenommene Frequenz und alle drei Widerstände berechnet.

Der Fehler auf den Quotienten $CA = U_c/U_a$ wird mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet. Man nutzt

$$s_{CA} = \sqrt{\left(\frac{s_{U_c}}{U_a}\right)^2 + \left(\frac{s_{U_a} \cdot U_c}{U_a^2}\right)^2},$$

wobei für U_c und U_a Gerätefehler und digit-Fehler kombiniert werden. Die genutzten Fehler beim Oszilloskop sind 3 % vom Messwert und 0.01 digit.

$$s_U = \sqrt{\frac{(0.03 \cdot U)^2}{3} + (0.01 \text{ V})^2}$$

Bei der Prozentangabe handelt es sich um eine systematische Angabe, welche mit $\sqrt{3}$ Normalverteilt wird, der digit-Fehler wurde während der Messung geschätzt. Dabei wurde im einfachen Voltbereich die Schwankung der letzten angezeigten Nachkommastelle beachtet, im Millivoltbereich wird mit dem Fehler eine Schwankung um $\pm 10 \text{ mV}$ beachtet, da der angezeigte Wert enormen Schwankungen unterlag.

Der so berechnete Quotient wurde dann gegen die zugehörige Frequenz in Abb. 4 aufgetragen.

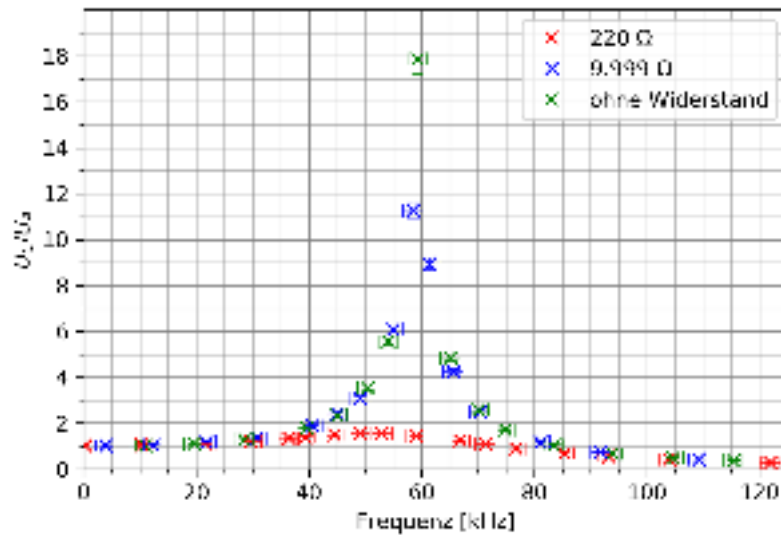


Abbildung 4: Auftragung des Quotienten aus Kondensatorsspannung und Eingangsspannung. Die zwei letzten Werte des 220-Ω-Widerstands wurden nicht aufgetragen, da die sehr hohen Frequenzen keine interessanten Ergebnisse lieferten und den Maßstab unnötig vergrößerten.

Mit Hilfe der Grafik wurden die Frequenzen ermittelt, die Maxima im Quotienten liefern. Da sich aus den Daten keine bessere Vorhersage machen lässt wurden die Maxima der aufgetragenen Datenreihen gesucht und die dazugehörigen Frequenzen ausgewählt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 dargestellt.

Tabelle 1: Ermittelte Frequenzen zu den Quotientenmaxima

Widerstand [Ω]	ν_m [kHz]
0	59.3 ± 1.7
9.999	58.5 ± 1.7
220	49.2 ± 1.7

Auftragung von I_c/U_a und Bestimmung der Widerstände

In einer zweiten Auswertung der aufgenommenen Spannungen wurde der Kondensatorstrom bestimmt und der Quotient aus Kondensatorstrom und Ausgangsspannung gegen die Frequenz aufgetragen.

Der Kondensatorstrom wurde über

$$I_c = \omega \cdot C \cdot U_c = 2\pi\nu \cdot C \cdot U_c$$

bestimmt.

