

Physiklabor für Anfänger*innen
Ferienpraktikum im Wintersemester 2018/19

Versuch 76 : Beugung am Gitter

(durchgeführt am 03.04.2019)

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	I
1 Ziel des Versuchs	1
2 Versuchsaufbau und Durchführung	1
2.1 Aufbau	1
2.2 Durchführung	2
3 Physikalische Zusammenhänge	3
4 Auswertung und Fehleranalyse	4
4.1 Messung der Gitterkonstanten: Gitter 1	4
4.2 Messung der Gitterkonstanten: Gitter 2	6
4.3 Beugungsordnungen	6
4.4 Messung unbekannter Linien	8
5 Diskussion der Ergebnisse	9
Abbildungsverzeichnis	11
Literatur	11
6 Anhang	12

1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch wird Beugung am Gitter untersucht und genutzt, um die Wellenlängen des Lichts einer Quecksilberdampfampe zu analysieren. Dazu wird die Gitterkonstante bestimmt und ein Gitterspektrometer aufgebaut.

2 Versuchsaufbau und Durchführung

2.1 Aufbau

Der Versuch besteht aus einer optischen Bank mit mehreren Bauteilen, die auf der Schiene befestigt werden können. An der Schiene befindet sich eine Skala zum Ablesen der Positionen der einzelnen Bauteile. In Abb. 1 ist der letztendlich genutzte Aufbau zu sehen, das genaue Vorgehen bei der Positionierung wird in Abschnitt 2.2 näher erläutert.

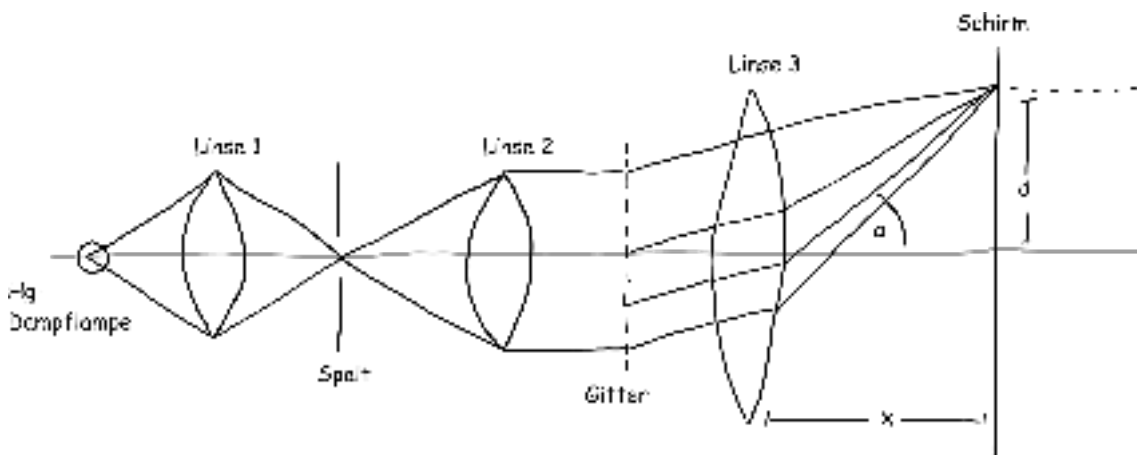


Abbildung 1: Skizze des Aufbaus zur Bestimmung der Gitterkonstante und der Wellenlängen mit Hilfe von Beugung am Gitter

Die genutzten Bauteile sind:

- Linse 1: Kollimator, einfache Linse, Brennweite 50 mm
- Spalt: verstellbarer Spalt, erzeugen eines horizontal kollimierten Strahlenbündels
- Linse 2: Kollimator, Achromat, Brennweite 100 mm
- Gitter: Gitter 1 mit 830 Linien/mm, Gitter 2 140 Linien/mm
- Linse 3: Achromat, Brennweite 800 mm
- Schirm: weißer Schirm mit Skala

2.2 Durchführung

Aufbau des Strahlengangs Zunächst wurde die Lichtquelle eingeschaltet und so ausgerichtet, dass das Bild mittig auf dem Schirm erscheint. Linse 1 wurde nun vor der Lichtquelle positioniert und so verschoben, dass das Bild mittig und gleichmäßig ausgeleuchtet auf dem Schirm dargestellt wurde.

