

Physiklabor für Anfänger*innen
Ferienpraktikum im Wintersemester 2018/19

Versuch 83:
Braggsche Reflexion von
Röntgenstrahlung an einem Einkristall

(durchgeführt am 08.03.2019)

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	I
1 Ziel des Versuchs	1
2 Versuchsaufbau und Durchführung	1
2.1 Aufbau	1
2.2 Durchführung	1
3 Physikalische Zusammenhänge	2
4 Auswertung und Fehleranalyse	3
4.1 Teil 1: Zählrohrcharakteristik	3
4.2 Teil 2: Röntgenemmissionsspektrum	4
5 Diskussion der Ergebnisse	7
Abbildungsverzeichnis	8
Literatur	8

1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch soll mit Hilfe eines Röntgenemissionspektrums die Gitterkonstante eines Einfachkristalls bestimmt werden. Außerdem wird über den Einsatz der Bremsstrahlung das plansche Wirkungsquantum bestimmt.

2 Versuchsaufbau und Durchführung

2.1 Aufbau

Der Aufbau, wie in Abb. 1 abgebildet, besteht im wesentlichen aus zwei Teilen. In dem ersten Teil werden Elektronen, mit Hilfe einer Beschleunigungsspannung U_A , aus einer Glühkathode auf eine Anode beschleunigt und dann im Anodenmaterial gebremst, sodass sie Röntgenstrahlung emittieren. Diese Strahlung wird durch eine Lochblende in den zweiten Teil des Aufbaus gelassen und auf den zu untersuchenden Kristall gerichtet. Die Strahlung wird dort reflektiert und trifft anschließend auf ein Geiger-Müller-Zählrohr. Der Neigungswinkel des Kristalls ist mit dem Winkel des Zählrohrs gekoppelt, sodass das Zählrohr immer um genau das doppelte des Neigungswinkels der Probe ausgelenkt wird.

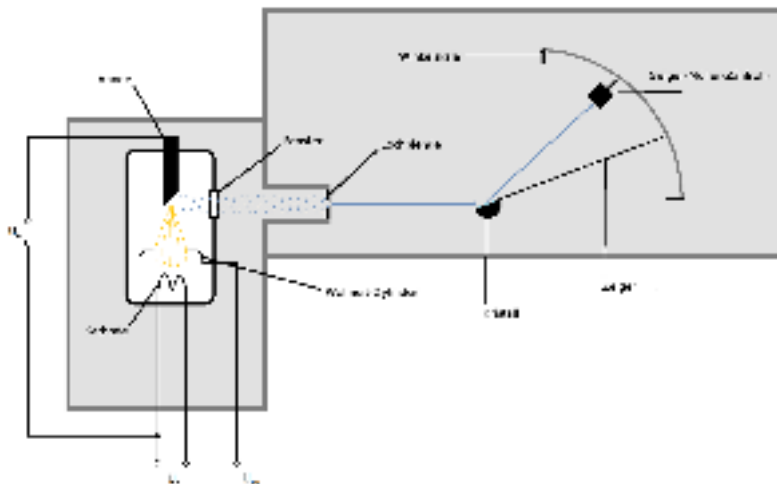


Abbildung 1: Versuchsaufbau

Das Geiger-Müller-Zählrohr ist an einen Counter angeschlossen, der mit Hilfe einer digitalen Uhr über eine einstellbare Zeit Δt zählt. Außerdem können Beschleunigungsspannung und Zählrohrspannung über einen Regler geregelt werden.

2.2 Durchführung

Zählrohrcharakteristik

Um die, im weiteren Verlauf des Versuchs zu verwendende, Zählrohrspannung zu ermitteln, wird die Zählrohrcharakteristik gemessen. Hierzu wurde die Beschleunigungsspannung auf $U_A = 20\text{ kV}$ und der Braggwinkel auf $\alpha = 12^\circ$ gestellt. Anschließend wurde die Anzahl der Pulse N in einem Zeitraum von $\Delta t = 30\text{ s}$ für verschiedene Zählrohrspannungen aufgenommen. Die aufgenommenen Messungen lagen im Bereich von $U_Z = 300\text{...}750\text{ V}$. Es

wurde in Schrittweiten von 25 V gemessen, außer in Bereichen hoher Steigung, hier wurde in Schrittweiten von 5 V gemessen. In der Messung wird ein Plateau erkennbar, dessen Mittelpunkt als Zählrohrspannung des weiteren Versuchsablaufs genutzt wurde.

