

Physiklabor für Anfänger*innen
Ferienpraktikum im Wintersemester 2018/19

Versuch 84 :
Schwächung von γ -Strahlen

(durchgeführt am 13.03.2019)

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	I
1 Ziel des Versuchs	1
2 Versuchsaufbau und Durchführung	1
2.1 Aufbau	1
2.2 Durchführung	2
3 Physikalische Zusammenhänge	2
4 Auswertung und Fehleranalyse	3
4.1 Messung der Zählrohrcharakteristik	3
4.2 Auswertung des Untergrunds	3
4.3 Auswertung der Schwächungsmessungen	4
4.4 Photonenenergie E_γ	7
5 Diskussion der Ergebnisse	8
5.1 Zählrohrcharakteristik	8
5.2 Untergrundmessung	8
5.3 Bestimmung der Schwächungskoeffizienten	8
Abbildungsverzeichnis	9
Tabellenverzeichnis	9
Literatur	9
6 Anhang	10
6.1 Lineare Regression	10
6.2 Berechnete Daten der Zählraten	10

1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch soll die Wechselwirkung von γ -Strahlen mit verschiedenen Materialien quantitativ betrachtet werden. Hierzu wird der Zusammenhang zwischen dem Grad der Abschirmung und dem verwendeten Material und seiner Dicke hergestellt und untersucht.

2 Versuchsaufbau und Durchführung

2.1 Aufbau

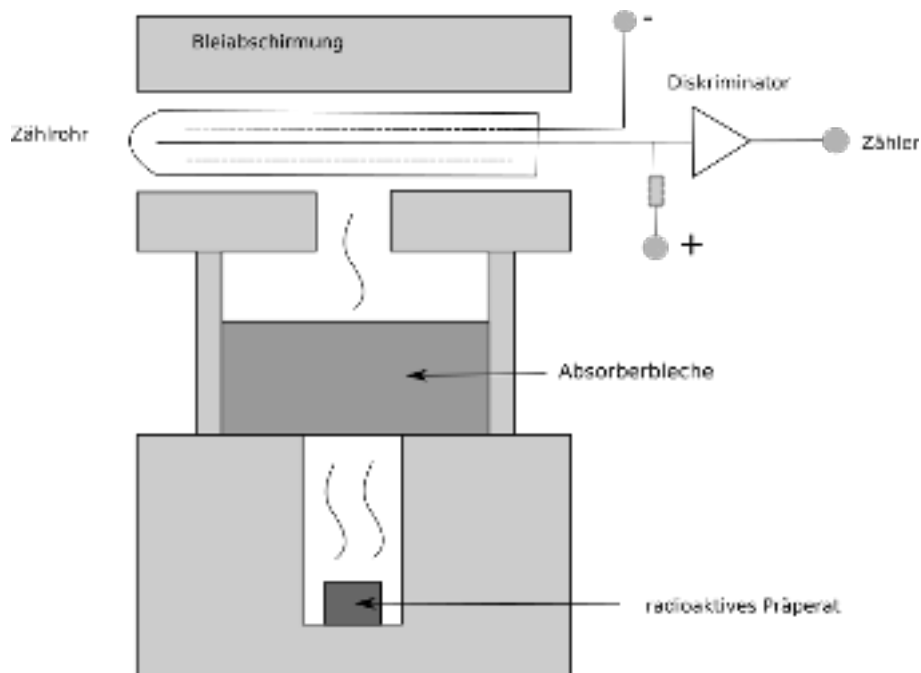


Abbildung 1: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus

Analog zu Versuch 24 besteht der Versuchsaufbau (Abb. 1) aus einem bis auf eine Aussparung durch Blei abgeschirmten radioaktiven Präparat. Bei der Strahlungsquelle handelt es sich um $^{137}_{55}\text{Cs}$, welches durch das Aussenden eines Elektrons zu $^{137}_{56}\text{Ba}$ umgewandelt wird. Die für den Versuch relevante Strahlung entsteht jedoch, wenn der, bei der Entstehung noch angeregte, Bariumkern in seinen Grundzustand übergeht und dabei ein γ -Quant aussendet.