Der Spalt wurde vor der Linse eingebaut und beide Bauteile so verschoben, dass das Bild gut erkennbar und kaum verkleinert zu sehen war. Es wurde dabei darauf geachtet, dass der Spalt mittig im Lichtstrahl lag.

Als nächstes wurde Linse 2 in den Aufbau eingebracht und so verschoben, dass möglichst paralleles Licht über den gesamten Aufbau entsteht. Dies wurde mehrmals mit Hilfe eines Papiers und einem Maßband überprüft und nachjustiert.

Linse 3 mit Gitterhalterung wurde direkt hinter Linse 2 gestellt und der Schirm auf 80 cm Abstand zur Linse 3 gestellt. Nun wurde die gesamte Kombination aus Linse 2, Gitter und Linse 3 ein wenig verschoben, sodass das Maximum 0.ter Ordnung scharf auf dem Schirm abgebildet wurde.

Während des gesamten Vorgangs wurden die Linsen einige Male nachjustiert, sodass das Maximum 0.ter Ordnung exakt mittig auf dem 0.ten Skalenstrich lag.

Gitterkonstante Für Gitter 1 und Gitter 2 wurde jeweils eine Messreihe zur Bestimmung der Gitterkonstante durchgeführt. Zunächst wurde einmalig, diese Lage wurde während des gesamten Versuchs nicht verändert, die Lage von Linse 3 mit Hilfe der Skala der optischen Bank bestimmt.

Zur Bestimmung der Gitterkonstante wurde die Lage der Maxima erster Ordnung der intensivsten HG-Linien (in unserem Fall waren das die Linien zu den gegebenen Wellenlängen) bestimmt. Die zu vermessende Linie wurde durch Verstellen des Schirms scharf gestellt und dann die Position des Schirms s_{Schirm} und die beiden Abstände d_1 und d_2 von Lage des Maximums zur Mitte der Skala (also dem 0.ten Skalenstrich) aufgenommen.

Bei Gitter 1 wurden vier Werte aufgenommen, bei Gitter 2 waren gelb und orange nicht trennbar, daher wurden drei Werte aufgenommen.

Beugungsordnungen Für Gitter 2 waren für die sichtbaren Wellenlängen mehrere Linien, daher mehrere Maxima erkennbar. Für eine Wellenlänge, wir haben die grüne Linie gewählt, wurde die Lage der Maxima höherer Ordnung bestimmt. Dazu wurde der Schirm so verstellt, dass das jeweilige Maximum scharf dargestellt wurde und die Position des Schirms s_{Schirm} und die beiden Abstände d_1 und d_2 zum jeweiligen Maximum bestimmt. Bei grünem Licht waren die Maxima erster bis vierter Ordnung erkennbar.

Messung unbekannter Linien Für Gitter 1 waren zwei Linien erkennbar, die sich nicht einer der vier gegebenen Linien zuordnen ließen. Für diese zwei Linien wurde ebenfalls der Abstand vom Schirm und die beiden Abstände von Mitte zu den Linien aufgenommen und die ungefähre Lage der Linien skizziert. Mit diesen Werten und der Gitterkonstante sollte sich somit die unbekannte Wellenlänge bestimmen lassen.