Röntgenemissionsspektrum

Zunächst soll die Zählzeit Δt pro Winkel bestimmt werden, hierzu wird, im Falle des LiF-Kristalls, die Beschleunigungsspannung auf $U_A = 22 \text{ kV}$ und der Winkel auf $\alpha = 12^\circ$ gestellt. Die Zählzeit soll nun so gewählt werden, dass die Zählrate $N \geq 2000$ beträgt. In unserem Versuchsaufbau war dies bei $\Delta t = 5 \text{ s}$ der Fall. Nun werden die Zählraten N bei verschiedenen Winkeln α gemessen. Der Messbereich liegt zwischen $\alpha = 5^\circ \dots 30^\circ$ und es wird in Schrittweiten von abwechselnd $\Delta\alpha = 0,4^\circ$ und $\Delta\alpha = 0,6^\circ$ gemessen.

Das Emissionsspektrum besteht zum einen aus dem Spektrum der Bremsstrahlung und zum anderen aus K_α - und K_β -Strahlung von Kupfer. Um diese Emissionslinien des Kupfers genauer zu vermessen, wird in der Umgebung der Peaks nochmal in Schritten von $\Delta\alpha = 0,2^\circ$ gemessen.

Um das Einsetzen des Spektrums der Bremsstrahlung besser bestimmen zu können wird auch um das Minimum der Zählraten N im Bereich von kleinen Winkeln α noch einmal in Schritten von $\Delta\alpha = 0,2^\circ$ gemessen.

3 Physikalische Zusammenhänge

Bei der Reflexion an Kristallen tritt Interferenz auf, da an äußeren Netzebenen des Kristalls reflektierte Lichtstrahlen einen Gangunterschied zu an inneren Netzebenen des Kristalls reflektierte Lichtstrahlen haben. Dieser Effekt wird durch die Braggsche Reflexionsbedingung

$$2d \sin \alpha = n\lambda$$

beschrieben.

Wenn ein Elektron beschleunigt wird, emittiert dieses Strahlung. Die Wellenlänge der emittierten Strahlung hängt davon ab, wieviel Energie das Elektron abgibt/aufnimmt. In unserem Fall werden Elektronen durch Stöße gebremst, verliert ein Elektron bei einem Stoß seine gesamte Energie so kann man folgenden Zusammenhang herstellen.

$$\begin{aligned} h\nu_{\max} &= \frac{hc}{\lambda_{\min}} = eU_A \\ \Leftrightarrow \lambda_{\min} &= \frac{hc}{eU_A} = \frac{1239,8 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{eU_A} \end{aligned}$$

Um die von uns gemessenen Linien zu beurteilen wurde der folgende Zusammenhang für die Frequenz bei K_α -Strahlung genutzt.

$$\nu(K_\alpha) = \frac{c}{\lambda(K_\alpha)} = \frac{3}{4}(Z-1)^2 Ry$$

mit $Ry = 3,290 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ und $Z = \text{Kernladungszahl des Anodenmaterials}$.

4 Auswertung und Fehleranalyse

4.1 Teil 1: Zählrohrcharakteristik

Trägt man die Anzahl der gemessenen Pulse bei einer Anodenspannung von 20 kV gegen die Zählrohrspannung auf, so ergibt sich Abb. 2. Als Fehler auf die Zählrohrspannung wurde