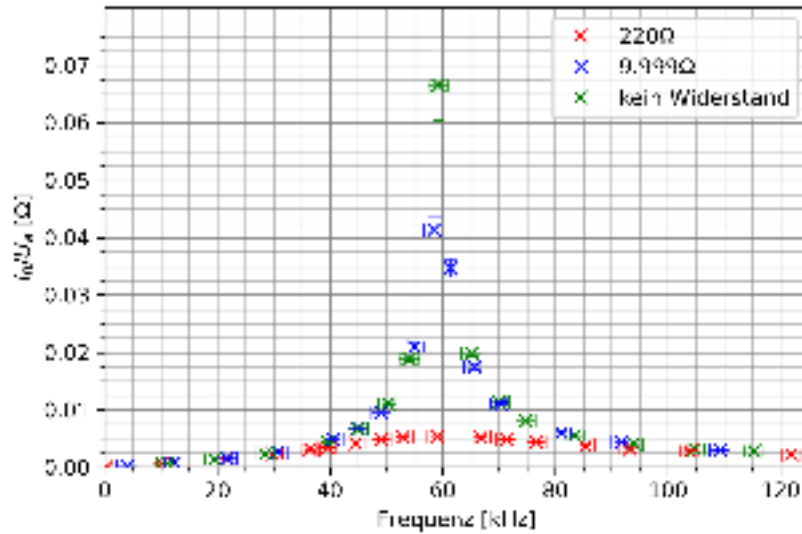


Abbildung 5: Auftragung des Quotienten aus Kondensatorstrom und Ausgangsspannung. Analog zur letzten Auftragung wurden die zwei Werte der größten Frequenzen weggelassen, da diese keinen Mehrwert bieten.

Die Fehler auf die Frequenz sind die selben, wie im vorherigen Diagramm. Der Fehler auf den Quotienten $IU = I_c/U_a$ wird mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung zu

$$s_{IU} = \sqrt{\left(\frac{2\pi \cdot s_\nu \cdot CU_c}{U_a}\right)^2 + \left(\frac{2\pi\nu \cdot C \cdot s_{U_c}}{U_a}\right)^2 + \left(\frac{2\pi\nu \cdot CU_c \cdot s_{U_a}}{U_a^2}\right)^2}$$

bestimmt. Aus der Grafik wurden die Maxima des Quotienten und die dazugehörigen Frequenzen entnommen, wobei auch hier wieder die maximalen errechneten Werte genutzt wurden, da sich keine besseren Werte erraten lassen. Mit Hilfe der Maxima wurde dann der Widerstand des Schwingkreises als Kehrwert des jeweiligen Maximums bestimmt.

Tabelle 2: Bestimmte Maxima und berechnete Widerstände

Widerstandsbezeichnung	ν [kHz]	$IU_{\max[A/V]}$	R [Ω]
0	59.25 ± 1.7	0.067 ± 0.006	15.0 ± 1.4
9.999	58.5 ± 1.7	0.0414 ± 0.0023	24.2 ± 1.3
220	59.0 ± 1.7	0.0055 ± 0.0010	183 ± 3

Der Fehler auf die Widerstände wurde über die Fehler der jeweiligen Maxima mit

$$s_R = \frac{s_{IU, \max}}{IU^2}$$

bestimmt.

4.3 Berechnung der Resonanzfrequenzen aus den mit dem DMM gemessenen Widerständen

Um in der folgenden Diskussion die Qualität der Messung beurteilen zu können, ermitteln wir im Folgenden die theoretischen Resonanzfrequenzen für die drei Dämpfungen. Hierfür

wurden die auf den Bauteilen angegebenen Werte für Kapazität C und Induktivität L und die folgenden Rechenvorschriften genutzt.

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$\nu_r = \nu_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2} \frac{R^2}{L/C}}$$

Man muss jedoch beachten, dass R hierbei die Kombination aus dem verwendeten Widerstand und dem Widerstand der Spule darstellt.

$$\Rightarrow \nu_r = \nu_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2} \frac{(R_L + R_x)^2}{L/C}}$$

Zunächst wurden nun mit Hilfe eines DMMs die beiden Widerstände R_1 und R_2 sowie der Widerstand der Spule R_L bestimmt. Den Messfehler auf die Messung mit dem DMM erhält man mit

$$s_R = \sqrt{\left(\frac{0.008 \cdot R}{\sqrt{3}}\right)^2 + 0.3^2} \quad ,$$

Wobei die 0.8% auf den Messwert und die $0,3\Omega$ Digitfehler der Fehlertabelle für die Messgeräte während des Versuchs entnommen wurden. Man erhält so für die Widerstände folgende Werte

$$R_L = (16,6 \pm 0,3) \Omega$$

$$R_1 = (10,0 \pm 0,3) \Omega$$

$$R_2 = (220 \pm 1) \Omega$$

Bestimmt man mit diesen Werten, $L = 942 \mu\text{H}$ und $C = 10 \text{ nF}$ erhält man für die Frequenzen

$$\nu_0 = 51\,855,5 \text{ Hz}$$

$$\nu_L = (51\,817,5 \pm 1,4) \text{ Hz}$$

$$\nu_{L,R_1} = (51\,758 \pm 3) \text{ Hz}$$

$$\nu_{L,R_2} = (43\,470 \pm 90) \text{ Hz}$$

Der Fehler wurde mit Hilfe der folgenden Rechenvorschrift berechnet.

