

Physiklabor für Anfänger*innen
Ferienpraktikum im Wintersemester 2018/19

Versuch 56:
Messungen mit einem
Elektronenstrahloszilloskop,
Kondensatorentladung

(durchgeführt am 27.03.2019)

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	I
1 Ziel des Versuchs	1
2 Versuchsaufbau und Durchführung	1
2.1 Aufbau	1
2.2 Durchführung	1
3 Physikalische Zusammenhänge	2
4 Auswertung und Fehleranalyse	3
4.1 Bestimmung des Tastverhältnisses & des Ein/Aus-Verhältnisses	3
4.2 Messung der Zeitkonstanten	3
4.3 Direkte Messung der Halbwertszeit	7
5 Diskussion der Ergebnisse	9
5.0.1 Zusammenfassung der Ergebnisse	9
5.1 Diskussion und Vergleich	10
Abbildungsverzeichnis	11
Tabellenverzeichnis	11
Literatur	11

1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch sollte mit Hilfe eines Elektronenstrahloszilloskops der Vorgang der Kondensatorladung und Entladung untersucht werden. Außerdem sollten unter Zuhilfenahme der theoretischen Voraussagen über den Verlauf der Kondensatorentladung einige Widerstände bestimmt werden.

2 Versuchsaufbau und Durchführung

2.1 Aufbau

Für den Versuch werden ein Kondensator mit einer Kapazität von 680 pF und ein Widerstand in Reihe geschaltet und an einen Rechteckgenerator angeschlossen, welcher rechteckförmige Wechselspannung generiert. Die Spannungen am Generator selbst und über dem Widerstand werden über die beiden Channel eines Elektronenstrahloszilloskops gemessen. Der Schaltplan dieses Aufbaus ist in Abb. 1 zu sehen.

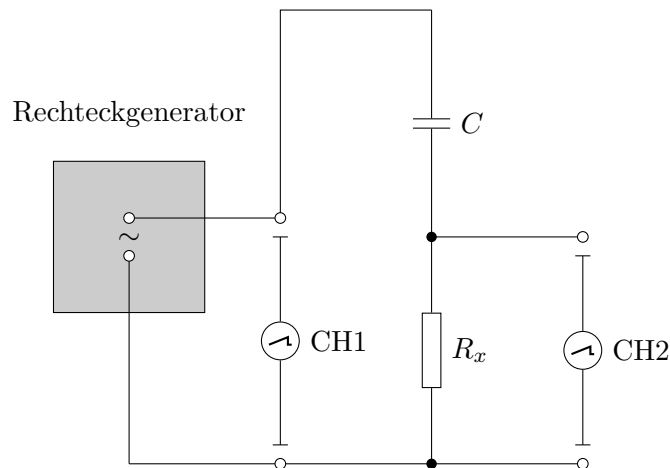


Abbildung 1: Schaltplan zum Versuchsaufbau

2.2 Durchführung

Zur Durchführung ist anzumerken, dass es uns nicht gelungen ist im Vorfeld zu ermitteln ob es sich bei den gemessenen Verläufen aus Abschnitt 4.2 um den Entlade- oder Aufladevorgang handelte, dies ist entweder mit einem Anwenderfehler oder einer unbekannten Funktion des Oszilloskops zu begründen. Dieser Umstand spielt jedoch in der Auswertung der Messdaten keine Rolle, da sich dieser Fehler höchstens in einem Vorzeichenfehler des Endergebnisses äußert, was leicht korrigiert werden kann.

Bestimmung des Tastverhältnisses

Im ersten Teil des Versuchs, wurde die Rechteckspannung am Rechteckgenerator am Oszilloskop (CH1) betrachtet. Gemessen wurden die Größen t_a und t_b , wobei t_a die Zeit ist in der die Spannung $U = U_0$ ist und t_b die Zeit in der die Spannung $U = 0$ ist. Hierfür wurde die jeweilige Zeit mit Hilfe der Skalenstriche auf dem Oszilloskop vermessen. Aus diesen Größen soll das Tastverhältnis t_b/T mit $T = t_a + t_b$ bestimmt werden.

Messung der Zeitkonstanten

In diesem Teil des Versuch wurde zunächst mit dem Oszilloskop ein geeigneter Sichtbereich eingestellt, in diesem sollte der stark gebeugte Teil des exponentiellen Verlaufs gut zu sehen sein. Nun wurden, mit Hilfe der Skala auf dem Oszilloskop, möglichst viele Wertepaare aufgenommen. An dieser Stelle ist darauf zu achten, dass man seine 0 V Linie möglichst genau eingestellt hat. Dies wurde sowohl für einen Entlade- als auch für einen Aufladevorgang des Kondensators durchgeführt.