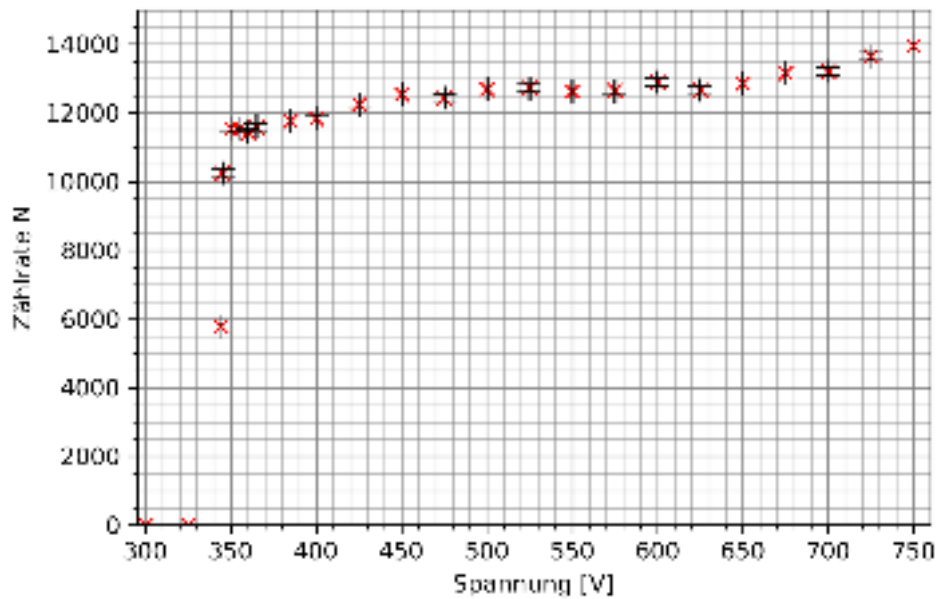


Abbildung 2: Messung der Zählrohrcharakteristik

$s_{U_z} = 0,5 \text{ V}$ gewählt, es wurde also die Schwankung der ersten nicht angezeigten Stelle betrachtet. Der Fehler auf die Zählrate wurde zu $s_N = \sqrt{N}$ gewählt, also als Poissonfehler. Für die weiteren Aufgaben wurde bereits während des Versuches 550 V als die Mitte des Plateaus identifiziert und im Folgenden als Zählrohrspannung verwendet.

4.2 Teil 2: Röntgenemmissionsspektrum

Spektrum und Gitterkonstante

Für eine Röhrenspannung von 220 kV wurde die Zählrate aufgenommen und logarithmisch gegen den Bragg-Winkel aufgetragen Abb. 3. Um die Lage der Maxima zu bestimmen wur-

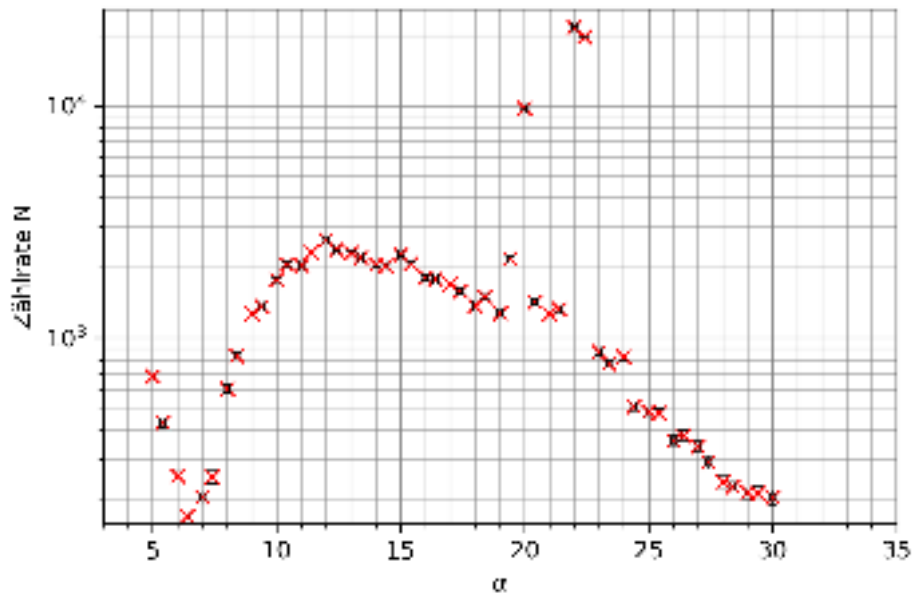
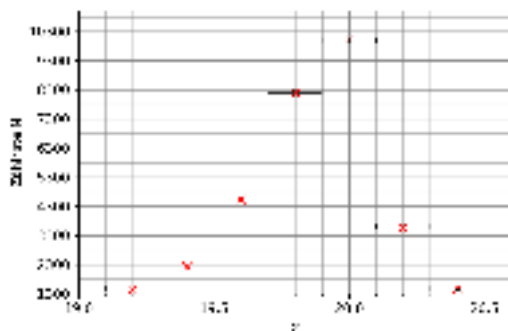
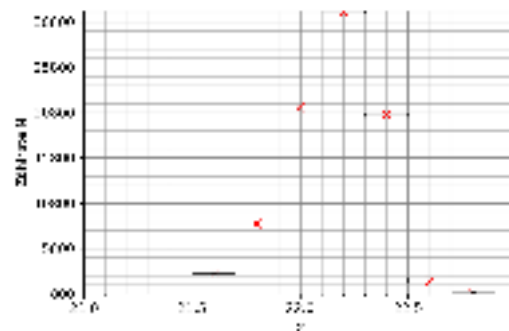