Die entstehende γ -Strahlung wird mit Hilfe eines Müller-Geiger-Zählrohrs gemessen, die Zählrate kann an einer digitalen Anzeige abgelesen werden. Das Zählrohr ist an eine, vom restlichen Aufbau unabhängige, Spannung angeschlossen.

Wie in Abb. 1 zu erkennen ist, ist im Versuchsaufbau eine Aussparung vorhanden, in welche Absorberplatten mit unterschiedlichen Dicken eingeschoben werden können, um so die Quelle unterschiedlich stark abzuschirmen.

2.2 Durchführung

Zählrohrcharakteristik

Zur Aufnahme der Zählrohrcharakteristik wurde der Aufbau ohne Absorberbleche verwendet. Nun wurde die Zählraten für Zählrohrspannungen zwischen 0...640 V gemessen, die Schrittweiten betrugen 5 V bzw. 20-25 V je nach dem ob nahe der Einsatzschwelle gemessen wurde. Der Arbeitspunkt des Zählrohrs wurde so während des Versuchs zu 500 V bestimmt und in den weiteren Versuchsteilen verwendet.

Schwächungs-Messungen

Nun wurde die Intensität der γ -Strahlung in Abhängigkeit zur Absorberdicke für die Materialien Kupfer, Aluminium und Blei bestimmt. Hierzu wurden in der dafür vorgesehenen Aussparung im Versuchsaufbau Absorberplatten gestapelt, deren Dicke mit Hilfe eines Messschiebers bestimmt wurden, und anschließend die Zahl der Ereignisse N und die Messzeit Δt gemessen. Hierbei wurde versucht mit Hilfe der Funktionen des Zählgeräts immer konstant 1100 Ereignisse zu messen, um den relativen Fehler bei $\frac{sN}{N} \approx 3\%$ zu halten. Da bei Blei die Messung sonst zu lange gedauert hätte wurde ab ca. der Hälfte der Messung die Zeit auf konstant 180s gewählt und dann die Anzahl der Ereignisse N gemessen.

Bestimmung des Untergrunds

Zur Messung der Untergrundstrahlung wurde die γ -Quelle abgeschirmt. Anschliessend wurde die Anzahl der Ereignisse N in einer Messdauer von $\Delta t = 360$ s gemessen. Dies wurde einmal vor der Schwächungs-Messung mit dem ersten Material und dann noch zweimal zwischen den Schwächungs-Messungen der anderen Materialien durchgeführt.

3 Physikalische Zusammenhänge

Passieren die γ -Quanten Materie so kommt es zur Wechselwirkung (Photoeffekt, Comptonstreuung) was zur Abnahme der γ -Quanten im Strahl führt. Man kann sich also überlegen, dass die Änderung der Anzahl der im Strahl verbleibenden γ -Quanten proportional zur Anzahl und negativ ist. Die Anzahl der γ -Quanten im Strahl lässt sich daher beschreiben durch

$$\begin{aligned}\frac{dN(z)}{dz} &= -\mu N(z) \\ \implies N(z) &= N_0 \cdot \exp(-\mu z) \quad .\end{aligned}$$

Die Größe μ nennt man dann den Schwächungskoeffizienten und N_0 gibt die Anzahl der γ -Quanten im Strahl bei $z = 0$ an. Führt man nun den Massenabschwächungskoeffizienten $\mu^* = \mu/\rho$ ein, wobei ρ die Massendichte des Absorbermaterials ist, erhält man zur Beschreibung von $N(z)$

$$N(z) = N_0 \cdot \exp(-\mu^* \rho z) \quad .$$

4 Auswertung und Fehleranalyse

4.1 Messung der Zählrohrcharakteristik

Trägt man die Daten der Messung der Zählrohrcharakteristik, also die gemessene Zählrate im Zeitintervall $\Delta t = 3\text{ s}$ gegen die eingestellte Zählrohrspannung auf, so erhält man Abb. 2. Wertet man die Steigung des Graphen aus, so lässt sich als Schwelle eine Spannung