Direkte Messung der Halbwertszeit

Im letzten Teil des Versuchs wurde die Halbwertszeit des exponentiellen Verlaufs direkt gemessen. Hierzu wurde am Oszilloskop ein geeigneter Punkt gesucht und die Zeit notiert, um anschließend die Zeit abzulesen, nach der die Spannung um die Hälfte des ersten Punkts abgefallen ist. Auch diese Zeit wurde notiert. An dieser Stelle wurde auch darauf geachtet, dass die 0 V Linie des Spannungsverlaufs möglichst gut bekannt ist.

3 Physikalische Zusammenhänge

Um die folgende Auswertung nachvollziehen zu können werden wir im folgenden die genutzten physikalischen Zusammenhänge auflisten.

Für die Spannung U_R über dem Widerstand lässt sich für den Aufladevorgang der Zusammenhang

$$U_R(t) = U_0 e^{-\frac{1}{RC}t}$$

herleiten, wobei R der Widerstand ist und C die Kapazität des verwendeten Kondensators. Für den Entladevorgang erhält man analog den Zusammenhang

$$U_R(t) = -U_0 e^{-\frac{1}{RC}t} \quad .$$

Man kann sofort sehen, dass für die Zeit

$$T_{1/2} = RC \cdot \ln(2) = \tau \cdot \ln(2)$$

die Spannung auf die Hälfte des Startwerts abgesunken ist, man nennt diese Zeit Halbwertszeit.

4 Auswertung und Fehleranalyse

4.1 Bestimmung des Tastverhältnisses & des Ein/Aus-Verhältnisses

Aus den ,wie in Abschnitt 2.2 beschrieben gemessenen, Werten t_a und t_b soll mit $T = t_a + t_b$ das Tastverhältnis $V = t_b/T$ und das Ein/Aus-Verhältnis $E = t_b/t_a$ berechnet werden. Die Messfehler auf die Zeiten t_a und t_b ergeben sich mit

$$s_{t_x} = \text{Messbereich} \cdot s_{\text{dig.}} \quad ,$$

wobei der Messbereich auf $0,2 \mu\text{s}$ eingestellt war und der Fehler auf die Digits auf $s_{\text{dig.}} = 0.1$ geschätzt wurde. Man erhält so für die Zeiten t_a und t_b

$$t_a = (0,44 \pm 0,02) \mu\text{s}$$

$$t_b = (0,44 \pm 0,02) \mu\text{s}$$

Daraus ergibt sich für T mit dem Fehler

$$s_T = \sqrt{s_{t_a}^2 + s_{t_b}^2} \quad ,$$

der Wert

$$T = (0,88 \pm 0,03) \mu\text{s} \quad .$$

Aus den oben genannten Rechenvorschriften für das Tastverhältnis V und das Ein/Aus-Verhältnis E erhält man mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung

$$s_V = \sqrt{\left(\frac{s_{t_b}}{T}\right)^2 + \left(\frac{t_b}{T^2} \cdot s_T\right)^2}$$

$$s_E = \sqrt{\left(\frac{s_{t_b}}{t_a}\right)^2 + \left(\frac{t_b}{t_a^2} \cdot s_{t_a}\right)^2} \quad .$$

Die sich daraus ergebenden Werte für V & E betragen

$$E = 0,50 \pm 0,03$$

$$V = 1,00 \pm 0,06$$

4.2 Messung der Zeitkonstanten

Mit der Schaltung aus Abb. 1 wurde die Spannung über dem Widerstand R_1 gemessen und der Verlauf in Form von einzelnen Messpunkten aus Spannung und Zeit aufgenommen. Dabei wurden Divisions und Messbereich einzeln notiert, um die Unsicherheiten später besser nachvollziehen zu können.

Der Fehler auf Spannung und Zeit wurden aus dem Ablesefehler und dem Messbereich ermittelt. Als Ablesefehler wurde für alle Werte 0.1 Divisions gewählt und dies wird mit

$$s_{\text{Wert}} = 0.1 \cdot \text{Messbereich}$$

zum Fehler auf den jeweiligen Messwert berechnet.

Die Daten und ihre Fehler wurden halblogarithmisch aufgetragen und eine lineare Regression per Hand durchgeführt (die Darstellung suggeriert eine analytische Regression, die