Abbildung 3: Zählrate für unterschiedliche Bragg-Winkel

den die zwei, im Bereich der Maxima mit höherer Auflösung aufgenommenen Messungen ausgewertet Abb. 4. Da die darzustellenden Bereiche nun kleiner sind, wurde wieder eine normale Skalierung verwendet. Aus den Abbildungen wurde graphisch jeweils der Winkel



(a) Bestimmung K_{β} -Linie



(b) Bestimmung K_{α} -Linie

Abbildung 4: Erneute messung der Maxima in besserer Auflösung

mit maximaler Zählrate ermittelt. Dabei wurde als Maximum der größte, aufgenommene Wert gewählt und als Fehler das doppelte des Fehlers auf α , da so durch den Fehler der

gesamte, nicht gemessene Bereich abgedeckt ist. Somit ergeben sich

$$\begin{aligned}\alpha_{K_\beta} &= (20.0 \pm 0.2)^\circ \\ \alpha_{K_\alpha} &= (22.2 \pm 0.2)^\circ \quad .\end{aligned}$$

Mit dem so bestimmten Wert für α_{K_α} wurde, mit Hilfe der Bragg-Bedingung die Gitterkonstante,

$$d = \frac{\lambda_{K_\alpha}}{2 \sin \alpha_{K_\alpha}} = (2,040 \pm 0,017) \cdot 10^{-10} \text{ m} = (204,0 \pm 1,7) \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

für einen Lithium-Flourid-Kristall bestimmt. Der Fehler auf die Gitterkonstante wurde mit gaußscher Fehlerfortpflanzung

$$s_d = \frac{\lambda_{K_\alpha}}{2} \frac{\cos(\alpha_{K_\alpha})}{(\sin(\alpha_{K_\alpha}))^2} \cdot s_{\alpha_{K_\alpha}}$$

bestimmt.

Die so bestimmte Gitterkonstante wurde nun genutzt, um aus α_{K_β} die Wellenlänge der K_β -Linie zu bestimmen. Diese ergibt sich mit

$$\lambda_{K_\beta} = 2d \sin(\alpha_{K_\beta})$$

und

$$s_{\lambda_{K_\beta}} = \sqrt{(2 \sin(\alpha_{K_\beta}) \cdot s_d)^2 + (2 \cos(\alpha_{K_\beta}) \cdot s_{\alpha_{K_\beta}})^2}$$

zu

$$\lambda_{K_\beta} = (139,6 \pm 1,8) \cdot 10^{-12} \text{ m} \quad .$$

Berechnet man die Wellenlänge der CuK_α -Strahlung mit dem Moseleyschen Gesetz, so erhält man:

$$\lambda_{K_\alpha} = \frac{4c}{3(Z-1)^2 R_y} = 155 \cdot 10^{-12} \text{ m} \quad .$$