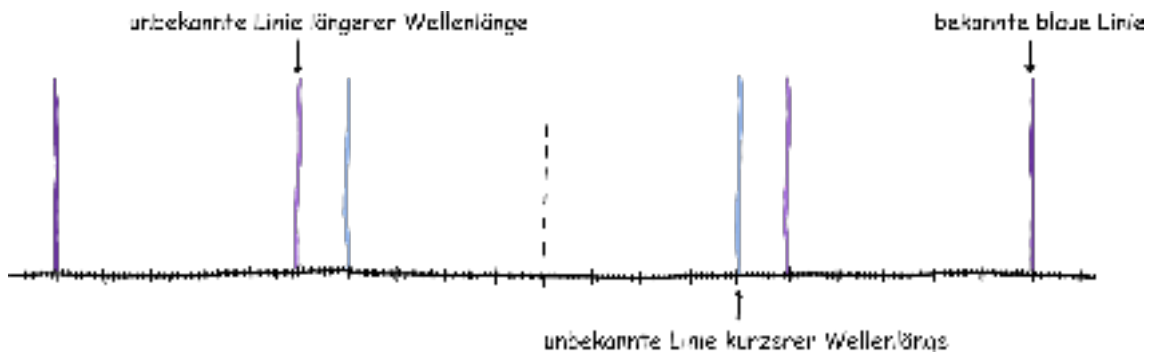


Abbildung 2: Skizzenhafte Darstellung der beobachteten unbekannten Linien zur späteren Beurteilung der ermittelten Wellenlänge

3 Physikalische Zusammenhänge

Die Lage der Maxima auf dem Schirm bei Interferenzerscheinungen am Gitter ist über

$$g \cdot \sin(\alpha) = k \cdot \lambda \quad (1)$$

gegeben. Dabei ist g die Gitterkonstante, α ist der Winkel zwischen optischer Achse und Verbindung zwischen Linse und Maximum. Die Ordnung wird über k angegeben und λ ist die, zum Maximum gehörende Wellenlänge.

Der Winkel α wird im Versuch nicht gemessen, man kann ihn aber aus den gemessenen Größen mit

$$\tan(\alpha) = \frac{d}{x} \quad (2)$$

bestimmen.

4 Auswertung und Fehleranalyse

Im folgenden werden die Messdaten, welche im Anhang zu finden sind, der verschiedenen Versuchsteile ausgewertet.

4.1 Messung der Gitterkonstanten: Gitter 1

Zur Bestimmung der Gitterkonstanten wurden die Orte der Maxima erster Ordnung relativ zur Schirmmitte und die Positionen von Linse 3 und Schirm gemessen. Daraus wurden die Größen d und x und die Fehler unter der Annahme eines Skalenfehlers von $s_{\text{Skala}} = 0.1 \text{ cm}$ auf beide Skalen (Optische Bank und Schirm) berechnet.

$$d = \frac{d_1 + d_2}{2} \quad \text{mit} \quad s_d = \frac{\sqrt{0.1^2 + 0.1^2}}{2}$$

$$x = x_{\text{Schirm}} - x_{\text{Linse}} \quad \text{mit} \quad s_x = \sqrt{0.1^2 + 0.1^2}$$

Aus diesen Werten kann man mit Hilfe von Gleichung (2) den Winkel α berechnen. Für den Fehler auf α wurde eine Kleinwinkelnäherung genutzt. Mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung erhält man dann für den Fehler

$$s_\alpha = \sqrt{\left(\frac{1}{x} \cdot s_d\right)^2 + \left(\frac{d}{x^2} \cdot s_x\right)^2}$$

Aus den so bestimmten Winkeln wurde nun $\sin(\alpha)$ berechnet, den Fehler erhält man somit durch

$$s_{\sin(\alpha)} = |\cos(\alpha) \cdot s_\alpha|$$

Der Sinus von α wurde nun gegen die bekannten Wellenlängen aufgetragen und mit

$$a = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

für $y = a + bx$

eine lineare Regression durchgeführt. Die Fehler auf die Parameter, der so bestimmten Ausgleichsgeraden, lassen sich durch

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n y_i - (a + bx_i)^2}$$

$$s_a = s \cdot \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}}$$

$$s_b = s \cdot \sqrt{\frac{n}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}}$$