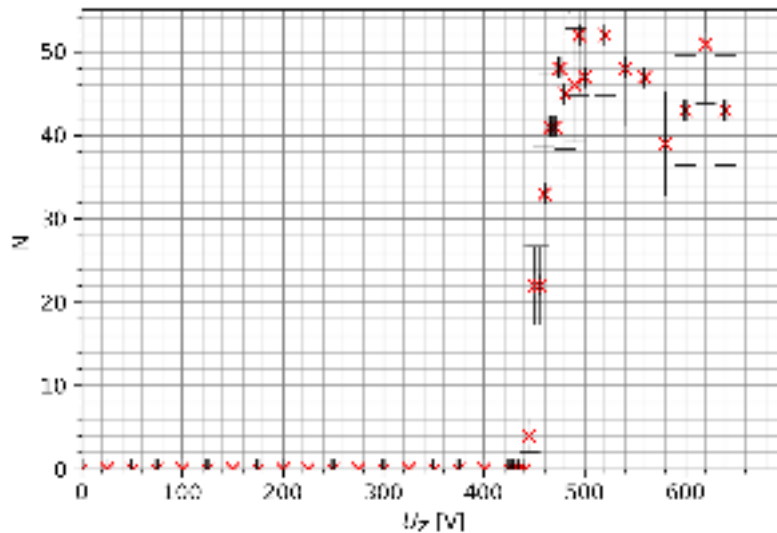


Abbildung 2: Messung der Zählrate bei unterschiedlicher Zählrohrspannung

von $(470 \pm 5)\text{ V}$ identifizieren, wobei auch der Fehler in diesem Fall aus der Graphik heraus geschätzt wurde.

Die ungefähre Mitte des Plateaus liegt bei ca. 530 V , für die weiteren Versuchsteile wurde dennoch auf Empfehlung der Anleitung eine Zählrohrspannung von 500 V verwendet.

4.2 Auswertung des Untergrunds

Zu drei unterschiedlichen Zeitpunkten der Gesamtmessung wurden Untergrundmessungen vorgenommen, um den Untergrund von den weiteren Messungen abzuziehen. Es wurden folgende Werte gemessen:

Tabelle 1: Zählraten bei abgeschirmter Quelle

Zählrate N	t [s]
408	360
411	360
408	360

Da sich bei den drei Messungen keine deutlichen Schwankungen gezeigt haben, kann die Untergrundzählrate durch eine einfache Bildung des Mittelwerts ermittelt werden und die relevante Größe der Zählrate pro Sekunde ergibt sich mit

$$\dot{N}_U = \frac{N_1 + N_2 + N_3}{3 \cdot 360} \frac{1}{s} = (1,14 \pm 0,03) \frac{1}{s} ,$$

wobei der Fehler mit

$$s_{\dot{N}_U} = \sqrt{\frac{N_1 + N_2 + N_3}{3 \cdot 360}} \frac{1}{s}$$

berechnet wurde. An dieser Stelle wurde der geschätzte Fehler auf die Zeit $s_t = 0,005\text{ s}$ vernachlässigt, da dieser nicht beiträgend ist.

Dieser Wert $\dot{N}_U$ wird nun in der weiteren Auswertung genutzt, um die Messdaten vom Untergrund zu trennen.

4.3 Auswertung der Schwächungsmessungen

Um den Schwächungskoeffizienten zu bestimmen, wird letztendlich eine lineare Ausgleichsgerade durch die, gegen die Dicke aufgetragene, logarithmisch aufgetragene Zählrate pro Sekunde gelegt und die Steigung bestimmt. Das genaue Vorgehen wird beispielhaft an der Messung von Aluminium erklärt, Blei und Kupfer folgen dann analog.