Bremssstrahlungseinsatz und Bestimmung von h

Bei näherer Betrachtung des Minimums bei kleinen Winkeln (Abb. 5) kann man den Kurvenverlauf der größeren Winkel und daher auch größeren Wellenlängen extrapolieren und so den Einsatzzpunkt α_{min} des Bremsstrahlungsspektrums bestimmen. Der Einsatzzpunkt

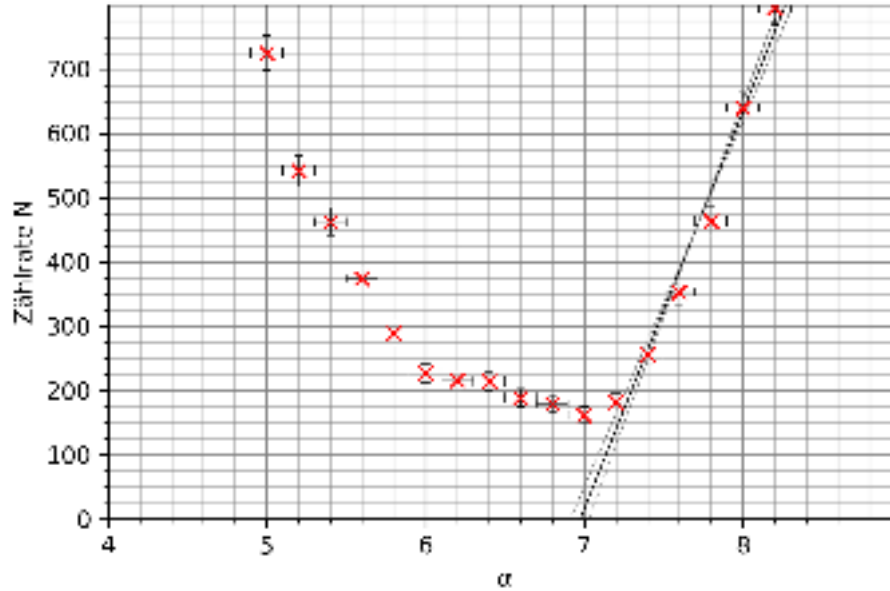


Abbildung 5: Extrapolation bei größeren α zur Bestimmung von α_{min}

α_{min} wurde als Schnittpunkt der Ausgleichsgerade mit der x-Achse und der Fehler über gaußsche Fehlerfortpflanzung zu

$$\alpha_{min} = -\frac{\text{Achsenabschnitt}}{\text{Steigung}} = 7.0 \pm 0.8^\circ$$

bestimmt. Aus diesem α_{min} lässt sich nun mit der Bragg-Bedingung die minimale Wellenlänge

$$\lambda_{min} = 2d \sin(\alpha_{min}) = (49,5 \pm 5,8) \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

bestimmen. Auch hier wurde der Fehler mit Gauß bestimmt und folgende Formel wurde genutzt:

$$s_{\lambda_{min}} = \sqrt{(2 \sin(\alpha_{min}) \cdot s_d)^2 + (2d \cos(\alpha_{min}) \cdot s_{\alpha_{min}})^2} \quad .$$

Nun wurde λ_{min} genutzt um das planksche Wirkungsquantum zu bestimmen. Mit

$$h = \frac{eU_{Amin}}{c}$$

$$s_h = \sqrt{\left(\frac{e\lambda_{min}}{c} \cdot s_u\right)^2 + \left(\frac{eU_A}{c} \cdot s_{\lambda_{min}}\right)^2}$$

ergibt sich somit

$$h = (5,8 \pm 0,7) \cdot 10^{-34} \text{ J s} \quad .$$

5 Diskussion der Ergebnisse

Die Gitterkonstante wurde von uns auf den Wert

$$d = (204,0 \pm 1,7) \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

bestimmt, der im Versuchsaufbau angegebene Wert liegt bei $d = 201 \cdot 10^{-12} \text{ m}$. Man sieht also, dass der angegebene Wert in einer 2σ - Umgebung um den von uns errechneten Wert liegt.