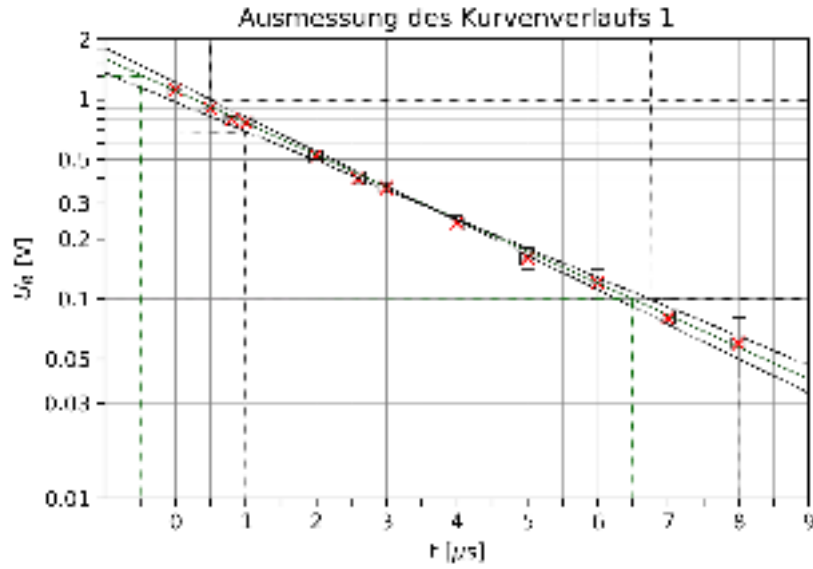


Abbildung 2: Darstellung der linearen Regression der Daten des Ladevorgangs des Kondensators. Die selbe Grafik ist bei Interesse groß im Anhang zu finden

Ausgleichsgeraden wurden jedoch nur am Computer gezeichnet). Im Fall des Aufladevorgangs wurden negative Spannungen gemessen, da man diese nicht sinnvoll logarithmisch auftragen kann, wurde für diese Werte der Betrag verwendet.

Die in Abb. 2 dargestellt Ausgleichsgerade wurde so gewählt, dass sie möglichst viele Punkte oder ihre Fehlerbalken schneidet, die Fehlergerade wurden trotz gutem linearen Verlauf der Daten so gewählt, dass ein Fehler auf die Steigung bestimmbar ist, auch wenn dann mehr als 68 % im Bereich der Fehlergeraden liegen. Aus den markierten Punkten wurden mit Hilfe der gepunkteten Linien die Steigungen aller drei eingezeichneten Geraden bestimmt. Dazu wurden die Werte U_1 , U_2 , t_1 und t_2 abgelesen und die Steigung dann mit

$$b = -\ln\left(\frac{U_2}{U_1}\right) \frac{1}{(t_2 - t_1)}$$

bestimmt. Für die drei Steigungen ergeben sich

$$b_1 = -3,66 \cdot 10^5 \text{ 1/s als Steigung der Hauptgeraden,}$$

$$b_2 = -3,38 \cdot 10^5 \text{ 1/s als Steigung der ersten Fehlergeraden und}$$

$$b_3 = -3,99 \cdot 10^5 \text{ 1/s als Steigung der zweiten Fehlergeraden.}$$

Aus den Steigungen der zwei Fehlergeraden wurde dann mit

$$s_b = \frac{|b_2 - b_3|}{2} = \pm 0,3 \text{ 1/s}$$

der Fehler auf die Steigung der Ausgleichsgerade bestimmt.

Aus der Steigung der Ausgleichsgeraden folgt mit

$$\tau = -\frac{1}{b_1} = (2,73 \pm 0,23) \cdot 10^{-6} \text{ s} = (2,73 \pm 0,23) \mu\text{s}$$

die Zerfallskonstante, wobei sich der Fehler mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung über die Formel

$$s_\tau = \frac{s_b}{b_1^2}$$

ergibt. Die Halbwertszeit $T_{1/2}$ ergibt sich mit

$$T_{1/2} = \ln 2 \tau = (1,89 \pm 0,16) \cdot 10^{-6} \text{ s} = (1,89 \pm 0,16) \mu\text{s}$$

und einem Fehler von

$$s_{T_{1/2}} = \ln 2 s_{\tau} \quad .$$

Aus der Zerfallskonstante und der bekannten Kapazität des Kondensators lässt sich mit

$$R = \frac{\tau}{C} = (4000 \pm 300) \Omega$$

der Widerstand bestimmen, wobei der Fehler über

$$s_R = \frac{s_{\tau}}{C}$$

bestimmt wurde.

Die Bestimmung der Werte des Entladevorgangs des Kondensators folgt vollständig analog zum Aufladevorgang, nur, dass hier nicht der Betrag der Spannungen, sondern direkt die Spannungen selbst ausgewertet wurden. Da die Auswertung und alle Fehler mit den selben Methoden und Formeln bestimmt wurden, wie in der vorherigen Auswertung, werden hier nur die Ergebnisse angegeben. Die folgenden Daten wurden alle aus Abb. 3 entnommen.