Bestimmung der Zählrate und Abzug des Untergrunds

Um die gemessenen Werte vom Untergrund trennen zu können, wird zunächst die Zählrate pro Sekunde berechnet, also

$$\dot{N}_{\text{Messung}} = \frac{N_i}{t_i}$$

um dann die Beziehung

$$\dot{N}_{\text{Quelle}} = \dot{N}_{\text{Messung}} - \dot{N}_{\text{Untergrund}}$$

nutzen zu können. Die Werte, die daraus entstehen sind bei Interesse im Anhang nachzulesen. Der Fehler auf diese Zählrate lässt sich mit gaußscher Fehlerfortpflanzung über die Formel

$$s_{\dot{N}_{\text{Quelle}}} = \sqrt{s_{\dot{N}_{\text{Messung}}}^2 + s_{\dot{N}_{\text{Untergrund}}}^2} = \sqrt{\frac{N_{\text{Messung}}}{t_i^2} + s_{\dot{N}_{\text{Untergrund}}}^2}$$

berechnen.

Graphische Auftragung und lineare Regression

Aluminium

Die Werte der x-Achse wurden bereits im Versuch so gemessen, wie später benötigt, lediglich der Fehler wird noch über gaußsche Fehlerfortpflanzung berechnet, wobei iterativ vorgegangen wurde, da die Fehler auf die einzeln gemessenen Platten gleich geschätzt wurden. Es ergibt sich also:

$$s_{d,\text{ges.}} = \sqrt{m \cdot s_d^2} \quad \text{mit } m \hat{=} \text{Anzahl der Platten} \quad .$$

Trägt man die so bestimmten Daten nun halblogarithmische gegeneinander auf, so ist der in Abb. 3 dargestellte Zusammenhang erkennbar. Die Bestimmung der Steigung kann nun

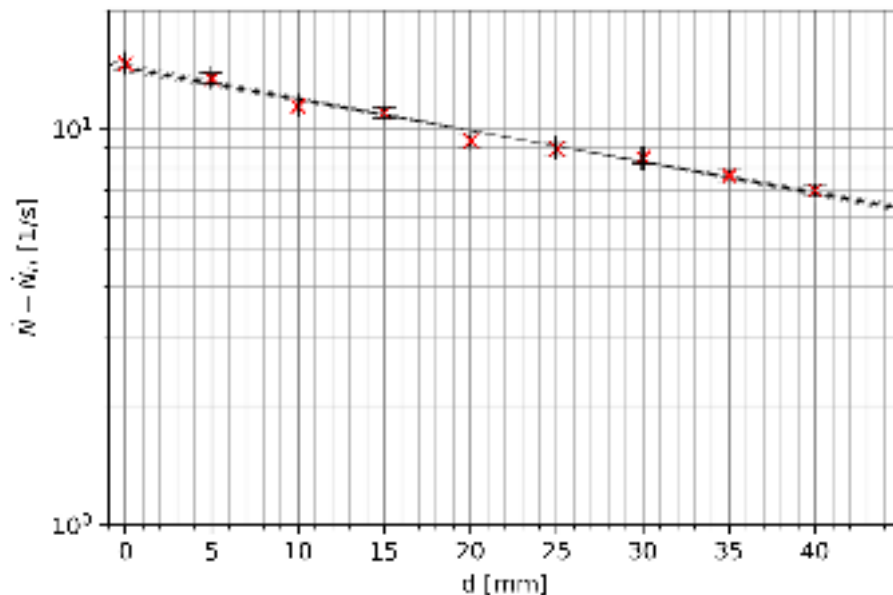


Abbildung 3: Bestimmung des Schwächungskoeffizienten von Aluminium über eine lineare Regression