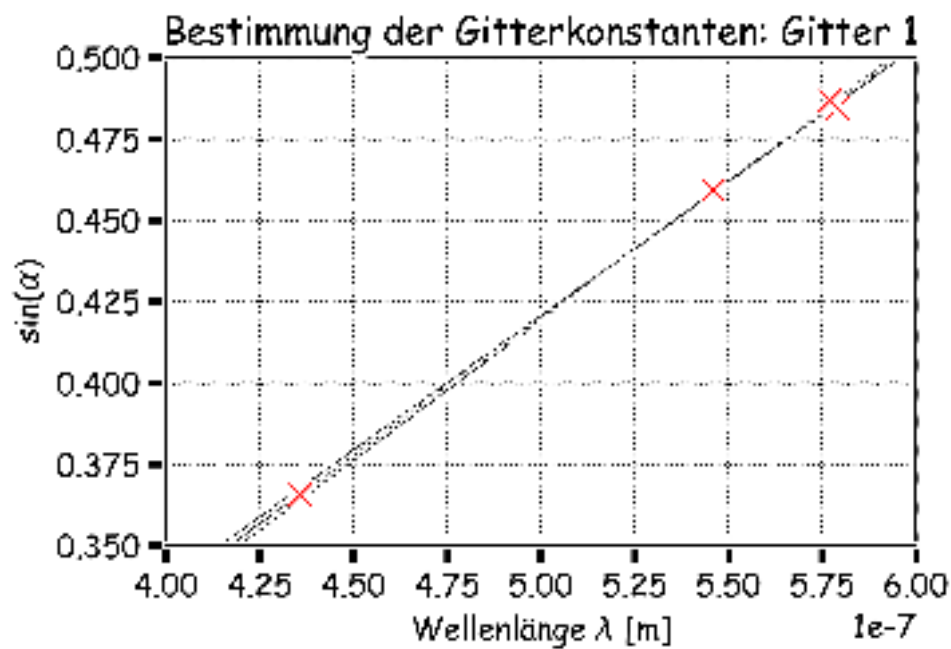


Abbildung 3: Die dargestellten Messpunkte wurden durch die Messdaten mit Gitter 1 berechnet. Auf alle Punkte wurden Fehler berechnet, diese wurden jedoch aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht eingezeichnet.

berechnen. Die berechneten Werte und die Ausgleichsgerade sind in Abb. 3 dargestellt.

Die Lineare Regression liefert die Parameter

$$a = -0.001 \pm 0.009$$

$$b = (843 \pm 18) \frac{1}{\text{nm}}$$

Die Gitterkonstante g lässt sich also zu folgendem Wert berechnen

$$g = \frac{1}{b} = (1.19 \pm 0.03) \mu\text{m}$$

Den Fehler erhält man mit

$$s_g = \left| \frac{1}{b^2} \cdot s_b \right|$$

4.2 Messung der Gitterkonstanten: Gitter 2

Dieser Teil der Auswertung verläuft komplett analog zur Vorhergegangenen. Die berechneten Werte sind in Abb. 4 dargestellt.

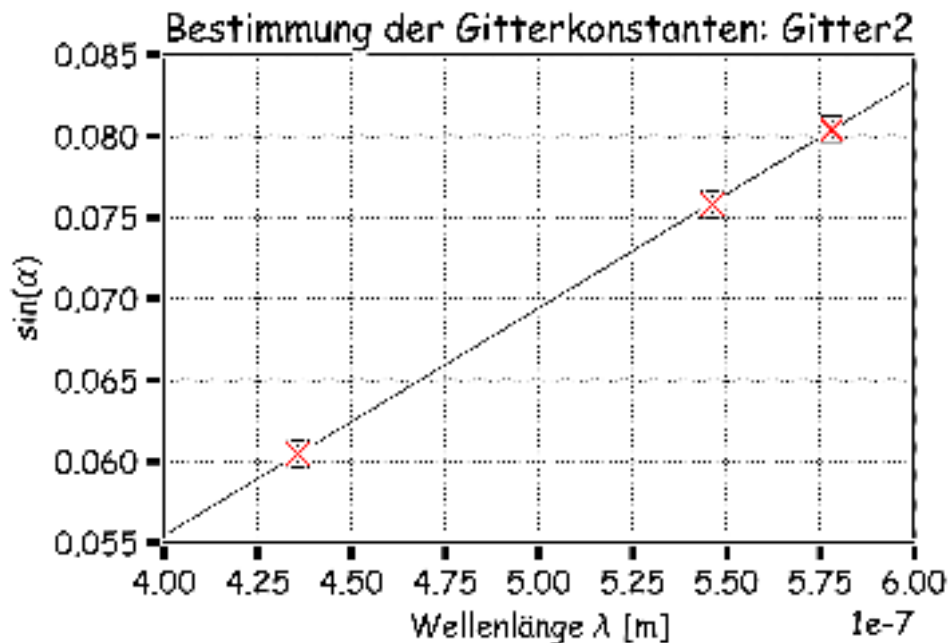


Abbildung 4: Die hier dargestellten Messpunkte wurden aus den Werten der Messung mit Gitter 2 bestimmt. Die Fehlergeraden der Linearen Regression wurden berechnet, sind aber, da sie nicht zu sehen sind, nicht eingezeichnet worden.