$$s_{\nu_x} = \nu_0 \sqrt{\left(\frac{-(R_L + R_x)}{2(L/C)\sqrt{1 - \frac{1}{2} \frac{(R_L + R_x)^2}{L/C}}} \cdot s_{R_L}\right)^2 + \left(\frac{-(R_L + R_x)}{2(L/C)\sqrt{1 - \frac{1}{2} \frac{(R_L + R_x)^2}{L/C}}} \cdot s_{R_x}\right)^2}$$

Anschließend wurde die Verschiebung der Resonanzfrequenzen der drei Dämpfungen zur Eigenfrequenz ν_0 berechnet, hierfür wurde lediglich die Differenz gebildet. Da der Fehler auf ν_0 nicht bekannt ist, ist der Fehler auf die Differenz nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung der gleiche wie der Fehler auf die Resonanzfrequenz. Wir erhalten die Werte

$$\nu_0 - \nu_L = (37,9 \pm 1,4) \text{ Hz}$$

$$\nu_0 - \nu_{L,R_1} = (97 \pm 3) \text{ Hz}$$

$$\nu_0 - \nu_{L,R_2} = (8400 \pm 90) \text{ Hz}$$

5 Diskussion der Ergebnisse

5.1 Zusammenfassung der Ergebnisse

Phasenverschiebung

Im Versuch wurde die zeitliche Verschiebung δt zwischen Eingangsspannung und Kondensatorspannung bei unterschiedlichen Frequenzen aufgenommen. Aus diesen Daten wurde die Phasendifferenz berechnet und graphisch aufgetragen. Aus dem Schnittpunkt der Verläufe für die drei unterschiedlichen Widerstände lässt sich die Eigenfrequenz des Aufbaus bestimmen. Wir haben

$$\nu_0 = (59,3 \pm 1,7) \text{ kHz}$$

für die Eigenfrequenz ermittelt.

Aus der so ermittelten Eigenfrequenz lässt sich die Kapazität des genutzten Kondensators bestimmen. Wir haben

$$C = (7,7 \pm 0,4) \text{ nF}$$

erhalten.

Spannungsmessung

U_c/U_a Es wurde das Verhältnis von Kondensatorspannung und Eingangsspannung für unterschiedliche Frequenzen und unterschiedliche Widerstände ermittelt. Die Daten wurden graphisch aufgetragen und aus der Lage der Maxima wurde die Resonanzfrequenz des jeweiligen Aufbaus bestimmt. Es wurden folgende Werte ermittelt:

$$\begin{aligned} R_L &\implies \nu_r = (59,3 \pm 1,7) \text{ kHz} \\ R_1 &\implies \nu_r = (58,5 \pm 1,7) \text{ kHz} \\ R_2 &\implies \nu_r = (49,2 \pm 1,7) \text{ kHz} \quad . \end{aligned}$$

I_c/U_a Aus den aufgenommenen Spannungen konnte der Kondensatorstrom und somit der Quotient aus Kondensatorstrom und Eingangsspannung berechnet werden. Dieser Quotient wurde gegen die Frequenz aufgetragen und die Lage der Maxima bestimmt. Die Maxima lagen bei

$$\begin{aligned} R_L &\implies \nu_r = (59,3 \pm 1,7) \text{ kHz} \\ R_1 &\implies \nu_r = (58,5 \pm 1,7) \text{ kHz} \\ R_2 &\implies \nu_r = (59,0 \pm 1,7) \text{ kHz} \quad . \end{aligned}$$

Aus dem Wert des Quotienten am Maximum wurde außerdem der Widerstand der Schaltung berechnet. Der so bestimmte Widerstand sollte bei R_0 dem Eigenwiderstand der Schaltung und bei den anderen beiden Widerständen die Summe aus Eigenwiderstand und eingesetzten Widerstand sein. Wir haben

$$\begin{aligned} R_L &= (15,0 \pm 1,4) \Omega , \\ R_L + R_1 &= (24,3 \pm 1,3) \Omega \text{ und} \\ R_L + R_2 &= (183 \pm 3) \Omega \end{aligned}$$

erhalten.