nicht durch eine einfache lineare Regression erfolgen, da die lineare Darstellung nur wegen der logarithmischen Auftragung erscheint. Auch ein Exponentialfit würde ungenaue Ergebnisse liefern, daher wurde aus den Zählraten $\dot{N}_{\text{Al}}$ der natürliche Logarithmus berechnet und eine analytische lineare Regression dieser neuen Datenpaarung aus $\ln \dot{N}_{\text{Al}}$ und d durchgeführt. Die genutzten Rechenvorschriften und die genauen Ergebnisse sind für alle drei Materialien im Anhang nachzulesen. Zu beachten ist, dass an dieser Stelle die Einheit der Zählrate vernachlässigt werden muss, da der Logarithmus einer Einheit wenig Sinn ergibt. Für Aluminium ergab sich

$$\begin{aligned} \text{Steigung} = b &= (0,02 \pm 0,03) \frac{1}{\text{mm}} \\ \text{Achsenabschnitt} = a &= (2,66 \pm 0,02) \quad . \end{aligned}$$

Diese Werte wurden nun genutzt, um die Ergebnisse auch graphisch darzustellen, wobei in Abb. 3 nicht die lineare Gerade sondern $g(d) = \exp(a + b \cdot d)$ dargestellt ist.

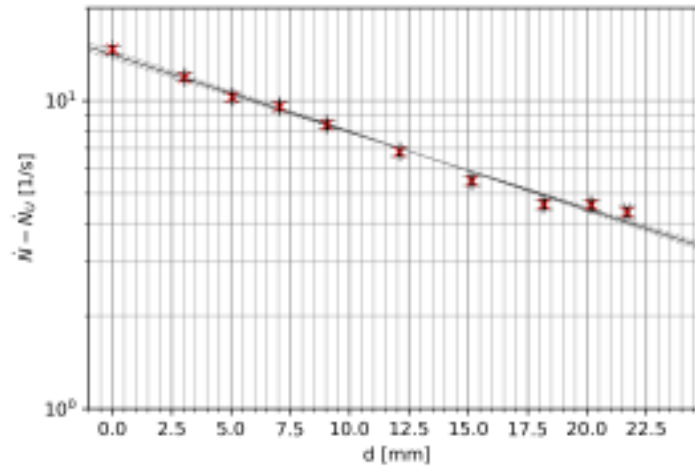
Graphische und analytische Auswertung: Kupfer

Abbildung 4: Analog ausgewertete Daten der Abschwächung durch Kupfer

Die lineare Regression ergibt:

$$\begin{aligned} \text{Steigung} = b &= (0,06 \pm 0,03) \frac{1}{\text{mm}} \\ \text{Achsenabschnitt} = a &= (2,64 \pm 0,03) \end{aligned}$$

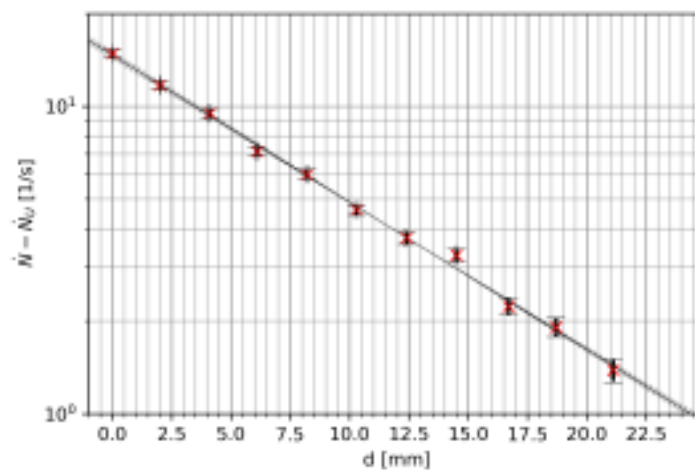
Graphische und analytische Auswertung: Blei

Abbildung 5: Analog ausgewertete Daten der Abschwächung durch Blei

Die lineare Regression ergibt:

$$\begin{aligned} \text{Steigung} = b &= (0,11 \pm 0,04) \frac{1}{\text{mm}} \\ \text{Achsenabschnitt} = a &= (2,69 \pm 0,02) \end{aligned}$$