Aus der Gitterkonstanten folgt die Einheitszellengröße von

$$a = (408,0 \pm 3,4) \cdot 10^{-12} \text{ m} \quad .$$

Vergleicht man diesen Wert mit dem Literaturwert von $a = 402,6 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ [Quelle 4], so sieht man dass auch hier der Literaturwert innerhalb einer 2σ - Umgebung um den gemessenen Wert liegt, was für die Qualität der Messung und ein gutes Abschätzen der Fehler spricht.

Mit dem Gesetz von Moseley wurde die K_α - Wellenlänge für Kupfer bestimmt. Wir erhielten

$$\lambda_{K_\alpha} = 155 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Um die Güte des durch das Gesetz von Moseley bestimmten Wertes zu ermitteln, vergleichen wir ihn mit dem der Literaturwert von $\lambda_{K_\alpha} = 154,2 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ [Quelle 1]. Die Differenz der beiden Werte beträgt $0,8 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ was einer relativen Abweichung von 0.52% vom Literaturwert entspricht. Man erkennt also, dass das Moseleysche Gesetz eine gute Näherung des wahren Werts liefert.

Die Wellenlänge der K_β - Strahlung wurde zu

$$\lambda_{K_\beta} = (139,6 \pm 1,8) \cdot 10^{-12} \text{ m} \quad .$$

bestimmt, der angegebene Wert liegt bei $\lambda_{K_\beta} = 139,2 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ [Quelle 3]. Der angegebene Wert liegt somit in einer 1σ - Umgebung um den gemessenen Wert, was erneut für eine gute Messung und ein gutes Abschätzen der Fehler spricht.

Zuletzt sollte noch das Planksche Wirkumsquantum h bestimmt werden, dafür wurde das Einsetzten des Bremspektrums vermessen. Wir erhielten den Wert

$$h = (5,8 \pm 0,7) \cdot 10^{-34} \text{ J s} \quad .$$

Der Literaturwert liegt bei $6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ [Quelle 2], daraus folgt, dass der Literaturwert in einer 2σ - Umgebung um den von unserem gemessenen Wert liegt. Die Abweichung ist vermutlich damit zu begründen, dass eine Extrapolation über einen linearen Fit über einige wenige Messpunkte notwendig war. Da der Verlauf vermutlich in Wahrheit nicht linear ist und der Bereich nur mit begrenzter Genauigkeit vermessen wurde ist, liefert diese Methode auch nur begrenzt genaue Ergebnisse.

Abbildungsverzeichnis

1	Versuchsaufbau	1
2	Messung der Zählrohrcharakteristik	3
3	Zählrate für unterschiedliche Bragg-Winkel	4
4	Erneute messung der Maxima in besserer Auflösung	4
5	Extrapolation bei größeren α zur Bestimmung von α_{min}	6

Literatur

[Quelle 1] "Versuchsanleitungen zum Physiklabor für Anfänger*innen, Teil 2" Stand 02/2019.

[Quelle 2] *P.Tipler, G. Mosca: Physik für Wissenschaftler und Ingenieure. 7. Auflage. 2008. Berlin, Heidelberg*

[Quelle 3] [HTTPS://WEB.STANFORD.EDU/GROUP/GLAM/XLAB/MATSCI162_172/LECTURENOTES/01_PROPERTIES%20&%20SAFETY.PDF](https://web.stanford.edu/group/GLAM/xlab/MatSci162_172/lecturenotes/01_properties%20&%20safety.pdf) ABRUFDATUM: 09.03.2019

[Quelle 4] [HTTPS://DE.WIKIPEDIA.ORG/WIKI/LITHIUMFLUORID](https://de.wikipedia.org/wiki/Lithiumfluorid) ABRUFDATUM: 09.03.2019

Daten der linearen Regression

Lineare Regression ohne Gewichtung(x,y) (Extrapolation aus Abb. 5)

Achsenabschnitt: -4314.6666666663805

Steigung: 618.5714285713849

Streuung: 40.7550756407

Fehler auf den Achsenabschnitts: 375.448415496

Fehler auf die Steigung: 48.7116323813