Berechnung der Resonanzfrequenzen aus den Widerständen

Widerstandsbestimmung mit dem DMM Mit Hilfe eines Digitalmultimeters wurden die genutzten Widerstände und auch der Widerstand der Spule gemessen. Die erhaltenen Werte zusammen mit ihren berechneten Fehler sind:

$$R_L = (16,6 \pm 0,3) \Omega$$

$$R_1 = (10,0 \pm 0,3) \Omega$$

$$R_2 = (220 \pm 1) \Omega \quad .$$

Bestimmung der Resonanzfrequenzen Mit diesen Werte und der genutzten kapazität, sowie Induktivität kann man nun die Resonanzfrequenz des Systems beim Einbringen des jeweiligen Widerstands berechnen. Für die Resonanzfrequenzen haben wir

$$\nu_0 = 51\,855,5 \text{ Hz}$$

$$\nu_L = (51\,817,5 \pm 1,4) \text{ Hz}$$

$$\nu_{L,R_1} = (51\,758 \pm 3) \text{ Hz}$$

$$\nu_{L,R_2} = (43\,470 \pm 90) \text{ Hz}$$

erhalten. Die Differenzen zwischen der Eigenfrequenz des Systems ohne Widerstand und der jeweiligen Resonanzfrequenz mit eingebrachtem Widerstand liegen also bei:

$$\nu_0 - \nu_L = (37,9 \pm 1,4) \text{ Hz}$$

$$\nu_0 - \nu_{L,R_1} = (97 \pm 3) \text{ Hz}$$

$$\nu_0 - \nu_{L,R_2} = (8400 \pm 90) \text{ Hz} \quad .$$

5.2 Vergleich der Ergebnisse unterschiedlicher Methoden

Resonanzfrequenzen Die graphisch ermittelten und die, mit dem theoretischen Zusammenhang berechneten Werte der Resonanzfrequenz (Tabelle 3) liegen alle in der selben Größenordnung und ein Zusammenhang zwischen den Ergebnissen ist zu erkennen. Für

Tabelle 3: Vergleich der ermittelten Resonanzfrequenzen

Widerstand	ν_r , graphisch ermittelte [Hz]	ν_r , theoretisch berechnet [kHz]
0	59.3 ± 1.7	52
R_L	59.3 ± 1.7	51.8175 ± 0.0014
R_1	58.5 ± 1.7	51.758 ± 0.003
R_2	49.2 ± 1.7	43.470 ± 0.09

beide Auswertungsmethoden nimmt die bestimmte Resonanzfrequenz mit zunehmenden Widerstand ab, doch bereits bei der Schrittweite kommt es wieder zu unterschiedlichen Ergebnissen. Von der Berechnung von Verträglichkeiten wurde daher auch abgesehen, die Werte sind auf einem Signifikanzniveau von 5 % nicht verträglich, dies sieht man auch ohne Rechnung.

Vergleich der bestimmten Widerstände Die, mit Digitalmultimeter bestimmten Widerstände weichen maximal innerhalb des Fehlers von den, auf den Widerständen angegebenen Werten ab, es ist also davon auszugehen, dass auf den Widerständen der richtige Wert abgedruckt war. Mit

Tabelle 4: Vergleich der gemessenen Widerstände

$R_{\text{gem.}} [\Omega]$	$R_{\text{DMM}} [\Omega]$
15.0 ± 1.4	16.6 ± 0.3
9.3 ± 1.9	10.0 ± 0.3
168 ± 3	220 ± 1

$$t = \frac{|x_0 - y_0|}{\sqrt{s_x^2 + s_y^2}} \text{ mit } x_0 \text{ und } y_0 \text{ zu vergleichende Werte}$$

Wenn $t < 2$ dann sind $x_0 \pm s_x$ und $y_0 \pm s_y$ verträglich

Wenn $t \geq 2$ dann sind $x_0 \pm s_x$ und $y_0 \pm s_x$ nicht verträglich

lässt sich nun die Verträglichkeit der Werte auf einem Signifikanzniveau von 5 % bestimmen. Es ergeben sich:

$$t_L = 1.12, \text{ was für eine gute Verträglichkeit spricht und} \quad (1)$$

$$t_1 = 0.4, \text{ was ebenfalls Verträglichkeit bestätigt.} \quad (2)$$

Die Werte für R_2 sind nicht verträglich. Unabhängig von der rein mathematischen Verträglichkeit dieser Werte, ist es bei den von uns ermittelten Widerständen trotzdem von Nöten eine Betrachtung der potentiellen Fehlerquellen durchzuführen.