Bestimmung der Schwächungskoeffizienten

Der Schwächungskoeffizient ergibt sich direkt aus der berechneten Steigung, für die interessantere Größe, den Massenabschwächungskoeffizienten, wird noch durch die Stoffdichte geteilt. Es ergeben sich:

Aluminium

$$\mu_{\text{Al}} = (0,02 \pm 0,03) \frac{1}{\text{mm}} = (0,2 \pm 0,3) \frac{1}{\text{cm}}$$

$$\mu_{\text{Al}}^* = (0,067 \pm 0,003) \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$$

Kupfer

$$\mu_{\text{Cu}} = (0,06 \pm 0,03) \frac{1}{\text{mm}} = (0,6 \pm 0,3) \frac{1}{\text{cm}}$$

$$\mu_{\text{Cu}}^* = (0,064 \pm 0,002) \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$$

Blei

$$\mu_{\text{Pb}} = (0,11 \pm 0,04) \frac{1}{\text{mm}} = (1,1 \pm 0,3) \frac{1}{\text{cm}}$$

$$\mu_{\text{Pb}}^* = (0,097 \pm 0,002) \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$$

4.4 Photonenenergie E_γ

Aus der in [Quelle 1] angegebenen Grafik lassen sich Werte der Photonenenergie entnehmen, wenn der Massenschwächungskoeffizient bekannt ist.

Die von uns ermittelten Werte ergeben:

$$\begin{aligned} E_{\gamma_{\text{Al}}} &= 0,7 \text{ MeV} \\ E_{\gamma_{\text{Cu}}} &= 0,85 \text{ MeV} \\ E_{\gamma_{\text{Pb}}} &= 0,7 \text{ MeV} \quad , \end{aligned}$$

im Mittel also

$$E_\gamma = (0,75 \pm 0,05) \text{ MeV} \quad ,$$

wobei der Fehler nicht explizit berechnet, sondern aus der Ableseungenauigkeit geschätzt wurde.

5 Diskussion der Ergebnisse

5.1 Zählrohrcharakteristik

Bei der Aufnahme der Zählrohrcharakteristik wurde lediglich ein Plateau gemessen und nicht die erwarteten zwei Plateaus. Es ist uns also nicht gelungen das Einsetzen der Rekombination zu vermessen. Das könnte allerdings daran gelegen haben, dass wir nur Zeitintervalle von $\Delta t = 3$ s vermessen haben. Ansonsten entspricht die gemessene Kennlinie der Erwarteten und der Arbeitspunkt des Zählrohrs wurde der Empfehlung entsprechend bei $U = 500$ V gewählt, was auch relativ gut mit dem von uns vermessenen Plateau übereinstimmt.

5.2 Untergrundmessung

Die Hintergrundstrahlung wurde durch drei Messungen mit der jeweiligen Messdauer von $\Delta t = 360$ s gemessen. Wir erhielten den Wert

$$\dot{N}_U = (1,14 \pm 0,03) \frac{1}{\text{s}} .$$

Der relative Fehler beträgt somit nur 2,6%, was einen relevanten systematischen Fehler auf den Untergrund unwahrscheinlich macht und dieser somit bei der Korrektur der Schwächungsmessung vernachlässigt werden kann.

5.3 Bestimmung der Schwächungskoeffizienten

Wir erhielten für die Schwächungskoeffizienten μ bzw. für die Massenschwächungskoeffizienten μ^* die folgenden Werte.

$$\begin{array}{ll} \mu_{\text{Al}} = (0,2 \pm 0,3) \frac{1}{\text{cm}} & \mu_{\text{Al}}^* = (0,067 \pm 0,003) \frac{\text{cm}^2}{\text{g}} \\ \mu_{\text{Cu}} = (0,6 \pm 0,3) \frac{1}{\text{cm}} & \mu_{\text{Cu}}^* = (0,064 \pm 0,002) \frac{\text{cm}^2}{\text{g}} \\ \mu_{\text{Pb}} = (1,1 \pm 0,3) \frac{1}{\text{cm}} & \mu_{\text{Pb}}^* = (0,097 \pm 0,002) \frac{\text{cm}^2}{\text{g}} \end{array}$$