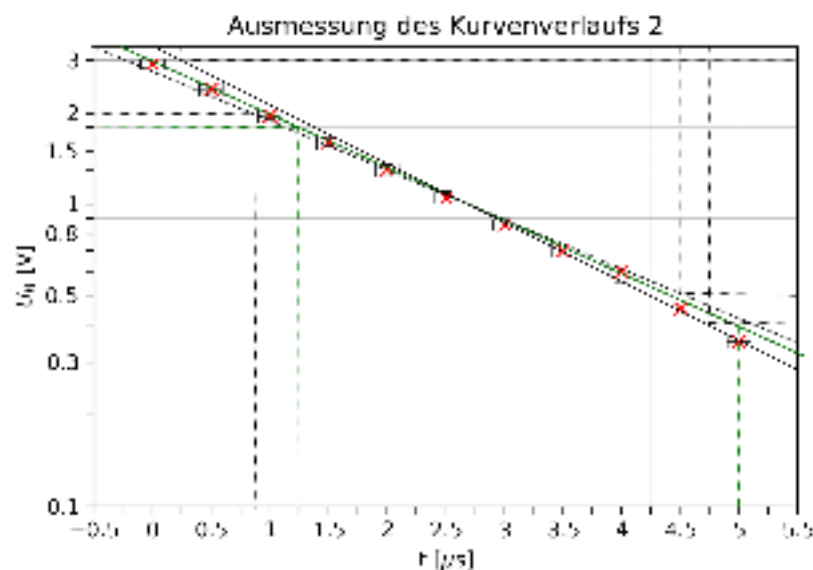


Abbildung 3: Darstellung der linearen Regression der Daten des Entladevorgangs des Kondensators. Bei Bedarf auch groß im Anhang.

Es ergeben sich

$b_1 = -4,01 \cdot 10^5 \text{ 1/s}$ als Steigung der Hauptgeraden und

$b_2 = -3,82 \cdot 10^5 \text{ 1/s}$ und

$b_3 = -4,48 \cdot 10^5 \text{ 1/s}$ als die Steigungen der beiden Fehlergeraden.

Diese Werte ergeben

$$\tau = (2,49 \pm 0,20) \cdot 10^{-6} \text{ s} = (2,49 \pm 0,20) \mu\text{s} \text{ und}$$
$$T_{1/2} = (1,73 \pm 0,14) \cdot 10^{-6} \text{ s} = (1,73 \pm 0,14) \mu\text{s} \text{ f\"ur Zerfallskonstante und Halbwertszeit.}$$

Daraus folgt f\"ur den Widerstand

$$R = (3667 \pm 294) \Omega \quad .$$

Aus den jeweiligen Werten f\"ur Auf- und Entladevorgang wurden Mittelwerte berechnet, da die Werte bei beiden Vorg\"angen die selben sein sollten. Man erh\"alt:

$$\tau_1 = (2,61 \pm 0,15) \mu\text{s}$$
$$T_{1/2,1} = (1,81 \pm 0,11) \mu\text{s}$$
$$R_1 = (3840 \pm 210) \Omega \quad .$$

4.3 Direkte Messung der Halbwertszeit

In diesem Versuchsteil sollte mit Hilfe des Oszilloskops direkt die Halbwertszeit $T_{1/2}$ bestimmt werden. Hierfür wurden, wie in Abschnitt 2.2 beschrieben, jeweils zwei Zeiten für Auf- und zwei Zeiten für Entladevorgang aufgenommen. Dies wurde für alle drei Widerstände durchgeführt. Die Differenz aus diesen Zeiten ist die Halbwertszeit $T_{1/2}$. Zunächst wurde der Fehler auf die Digits, sprich der Ablesefehler, auf die Differenz der beiden Zeitpunkte fortgepflanzt. Man erhält also

$$s_{T_{1/2}} = \sqrt{0.1^2 + 0.1^2} \cdot \text{Messbereich} \quad ,$$

wobei der Messbereich hier für die einzelnen Punkte variierte.

Wir erhalten für den **Entladevorgang**

$$T_{1/2} = (1,70 \pm 0,07) \mu\text{s} \text{ für } R_1$$

$$T_{1/2} = (2,90 \pm 0,14) \mu\text{s} \text{ für } R_2$$

$$T_{1/2} = (4,90 \pm 0,14) \mu\text{s} \text{ für } R_3$$

und für den **Aufladevorgang**

$$T_{1/2} = (1,70 \pm 0,14) \mu\text{s} \text{ für } R_1$$

$$T_{1/2} = (2,90 \pm 0,14) \mu\text{s} \text{ für } R_2$$

$$T_{1/2} = (5,20 \pm 0,28) \mu\text{s} \text{ für } R_3 \quad .$$

Mit der Rechenvorschrift $\tau = T_{1/2} / \ln 2$ erhält man τ und mit Hilfe Gaußscher Fehlerfortpflanzung lässt sich der Fehler auf τ mit