5.3 Diskussion und Fehlerbetrachtung

Auf den ersten Blick erscheinen alle bestimmten Werte einigermaßen sinnvoll. In den meisten Fällen liegt die Abweichung zwar bei mehreren Sigma, aber alle Werte sind in der richtigen Größenordnung und man könnte vermuten, dass sich die Abweichungen durch Messungenauigkeiten und nicht exakt richtig bestimmte Maxima erklären lassen. Dies ist bei dieser Messung nicht möglich.

Die aus den Maxima ermittelten Widerstände sind alle kleiner als, der aufgedruckte und auch kleiner als der mit DMM ermittelte Wert. Einen kleiner Widerstand bedeutet, da der Widerstand der Kehrwert des Maximums ist, dass das Maximum groß war. Einen großen Widerstand erhält man bei einem kleinen Maximum, dies ist auch in Abb. 5 gut zu sehen. Wenn man also aus den experimentellen Daten einen kleineren Widerstand ermittelt, als tatsächlich in den Schwingkreis eingebaut war, so bedeutet dass, dass ein maximaler Messwert aufgenommen wurde, der über dem maximal möglichen Wert lag. Dies wäre vielleicht noch mit, in dieser Größenordnung sehr unwahrscheinlichen, statistischen Schwankungen zu begründen, nicht aber durch unzureichende Vermessung des Maximums.

Das sonst häufig bei diesem Versuch auftretende Problem, dass das Maximum übersprungen wird und der maximale gemessene Wert des Quotienten weit unter dem tatsächlichen Maximum liegt, kann also in diesem Fall als Fehlerquelle ausgeschlossen werden.

Auch ungenaues Bestimmen der Werte kann mit hoher Wahrscheinlichkeit ausgeschlossen werden, da eine Beispielsrechnung zeigt, dass um mit der Quotientenmaximummethode

einen Widerstand von $R_L + R_2 \approx 235 \Omega$ zu erhalten das bestimmte Maximum des Quotienten bei ungefähr $0,0041/\Omega$ liegen müsste. Das von uns bestimmte Maximum für diesen Widerstand liegt bei $(0,0055 \pm 0,0010) 1/\Omega$ und ist kein klar erkennbares Maximum, da jeweils ca. drei Werte links und rechts des Maximums ähnlich hohe Werte, die alle über dem zu erwartenden Wert liegen, haben. Ein Test hat ergeben, dass sich bei 0.8-facher Kondensatorspannung der ermittelte Wert dem erwarteten Wert annähert, ein konstanter Ablesefehler dieser Größenordnung bei nur einer der beiden Spannungen ist eher unwahrscheinlich, besonders da die Digitalanzeige genutzt wurde und das Ergebnis regelmäßig über Divisions und Messbereich überprüft wurde.

Insgesamt lässt sich also sagen, dass die ganze Messung einem, nicht aus den Daten zu ermittelnden, systematischen Fehler unterliegt.

Diese Vermutung bestätigt sich, wenn an Stelle der angegebenen Kapazität von 10 nF die, aus den Daten bestimmte Kapazität von 7,7 nF genutzt wird, um den Kondensatorstrom und daraus die genutzten Widerstände zu bestimmen. Mit dieser Kapazität ergeben sich die in Tabelle 5 dargestellten Werte (hier nur zur beispielhaften Anschauung und daher ohne Fehlerangaben). Diese Werte wurden vollständig analog zu denen aus Tabelle 2

Tabelle 5: Bestimmte Maxima und berechnete Widerstände mit der von uns bestimmten Kapazität

Widerstandsbezeichnung	ν [kHz]	R [Ω]
0	59.25 ± 1.7	19.5
9.999	58.5 ± 1.7	31.3
220	59.0 ± 1.7	238

bestimmt, der einzige Unterschied, der gemacht wurde ist die genutzte Kapazität.

Dieses Beobachtung bedeute nun nicht unbedingt, dass die angegebene Kapazität des Kondensators falsch war, sie bestätigt eher die Vermutung, dass der ganze Versuch im ersten und im zweiten Teil dem selben systematischen Fehler unterlag.