Mit der in [Quelle 1] gegebenen Grafik liessen sich die Photonenenergien zu den folgenden Werten bestimmen.

$$\begin{array}{l} E_{\gamma_{\text{Al}}} = 0,7 \text{ MeV} \\ E_{\gamma_{\text{Cu}}} = 0,85 \text{ MeV} \\ E_{\gamma_{\text{Pb}}} = 0,7 \text{ MeV} \end{array}$$

Berechnete man daraus den arithmetischen Mittelwert, so erhält man den Wert

$$E_{\gamma} = (0,75 \pm 0,05) \text{ MeV} .$$

Anhand diesen Wertes lässt sich die Qualität der Messung abschätzen, denn in [Quelle 1], war die Photonenenergie der γ -Quanten mit 0,7 MeV angegeben. Da der angegebene Wert für E_{γ} innerhalb einer Staandartabweichung von dem von uns bestimmten Wert liegt, ist davon auszugehen das der Fehler geeignet abgeschätzt wurde und die Messung sinnvolle Ergebnisse geliefert hat.

Abbildungsverzeichnis

1	Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus	1
2	Messung der Zählrate bei unterschiedlicher Zählrohrspannung	3
3	Bestimmung des Schwächungskoeffizienten von Aluminium	5
4	Analog ausgewertete Daten der Abschwächung durch Kupfer	6
5	Analog ausgewertete Daten der Abschwächung durch Blei	6

Tabellenverzeichnis

1	Zählraten bei abgeschirmter Quelle	3
2	Aluminium	11
3	Kupfer	11
4	Blei	11

Literatur

[Quelle 1] *"Versuchsanleitungen zum Physiklabor für Anfänger*innen, Teil 2"* Stand 02/2019.

6 Anhang

6.1 Lineare Regression

Die Linearen Regressionen wurden mit

$$a = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

für $y = a + bx$

und der Fehler mit

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n [y_i - (a + bx_i)]^2}$$

$$s_a = s \cdot \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}}$$

$$s_b = s \cdot \sqrt{\frac{n}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}}$$

bestimmt.

Aluminium

Lineare Regression ohne Gewichtung(x,y):

Achsenabschnitt: 2.65928782891

Steigung: -0.0182091112058

Streuung: 0.0345540537727

Fehler auf den Achsenabschnitts: 0.0212381756625

Fehler auf die Steigung: 0.000892181832037

Kupfer

Lineare Regression ohne Gewichtung(x,y):

Achsenabschnitt: 2.64499031679

Steigung: -0.0577146387745

Streuung: 0.0501005312332

Fehler auf den Achsenabschnitts: 0.0294216767861

Fehler auf die Steigung: 0.00222247486507

Blei

Lineare Regression ohne Gewichtung(x,y):

Achsenabschnitt: 2.68560573395

Steigung: -0.110170142093

Streuung: 0.0429920358432

Fehler auf den Achsenabschnitts: 0.0240320188883

Fehler auf die Steigung: 0.00195091755132

6.2 Berechnete Daten der Zählraten

Tabelle 2: Aluminium

d[mm]	s_d [mm]	t[s]	N	$\dot{N}$ [1/s]	$\dot{N}$ o. Unterg. [1/s]	$s_{\dot{N}}$ o. Unterg.[1/s]
0.0	0	69.5	1100.0	15.8	14.68	0.48
5.0	0.02	75.5	1100.0	14.6	13.44	0.44
10.0	0.04	87.5	1100.0	12.6	11.43	0.38
15.0	0.04	90.8	1100.0	12.1	10.99	0.37
20.0	0.05	105.0	1100.0	10.5	9.34	0.32
25.0	0.06	109.4	1100.0	10.1	8.92	0.3
30.0	0.06	114.4	1100.0	9.6	8.48	0.29
35.0	0.07	125.4	1100.0	8.8	7.63	0.27
40.0	0.07	135.1	1100.0	8.1	7.01	0.25