$$s_\tau = \frac{s_{T_{1/2}}}{\ln(2)}$$

berechnen. Wir erhalten für den **Entladevorgang**

$$\tau = (2,5 \pm 0,1) \mu\text{s} \text{ für } R_1$$

$$\tau = (4,2 \pm 0,2) \mu\text{s} \text{ für } R_2$$

$$\tau = (7,1 \pm 0,2) \mu\text{s} \text{ für } R_3$$

und für den **Aufladevorgang**

$$\tau = (2,5 \pm 0,2) \mu\text{s} \text{ für } R_1$$

$$\tau = (4,2 \pm 0,2) \mu\text{s} \text{ für } R_2$$

$$\tau = (7,5 \pm 0,4) \mu\text{s} \text{ für } R_3 \quad .$$

Man erhält so für die drei Widerstände mit $R = \tau / C$ und den mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung bestimmten Fehler von

$$s_R = \frac{s_\tau}{C}$$

Wir erhalten für den **Entladevorgang** also die folgenden Werte

$$R_1 = (3600 \pm 150) \Omega$$

$$R_2 = (6200 \pm 300) \Omega$$

$$R_3 = (10\,400 \pm 300) \Omega$$

und für den **Aufladevorgang**

$$R_1 = (3600 \pm 300) \Omega$$

$$R_2 = (6200 \pm 300) \Omega$$

$$R_3 = (11\,000 \pm 600) \Omega \quad .$$

Auch hier wurden die Mittelwerte der jeweiligen Werte für Auf- und Entladung berechnet. Man erhält:

$$T_{1/2,1} = (1,70 \pm 0,08) \mu s$$

$$T_{1/2,2} = (2,90 \pm 0,10) \mu s$$

$$T_{1/2,3} = (5,05 \pm 0,16) \mu s ,$$

$$\tau_1 = (2,50 \pm 0,11) \mu s$$

$$\tau_2 = (4,20 \pm 0,14) \mu s$$

$$\tau_3 = (7,30 \pm 0,23) \mu s \text{ und}$$

$$R_1 = (3600 \pm 170) \Omega$$

$$R_2 = (6200 \pm 210) \Omega$$

$$R_3 = (10\,700 \pm 300) \Omega \quad .$$

5 Diskussion der Ergebnisse

5.0.1 Zusammenfassung der Ergebnisse

Tastverhältnis und Ein/Aus-Verhältnis Zu Beginn des Versuches wurden Tastverhältnis V und Ein/Aus-Verhältnis E bestimmt. Die Verhältnisse liegen bei

$$\begin{aligned} E &= 0,50 \pm 0,03 \\ V &= 1,00 \pm 0,06 \quad . \end{aligned}$$

Dieser Ergebnisse decken sich mit der optischen Einschätzung während des Versuches und die Zeiten, in denen die Spannung jeweils an- oder aus ist sollte ausreichen lang sein, als dass der Kondensator sich laden und entladen kann.

Messung der Zeitkonstanten Im Versuch wurden mit Hilfe des Auflade- und Entladeverhaltens eines Kondensators die Widerstände dreier ohmschen Widerstände bestimmt. Dazu wurde im ersten Fall, nur für den Widerstand R_1 die Auflade- und die Entladekurve aufgenommen und ausgewertet. Es wurde mit einer linearen Regression über logarithmisch aufgetragene Daten die Zerfallskonstante τ und damit die Lebensdauer $T_{1/2}$ und der Widerstand R_1 bestimmt. Wir erhalten damit für den Mittelwert aus Auf und Entladevorgang:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= (2,61 \pm 0,15) \mu s \\ T_{1/2,1} &= (1,81 \pm 0,11) \mu s \\ R_1 &= (3840 \pm 210) \Omega \quad . \end{aligned}$$

Direkte Messung der Halbwertszeit Es wurden außerdem für drei verschiedene Widerstände die Halbwertszeit direkt gemessen und daraus der jeweilige Widerstand bestimmt. Wir erhalten für die Mittelwerte der Halbwertszeiten, Zerfallskonstante und Widerstände:

$$\begin{aligned} T_{1/2,1} &= (1,70 \pm 0,08) \mu s \\ T_{1/2,2} &= (2,90 \pm 0,10) \mu s \\ T_{1/2,3} &= (5,05 \pm 0,16) \mu s , \\ \tau_1 &= (2,50 \pm 0,11) \mu s \\ \tau_2 &= (4,20 \pm 0,14) \mu s \\ \tau_3 &= (7,30 \pm 0,23) \mu s \text{ und} \\ R_1 &= (3600 \pm 170) \Omega \\ R_2 &= (6200 \pm 210) \Omega \\ R_3 &= (10\,700 \pm 300) \Omega \quad . \end{aligned}$$