Abbildungsverzeichnis

1	Schaltplan eines getriebenen elektrischen Schwingkreises	1
2	Die Anzeige des Oszilloskops zur Veranschaulichung der Messmethode . . .	2
3	Darstellung der Messpunkte zur Phasenverschiebung	5
4	Quotient aus Kondensatorspannung und Ausgangsspannung	7
5	Quotient aus Kondensatorstrom und Ausgangsspannung	8
6	Abbildung zur Bestimmung von ν_0 aus den Phasendifferenzen	15
7	Auftragung des Quotienten aus Kondensatorspannung und Eingangsspannung (Vergrößert)	16
8	Auftragung des Quotienten aus Kondensatorstrom und Ausgangsspannung (Vergrößert)	17

Tabellenverzeichnis

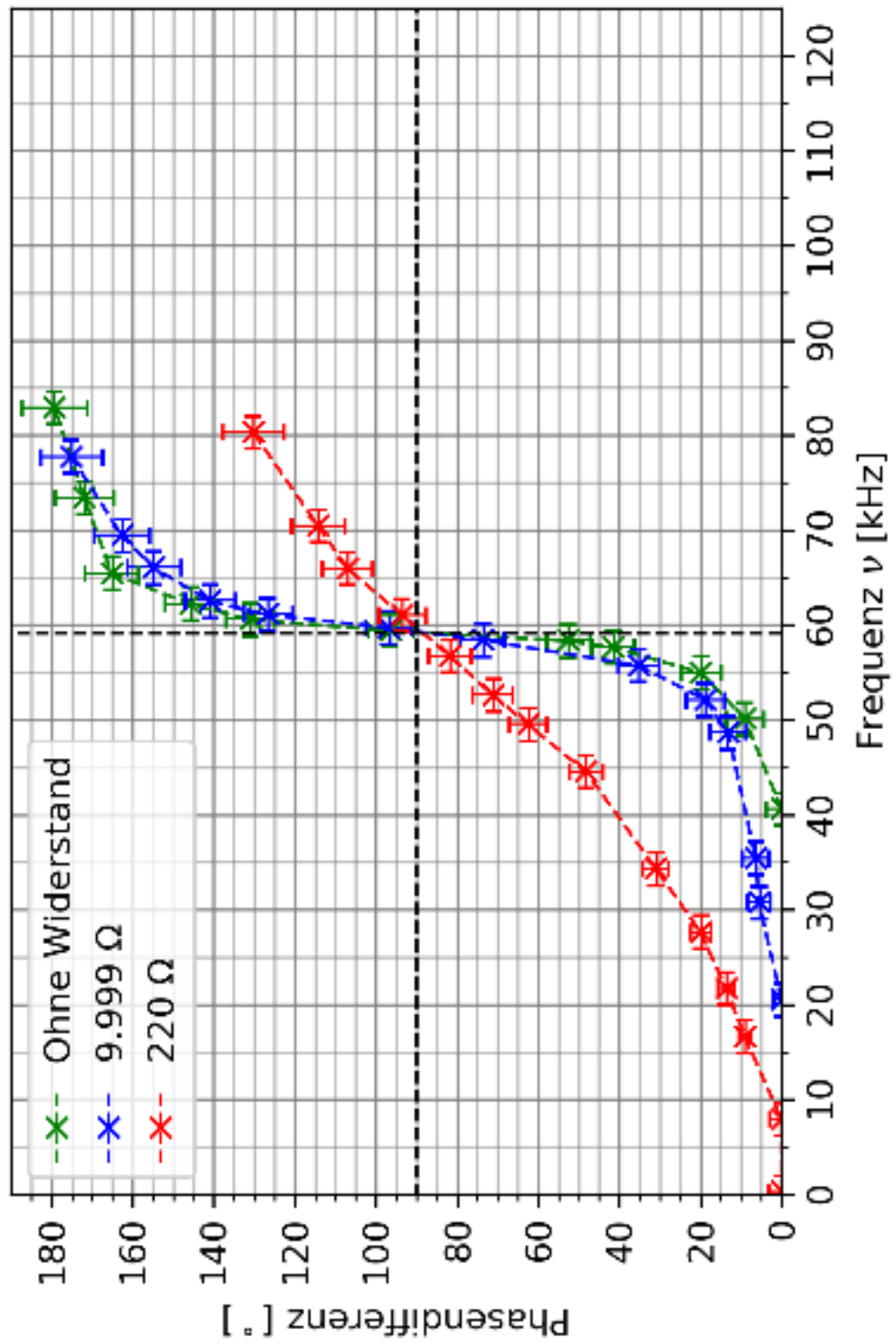
1	Ermittelte Frequenzen zu den Quotientenmaxima	7
2	Bestimmte Maxima und berechnete Widerstände	8
3	Vergleich der ermittelten Resonanzfrequenzen	11
4	Vergleich der gemessenen Widerstände	12
5	Bestimmte Maxima und berechnete Widerstände mit der von uns bestimmten Kapazität	13
6	Genutzte Gerätefehler	14

Literatur

[Quelle 1] *"Versuchsanleitungen zum Physiklabor für Anfänger*innen, Teil 2"* Stand 02/2019.