Die lineare Regression zu dieser Messung liefert die folgenden Parameter:

$$a = -0.0005 \pm 0.0004$$

$$b = (139.9 \pm 0.8) \frac{1}{\text{mm}}$$

Man erhält somit analog zur Auswertung zum Gitter 1 für die Gitterkonstante g

$$g = (7.15 \pm 0.04) \mu\text{m}$$

4.3 Beugungsordnungen

In diesem Versuchsteil wurden die Positionen der grünen Linien des Emissionsspektrums relativ zur Schirmmitte gemessen. Aus diesen Messdaten wurde erneut analog zum Vorhergegangenen die Größe $\sin(\alpha)$ und der dazugehörige Fehler berechnet. Diese Werte wurden dann, wie in Abb. 5 dargestellt, gegen die jeweilige Beugungsordnung aufgetragen. Um die Linearität zu überprüfen und die Gitterkonstante g zu berechnen wurde außerdem erneut eine lineare Regression über die Messpunkte durchgeführt.

Die Lineare Regression liefert die folgenden Parameter

$$a = 0.0002 \pm 0.0003$$

$$b = 0.07577 \pm 0.00012$$

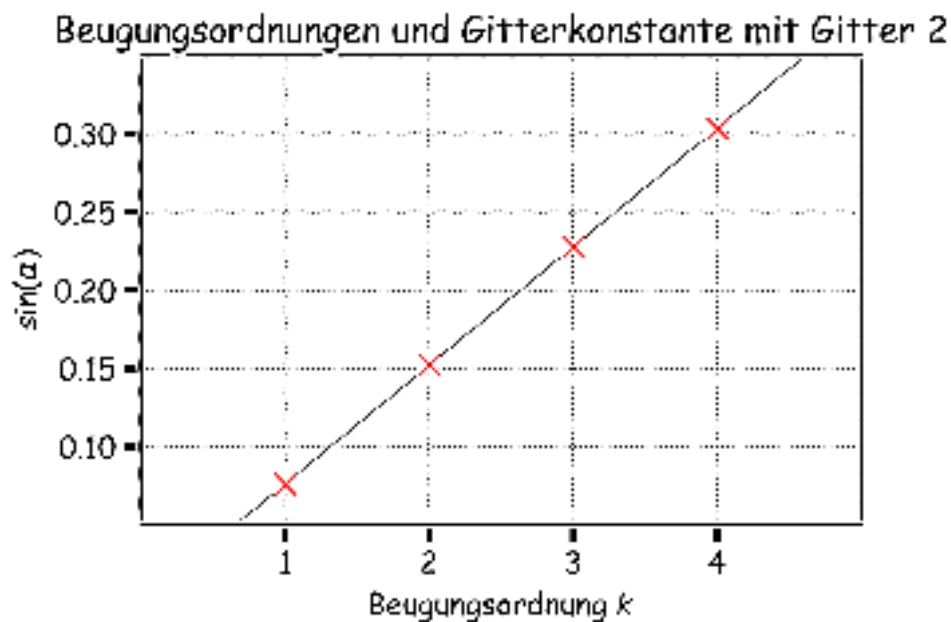


Abbildung 5: Hier werden die Messpunkte der Werte zur Beugungsordnung und einer linearen Regression über diese Werte dargestellt. Die Fehlergeraden der linearen Regression und die Fehler auf die Messpunkte wurden berechnet sind aber auf Grunde der geringen Größe nicht eingezeichnet worden.