5.1 Diskussion und Vergleich

Während des Versuches wurde der Farbcode der drei Widerstände notiert (in falscher Reihenfolge, daher von hinten beginnend, aber das ist während der Auswertung schnell aufgefallen). Aus den Farbcodes kann man den nominellen Wert der Widerstände bestimmen. Die Widerstände waren mit

$$\begin{aligned} R_{1,\text{nom}} &= (3300 \pm 30) \Omega \\ R_{2,\text{nom}} &= (5600 \pm 60) \Omega \\ R_{3,\text{nom}} &= (10\,000 \pm 100) \Omega \end{aligned}$$

markiert. Um die Qualität der Messungen zu überprüfen wurde mit

$$t = \frac{|x_0 - y_0|}{\sqrt{s_x^2 + s_y^2}} \text{ mit } x_0 \text{ und } y_0 \text{ zu vergleichende Werte}$$

Wenn $t < 2$ dann sind $x_0 \pm s_x$ und $y_0 \pm s_y$ verträglich

Wenn $t \geq 2$ dann sind $x_0 \pm s_x$ und $y_0 \pm s_x$ nicht verträglich

die Verträglichkeit auf einem Signifikanzniveau von 5 % der gemessenen Widerstände mit den theoretischen Werten bestimmt.

Für R_1 wurden zwei verschiedene Methoden zur Bestimmung des Widerstand verwendet. Für den Widerstand, welcher über die Messung der Zeitkonstante ermittelt wurde, ergibt sich $t = 2.5$, was die beiden Werte auf dem Signifikanzniveau von 5 % unverträglich macht. Der direkt über die abgelesene Halbwertszeit bestimmte Wert ist mit $t = 1.7$ verträglich mit dem nominellen Wert.

Für R_2 wurde im Versuch nur mit der zweiten Methode ein Widerstand bestimmt. Dieser Wert ist mit $t = 2.7$ nicht mit dem nominellen Wert verträglich, für R_3 ergibt sich $t = 2.2$, was gegen eine Verträglichkeit spricht.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Qualität der Ergebnisse bei beiden Messmethoden ähnlich zu bewerten ist, obwohl die direkte Messmethode (direktes Ablesen von $T_{1/2}$) für R_1 ein mit dem nominellen Wert verträgliches Ergebniss geliefert hat. Dies widerspricht der Vermutung, dass die Messung des Verlaufs bessere Ergebnisse liefern würde, was allerdings auch daran liegen könnte, dass nicht genug Messpunkte aufgenommen wurden und eine grafische Auswertung vorgenommen wurde.

Abbildungsverzeichnis

1	Schaltplan zum Versuchsaufbau	1
2	Darstellung der linearen Regression der Daten des Ladevorgangs des Kondensators	4
3	Darstellung der linearen Regression der Daten des Entladevorgangs des Kondensators	5
4	Darstellung der linearen Regression der Daten des Ladevorgangs des Kondensators	12
5	Darstellung der linearen Regression der Daten des Entladevorgangs des Kondensators	13

Tabellenverzeichnis

Literatur

[Quelle 1] *"Versuchsanleitungen zum Physiklabor für Anfänger*innen, Teil 2"* Stand 02/2019.

Versuch S6

$C = 680 \text{ pF}$

R_1 : braun, braun, schwarz, orange, orange

R_2 : " " " " , blau, grün

R_3 : braun, rot, schwarz, schwarz, braun

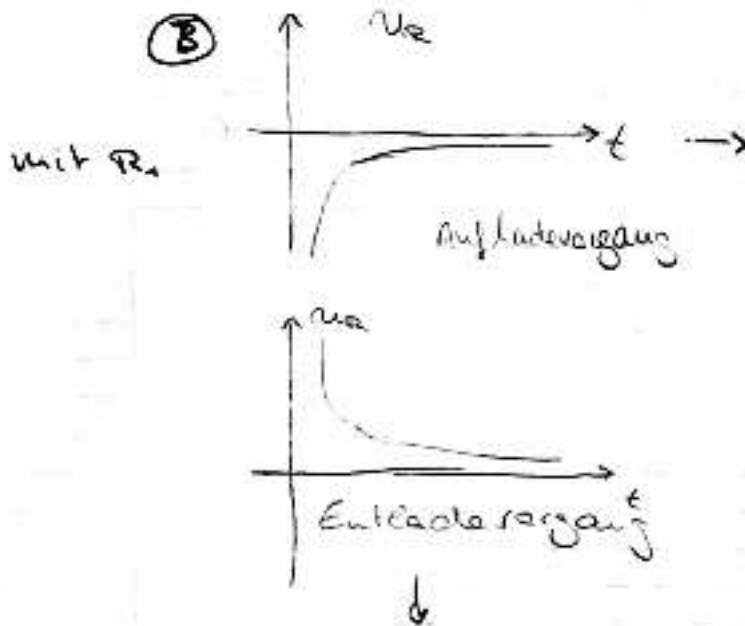
(A)

$$\tau_0 = \frac{11}{5} \cdot 0,2 \text{ ms}$$

$$\tau_a = \frac{11}{5} \cdot 0,2 \text{ ms}$$

$$U_0 = 7 \frac{2}{5} \cdot 0,5 \text{ V}$$

(B)