6 Anhang

Tabelle 6: Genutzte Gerätefehler	
Frequenzgenerator	1 digit und 1 % vom Messbereich (hier: 300 kHz)
Voltcraft, Widerstand	3 digits und 0,8 % vom Messwert
Oszilloskop	0,01 V (im 1-Volt Bereich 1 digit, im mV Bereich ± 10 V) und 3 % vom Messwert bei Zeitmessungen wurde als Fehler ein digit gewählt und 3 % vom Messwert

Abbildung 6: Abbildung zur Bestimmung von ν_0 aus den Phasendifferenzen

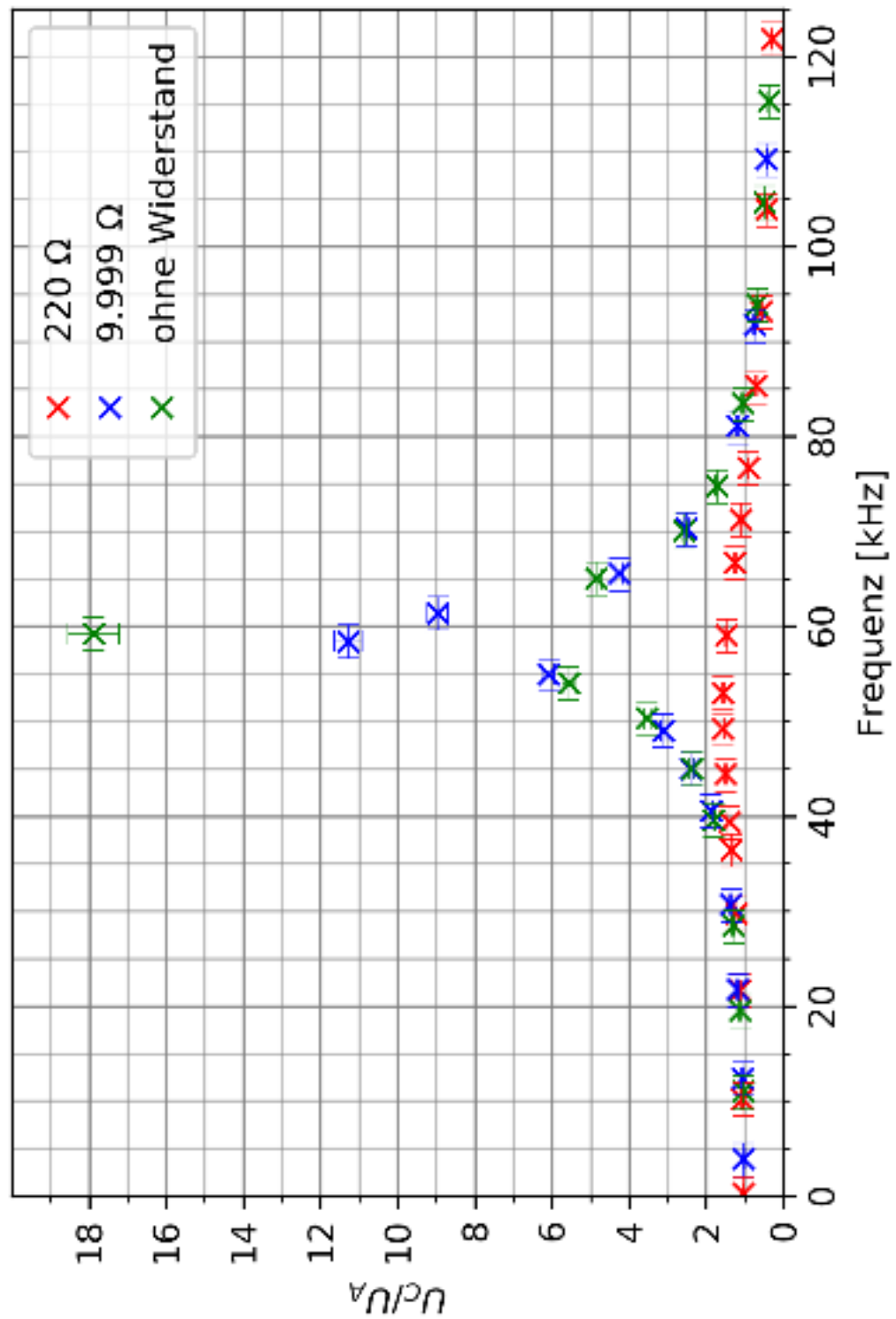


Abbildung 7: Auftragung des Quotienten aus Kondensatorspannung und Eingangsspannung (Vergrößert)