daraus erhält man die Liniendichte

$$\frac{1}{g} = \frac{b}{\lambda} = (138.7 \pm 0.2) \frac{1}{\text{mm}}$$

wobei man den Fehler mit $s_{1/g} = s_b / \lambda$ berechnet wurde. Man erhält nun die Gitterkonstante

$$g = (7.208 \pm 0.012) \mu\text{m}$$

Überlappung von Spektren höherer Ordnung

Um die Überlappung von Spektren höherer Ordnung anschaulich darzustellen, wurde eine Abbildung erstellt in welcher eben jene Überlappung dargestellt wird. Hierbei wird ein Spektrum von 400 bis 750 nm angenommen außerdem ein Abstand von Linse 3 zum Schirm von 50 cm und eine Liniendichte von $140 \frac{1}{\text{mm}}$ (nominelle Liniendichte für Gitter 2 [Quelle 1]). Zur Berechnung des Ortes am Schirm für die jeweilige obere und untere Wellenlänge des Spektrums k-ter Ordnung wurde die folgende Rechenvorschrift verwendet, welche man durch Kombination und Äquivalenzumformung von Gleichung (1) und Gleichung (2) erhält.

$$d = x \cdot \tan\left(\arcsin\left(\frac{k\lambda}{g}\right)\right)$$

Wir erhalten die in Abb. 6 dargestellten Überlappungen.

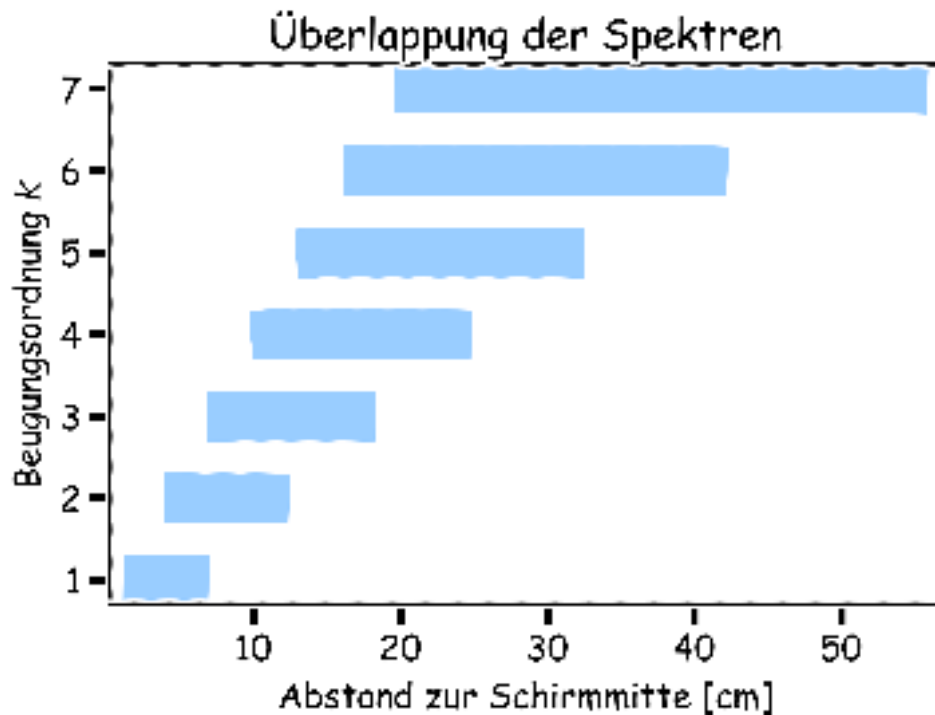


Abbildung 6: Darstellung der Überlappung von Spektren unterschiedlicher Beugungsordnungen

4.4 Messung unbekannter Linien

In diesem Versuchsteil wurden Linien gesucht, deren Wellenlänge nicht in [Quelle 1] gegeben waren. Es wurden zwei Linien entdeckt. Es wurden wieder die relativen Positionen zur Schirmmitte und die Position von Schirm und Linse 3 gemessen und daraus dann $\sin(\alpha)$ und der dazugehörige Fehler berechnet. Mit der berechneten Gitterkonstante für Gitter 1

$$g_1 = (1.19 \pm 0.03) \mu\text{m}$$

und $k = 1$ kann nun die Wellenlänge λ mit der Vorschrift

$$\lambda = g_1 \cdot \sin(\alpha)$$

berechnen. Den Fehler erhält man mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung aus

$$s_\lambda = \sqrt{(g_1 \cdot s_{\sin(\alpha)})^2 + (\sin(\alpha) \cdot s_{g_1})^2} \quad .$$