$U_2 \cdot 0,1 \text{ V}$ $t \cdot 0,1 \text{ ms}$

-5,6	0
-3,8	1
-2,6	2
-1,8	3
-1,2	4
-0,8	5
-0,6	6
-0,4	7
-0,3	8

$U_2 \cdot 0,1 \text{ V}$ $t \cdot 0,5 \text{ ms}$

5,4	0
3,7	1
2,4	2
3,1	3
2,5	4
2	5
1,6	6
1,4	7
1,1	8,98
0,9	9
4	1,8

$U_2 \cdot 0,5 \text{ V}$ $t \cdot 0,5 \text{ s}$

5,8	0
4,8	1
3,9	2
3,2	3
2,6	4
2,1	5
1,7	6
1,4	7
1,2	8
0,9	9
0,7	10

32

R1 Entladevorgang

$$t_{12} = |(1,8 - 5,2)| 0,5 \mu s$$

Auflade

$$t_{12} = |(0,5 - 2,2)| \cdot 1 \mu s$$

R2

$$t_{12} = |(2 - 4,9)| \cdot 1 \mu s$$

R3 Entlade

$$t_{12} = |(3,5 - 8,4)| \cdot 1 \mu s$$

Auflade

$$t_{12} = |(0,4 - 3)| 2 \mu s$$

Fehler: Ableser $\pm \frac{1}{2} \text{ digit}$

2. 3. 2013



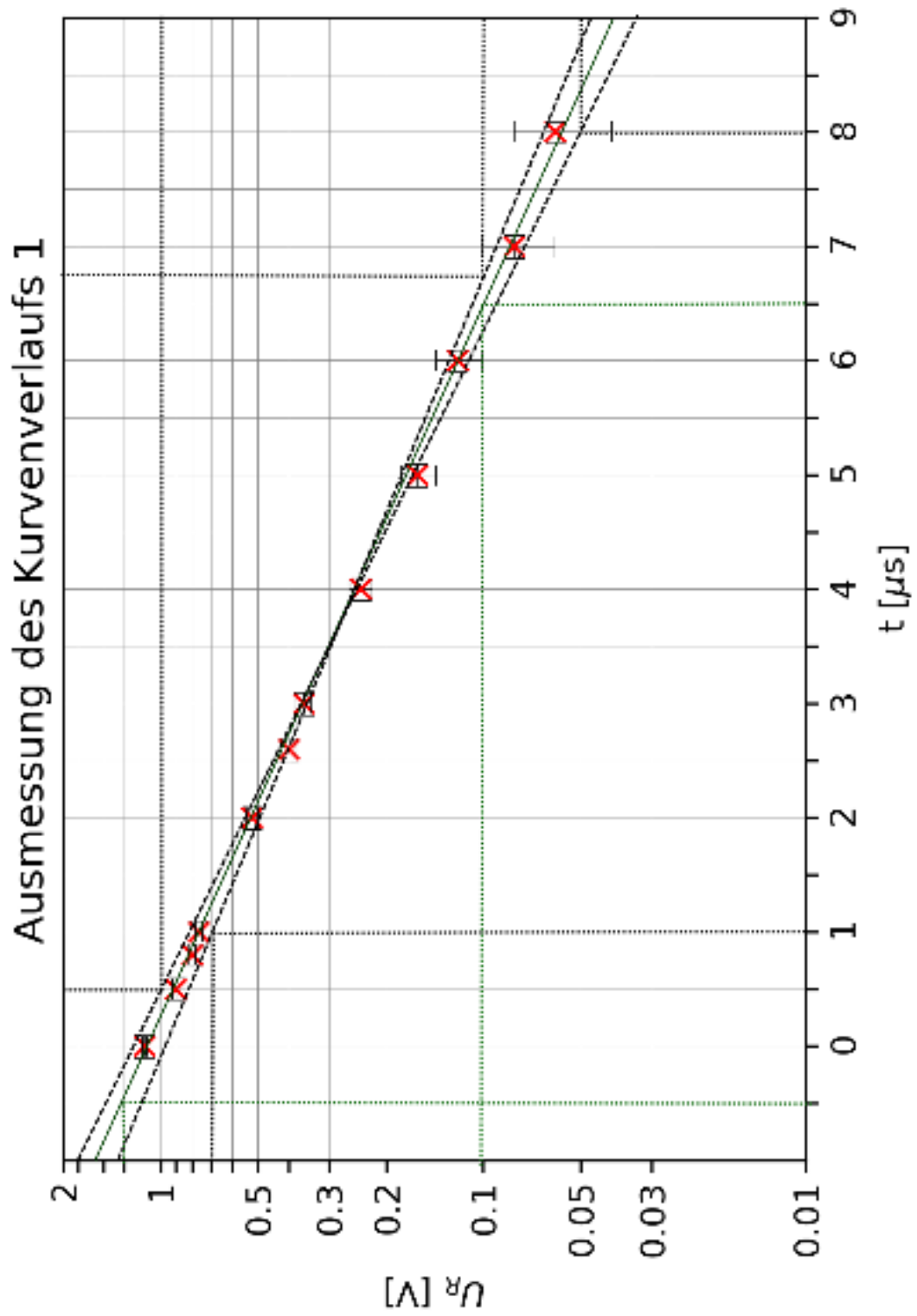


Abbildung 4: Darstellung der linearen Regression der Daten des Ladevorgangs des Kondensators

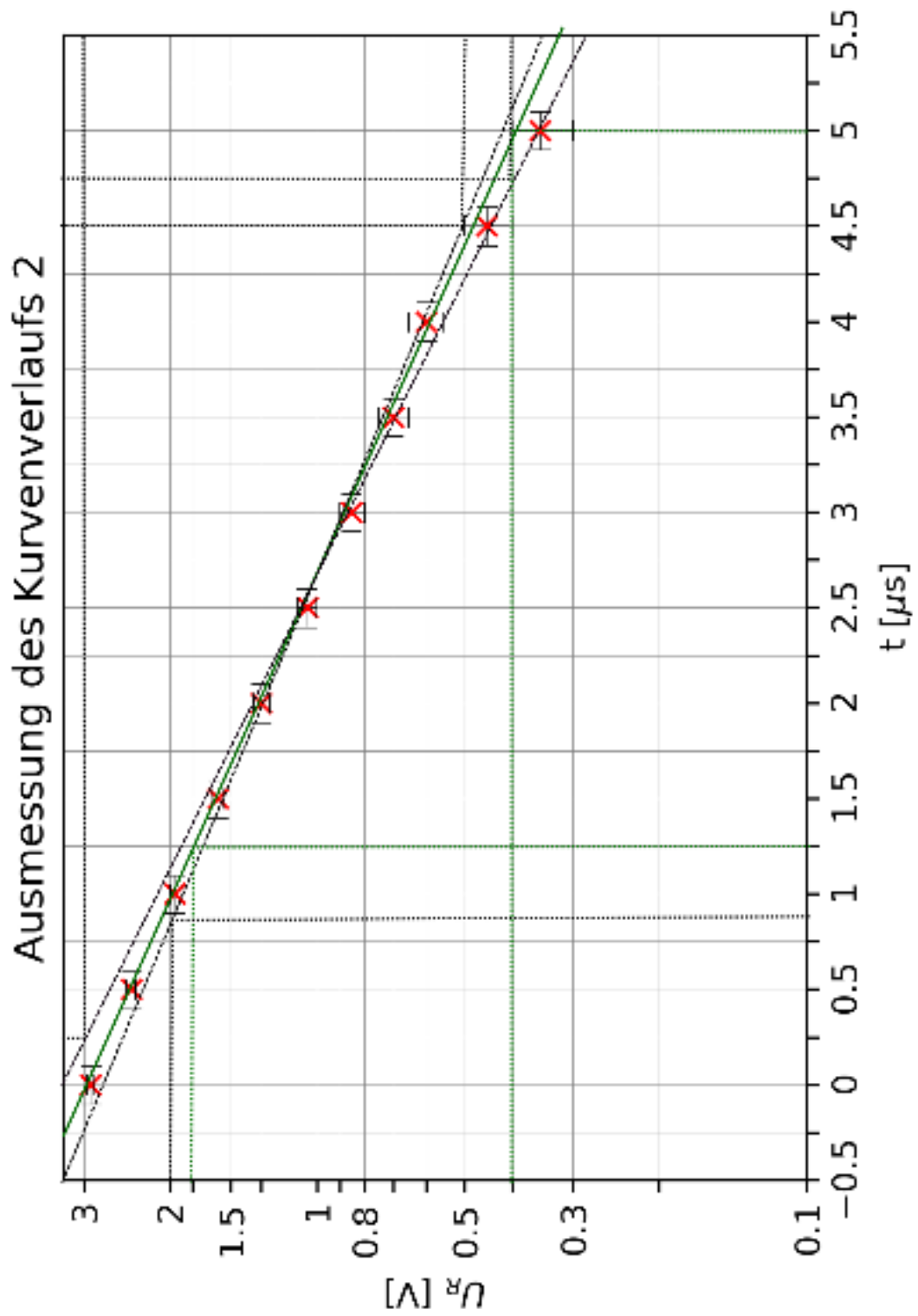


Abbildung 5: Darstellung der linearen Regression der Daten des Entladevorgangs des Kondensators