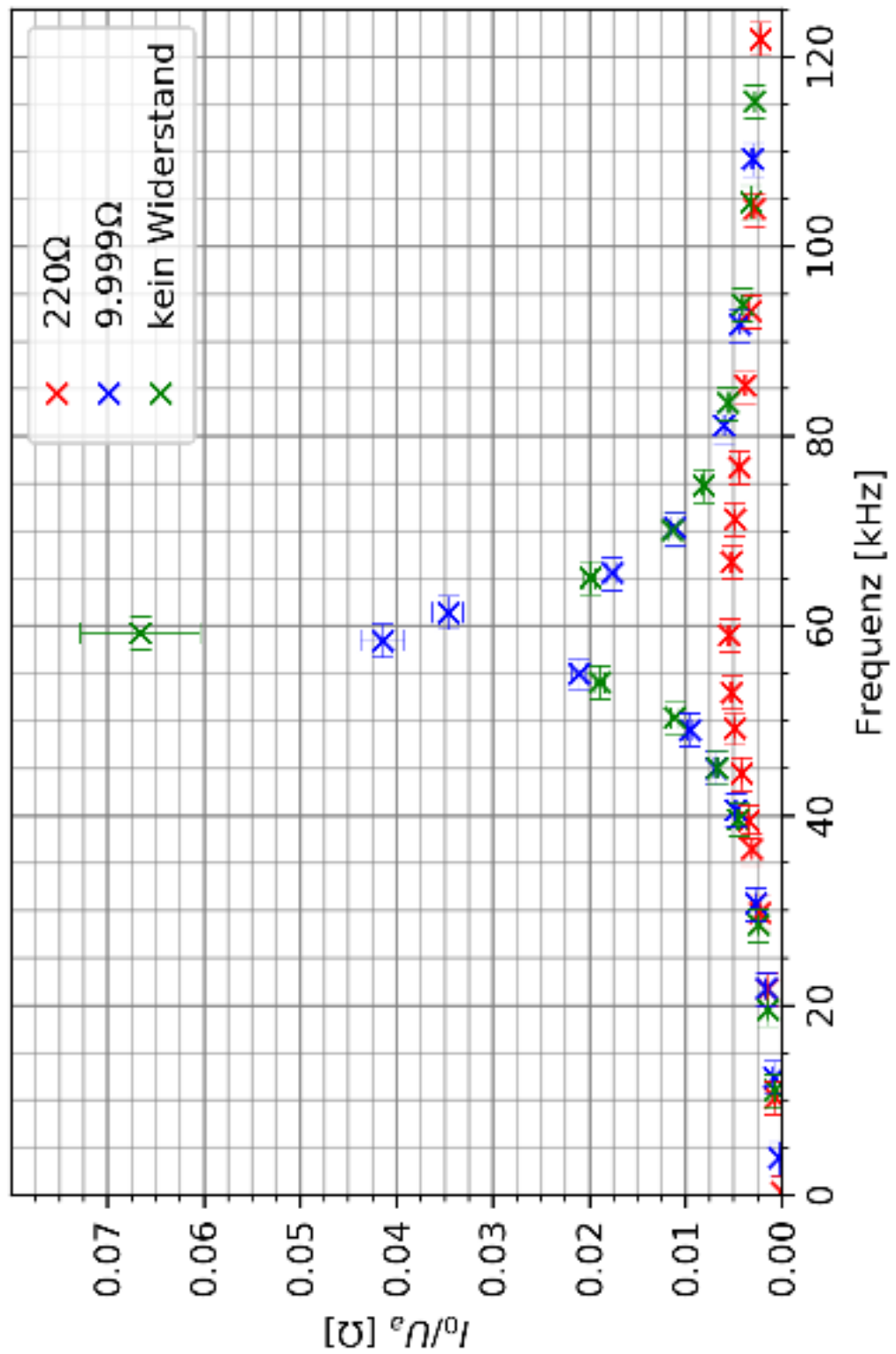


Abbildung 8: Auftragung des Quotienten aus Kondensatorstrom und Ausgangsspannung (Vergrößert)