Wir erhalten somit die beiden Wellenlängen

$$\lambda_1 = (402 \pm 9) \text{ nm}$$

$$\lambda_2 = (388 \pm 8) \text{ nm} \quad .$$

5 Diskussion der Ergebnisse

Bestimmung der Gitterkonstanten

Für beide genutzten Gitter wurde, über die Bestimmung der Lage der Maxima erster Ordnung, die Gitterkonstante aus einer linearen Regression über die Messdaten bestimmt. Wir erhalten

$$\begin{aligned} g_1 &= (1.19 \pm 0.03) \mu\text{m} \\ L_1 &= (843 \pm 18) \text{ Linien/mm für Gitter 1 und} \\ g_2 &= (7.15 \pm 0.04) \mu\text{m} \\ L_2 &= (139.9 \pm 0.8) \text{ Linien/mm für Gitter 2.} \end{aligned}$$

Die in [Quelle 1] angegebenen Gitterkonstanten für die beiden Gitter liegen bei

$$\begin{aligned} g_{1, \text{lit.}} &= 1.20 \mu\text{m} \\ L_{1, \text{lit}} &= 830 \text{ Linien/mm für Gitter 1 und} \\ g_{2, \text{lit}} &= 7.14 \mu\text{m} \\ L_{2, \text{lit}} &= 140 \text{ Linien/mm für Gitter 2.} \end{aligned}$$

Damit liegen die angegebenen Werte sowohl für Gitter 1, als auch für Gitter 2 innerhalb einer Sigma-Umgebung der von uns ermittelten Werte. Das weitere Nutzen dieser Werte sollte also akzeptable Ergebnisse liefern.

Beugungsordnung

Für Gitter 2 wurde außerdem für die grüne Linie die Lage der Maxima höherer Ordnung bestimmt. Auch aus diesen Werte lässt sich mit einer linearen Regression die Gitterkonstante bestimmen. Man erhält

$$\begin{aligned} g_{2, \text{beug}} &= (7.208 \pm 0.012) \mu\text{m} \\ L_{2, \text{beug}} &= (138.7 \pm 0.2) \text{ Linien/mm} \end{aligned}$$

Das Ergebnis bei dieser Methode weicht stärker vom angegebenen Wert ab und dieser liegt nur noch innerhalb von 6 Standardabweichungen, was aber hauptsächlich an dem sehr kleinen Fehler aus der linearen Regression, welcher auf Grund der sehr gut liegenden Daten zu Stande kam, liegt. Überprüft man mit

$$t = \frac{|x_0 - y_0|}{\sqrt{s_x^2 + s_y^2}} \text{ mit } x_0 \text{ und } y_0 \text{ zu vergleichende Werte}$$

Wenn $t < 2$ dann sind $x_0 \pm s_x$ und $y_0 \pm s_y$ verträglich

Wenn $t \geq 2$ dann sind $x_0 \pm s_x$ und $y_0 \pm s_x$ nicht verträglich

die Verträglichkeit der zwei unterschiedlich berechneten Werte g_2 und $g_{2, \text{beug}}$ auf einem Signifikanzniveau von 5 %, so erhält man

$$t = 1.4$$

was für eine Verträglichkeit der bestimmten Werte spricht.

Berechnet man außerdem die Streuung der Messpunkte um die, durch die lineare Regression erhaltene, Gerade, erhält man

$$S = \frac{1}{n-2} \sum_i (y_i - (a + bx_i))^2 = 0.0003 \quad ,$$

was ein gutes Indiz dafür ist, dass ein linearer Zusammenhang vorliegt.

Überlappung von Spektren höherer Ordnung

Davon ausgehend, dass man von jeder Wellenlänge Interferenzmaxima mehrerer Ordnungen sehen kann, so müssten Bereiche entstehen, in denen Maxima unterschiedlicher Ordnung und Wellenlänge am selben Ort abgebildet werden. Diese Überlappung wurde in Abb. 6 dargestellt. Es ist zu sehen, dass das Bild auf dem Schirm mit steigender Ordnung breiter wird und die daruntergelegene Ordnung größtenteils abdeckt.