Tabelle 3: Kupfer

d[mm]	s_d [mm]	t[s]	N	$\dot{N}$ [1/s]	$\dot{N}$ o. Unterg.[1/s]	$s_{\dot{N}}$ o. Unterg.[1/s]
0.0	0	69.7	1100.0	15.8	14.64	0.48
3.05	0.02	84.4	1100.0	13.0	11.9	0.39
5.05	0.04	96.5	1100.0	11.4	10.27	0.35
7.05	0.04	102.8	1100.0	10.7	9.56	0.32
9.05	0.05	115.9	1100.0	9.5	8.35	0.29
12.1	0.06	138.2	1100.0	8.0	6.83	0.24
15.15	0.06	165.9	1100.0	6.6	5.49	0.2
18.2	0.07	191.7	1100.0	5.7	4.6	0.18
20.2	0.07	192.2	1100.0	5.7	4.59	0.18
21.7	0.08	200.8	1100.0	5.5	4.34	0.17

Tabelle 4: Blei

d[mm]	s_d [mm]	t[s]	N	$\dot{N}$ [1/s]	$\dot{N}$ o. Unterg.[1/s]	$s_{\dot{N}}$ o. Unterg.[1/s]
0.0	0	68.9	1100.0	16.0	14.84	0.48
2.0	0.02	85.7	1100.0	12.8	11.71	0.39
4.1	0.04	103.8	1100.0	10.6	9.46	0.32
6.1	0.04	133.2	1100.0	8.3	7.12	0.25
8.2	0.05	153.9	1100.0	7.1	6.01	0.22
10.3	0.06	191.6	1100.0	5.7	4.6	0.18
12.4	0.06	180.0	876.0	4.9	3.73	0.17
14.5	0.07	180.0	794.0	4.4	3.28	0.16
16.7	0.07	180.0	607.0	3.4	2.24	0.14
18.7	0.08	180.0	549.0	3.0	1.91	0.13
21.1	0.08	180.0	454.0	2.5	1.39	0.12

① Zählrohrcharakteristika

U_z in V Counter

0	0
25	0
50	0
75	0
100	0
125	0
150	0
175	0
200	0
225	0
250	0
275	0
300	0
325	0
350	0
375	0
400	0
425	0
450	0
475	0
500	4
525	22
550	12
575	33
600	41
625	41
650	48
675	45
700	56
725	46
750	52
775	47
800	52
825	48
850	47
875	39
900	43
925	51
950	48

$t = 3s$

② Untergrundmessungen
(mit Bleiverchluss)

$U_z = 500 V$

t in s	Counter
360	408
360	411
360	408

(2a) Schwächungsmessung

$U_2 = 500V$

Fehler auf
Dicke

Kupfer $N = 1100$

Blei

0,005/
Hemmy

$d [mm]$ $t [s]$

$d [mm]$ $t [s]$ counter

Leitungs-
Addition

Fehler Zeit

0,005

Fehler N

$\rightarrow \sqrt{N}$

Aluminium $N = 1100$

$d [mm]$ $t [s]$

Fehler U_2

$\pm 1V$

VT

0	69,71
+ 3,05	84,40
+ 2	96,47
+ 2	102,83
+ 2	115,91
+ 3,05	138,15
+ 3,05	165,45
+ 3,05	191,71
+ 2	198,16
+ 1,5	200,83

0	68,86	1100
+ 2	85,66	1100
+ 2,1	103,81	1100
+ 2	133,19	1100
+ 2,1	153,95	1100
+ 2,1	191,61	1100
+ 2,1	180,00	876
+ 2,1	180,00	794
+ 2,2	180,00	607
+ 2	180,00	549
+ 2,4	180,00	454

0	69,55
+ 5	75,45
+ 5	87,51
+ 5	90,75
+ 5	105,04
+ 5	109,44
+ 5	114,41
+ 5	125,44
+ 5	135,11