Wir konnten diese Überlappung kaum beobachten, die Maxima höherer Ordnung waren aber auf Grund der Lichtverhältnisse auch nicht für alle Wellenlängen zu erkennen.

Messung unbekannter Linien

Mit Gitter 1 waren zwei Linien sichtbar, die sich nicht den gegebenen Wellenlängen zuordnen ließen. Mit Hilfe der aufgenommenen Positionen und der berechneten Gitterkonstante konnte die jeweilige dazugehörige Wellenlänge bestimmt werden.

$$\lambda_1 = (402 \pm 9) \text{ nm}$$

$$\lambda_2 = (388 \pm 8) \text{ nm}$$

Die Lage der Maxima und die Farbe, die im Versuch beobachtet wurde spricht für UV-Licht und die berechneten Wellenlängen liegen nach [Quelle 2] auch im Grenzbereich des sichtbaren Lichts zum UV-Licht.

Um die gemessenen Werte näher beurteilen zu können, haben wir uns in [Quelle 3] über das Licht einer Quecksilberlampe informiert. Es gibt zwei Wellenlängen, die im Bereich zwischen violett und nahem UV liegen. Es handelt sich dabei um die h- und die i-Linie mit Wellenlängen von

$$\lambda_h = 404.66 \text{ nm}$$

$$\lambda_i = 365.01 \text{ nm} \quad .$$

Damit könnte es sich bei der ersten gemessenen Linie um die h-Linie und bei der zweiten um die i-Linie handeln. Die h-Linie liegt innerhalb einer Sigma-Umgebung des gemessenen Wertes λ_1 und die i-Linie liegt innerhalb von 3 Sigma-Umgebungen von λ_2 . Der zweite Wert ist vermutlich ungenauer, da es sehr schwierig war diese Linie zu messen, da sie bei kleinstem Lichteinfall nicht mehr sichtbar war. Dies ist bei der i-Linie auch zu erwarten, da der nahe UV-Bereich am äußersten Ende des sichtbaren Spektrums liegt.

Eine Linie im Infrarot-Bereich war bei unserem Aufbau auch mit verschiedenen Hilfsmitteln nicht zu beobachten.

Abbildungsverzeichnis

1	Skizze des Aufbaus zur Bestimmung der Gitterkonstante und der Wellenlängen mit Hilfe von Beugung am Gitter	1
2	Skizzenhafte Darstellung der beobachteten unbekannten Linien	3
3	Bestimmung der Gitterkonstanten: Gitter1	5
4	Bestimmung der Gitterkonstanten: Gitter2	6
5	Beugungsmaxima verschiedener Ordnung	7
6	Darstellung der Überlappung von Spektren unterschiedlicher Beugungsordnungen	8

Literatur

[Quelle 1] "Versuchsanleitungen zum Physiklabor für Anfänger*innen, Teil 2" Stand 02/2019

[Quelle 2] [HTTPS://WWW.LICHTMIKROSKOP.NET/OPTIK/BILDER/LICHTSPEKTRUM.JPG](https://www.lichtmikroskop.net/optik/bilder/lichtspektrum.jpg)
Abrufdatum 04.04.19

[Quelle 3] [HTTPS://DE.WIKIPEDIA.ORG/WIKI/QUECKSILBERDAMPFLAMPE](https://de.wikipedia.org/wiki/Quecksilberdampf Lampe)
Abrufdatum 04.04.19

6 Anhang

Tabelle 1: Tabelle der von uns aufgenommenen Messdaten für alle Versuchsteile. Die Position der Linse x_{Linse} betrug für alle Messungen 31.55 cm

Farbe	x_{Schirm} [cm]	d_1 [cm]	d_2 [cm]
Gitter 1			
lila	94.35	24.75	24.6
grün	82.7	26.55	26.35
gelb	81.4	27.7	27.5
orange	81.4	27.85	27.7
Gitter 2			
lila	112.45	4.9	4.9
grün	112.45	6.15	6.15
orange/gelb	112.45	6.55	6.5
Unbekannte Linien			
blau	97.15	23.7	23.53
Unbekannt	97.15	22.7	22.7
Beugungsordnung k	Farbe: grün		
1	112.45	6.15	6.15
2	108.4	11.85	11.8
3	105.4	17.3	17.2
4	101	21.95	22.25